

Α.Τ.Ε.Ι ΠΕΙΡΑΙΑ

ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΤΟΧΗ ΚΟΙΝΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΑΤΡΑΚΤΟΥ ΜΕ
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΑΝΤΟΧΗΣ
ΜΕ ΤΙΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ THUM ΚΑΙ PETERSEN (ΜΕΡΟΣ 1^ο)

ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ

ΠΑΠΑΛΥΜΠΕΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΓΡΙΤΣΟΠΟΥΛΟΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ

Υπεύθυνος Καθηγητής
Κος Τσολάκης



1. – ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 – ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

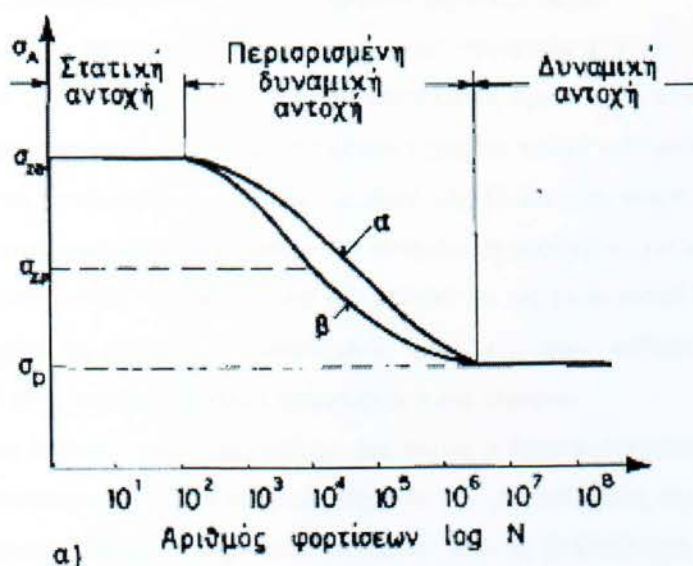
Κατά το σχεδιασμό μιας μηχανολογικής κατασκευής είναι συνήθως σχεδόν αναπόφευκτη η χρήση εγκοπών τόσο για κατασκευαστικούς, όσο και για λειτουργικούς λόγους. Με τον γενικό όρο εγκοπή ονομάζεται κάθε ανομοιομορφία ενός στοιχείου, όπως είναι όλων των μορφών αυλάκια, οι οπές, οι εσοχές, οι προεξοχές, οι διαβαθμίσεις κ.λ.π.. Οι εγκοπές αυξάνουν τοπικά την καταπόνηση του υλικού με αποτέλεσμα αυτό να παρουσιάζει τάσεις μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίζονται βάσει της θεωρητικής αντοχής υλικών. Ο αναλυτικός υπολογισμός των αυξημένων αυτών τάσεων δεν είναι εύκολος και για το λόγο αυτό η εκτίμησή τους γίνεται κυρίως με τη βοήθεια της πειραματικής αντοχής των υλικών και της τασεομετρίας.

Τόσο η θεωρητική όσο και η πειραματική διερεύνηση της επιρροής των εγκοπών στην καταπόνηση των στοιχείων παραμένει σε συνεχή εξέλιξη. Η ανάπτυξη των υπολογιστών σε συνεργασία με την πρόοδο της τεχνολογίας των μετρητικών διατάξεων έχουν οδηγήσει σε μια σαφέστερη εικόνα των τάσεων που αναπτύσσονται στις περιοχές των εγκοπών. Η ανάπτυξη τάσεων σε περιοχές εγκοπών για διάφορα είδη φόρτισης και για τις συνηθέστερες μορφές εγκοπών παρουσιάζονται ευρέως στη βιβλιογραφία με τη μορφή ποιοτικών διαγραμμάτων.

1.2 – ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Το πρόβλημα της εμφάνισης τάσεων μεγαλύτερων από των αναμενόμενων σε μηχανολογικές κατασκευές υπό δυναμική φόρτιση είχε διαπιστωθεί από νωρίς όταν οι άξονες στα βαγόνια των τρένων έσπαγαν σε χρονικό διάστημα πολύ μικρότερο από το αναμενόμενο [2]. Το πρόβλημα αναλύθηκε αρχικά από τον γερμανό μηχανικό Wöhler το 1860. Ο Wöhler διαπίστωσε ότι η θράυση των αξόνων οφειλόταν στο φαινόμενο της κόπωσης [3].

Ο ίδιος ερευνητής μετά από σειρά πειραματικών μετρήσεων σε φορτισμένους άξονες, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το όριο αντοχής των υλικών που φορτίζονται σε δυναμική καταπόνηση είναι μικρότερο από το αυτό που προσδιορίζεται από το πείραμα εφελκυσμού. Ο ίδιος πρότεινε την καμπύλη δυναμικής θραύσεως όπως αυτή φαίνεται στο σχήμα 1



Σχήμα 1. Καμπύλη δυναμικής θραύσεως κατά Wöhler

Για την απόκτηση της καμπύλης Wöhler πρέπει σειρά δοκιμών να υποβληθεί σε συμμετρική εναλλασσόμενη φόρτιση κατά την οποία η μέγιστη τάση που θα αναπτυχθεί να κυμαίνεται μεταξύ μιας μέγιστης θετικής $+\sigma_a$ και μιας ελάχιστης αρνητικής $-\sigma_a$ ενώ η

μέση τιμή να είναι $\sigma_m=0$. Στην περίπτωση που τα δοκίμια καταπονηθούν με τιμές σ_a μεγαλύτερες από το όριο δυναμικής αντοχής σ_D τότε το υλικό βρίσκεται στην περιοχή κόπωσης και άρα μετά από ένα πλήθος φορτίσεων N , το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο της σ_a θα παρουσιαστεί δυναμική θραύση. Μετά από σειρά πειραματικών μετρήσεων σε πλήθος φορτίσεων προκύπτει κατά προσέγγιση η καμπύλη του σχήματος 1. Για τιμές φόρτισης σ_D μικρότερες ή ίσες της σ_a δεν υπάρχει κίνδυνος θραύσης των δοκιμών ακόμη και πολύ μεγάλο αριθμό φορτίσεων $N \geq 10^7$. Σε αυτή τη την περίπτωση το υλικό βρίσκεται στην περιοχή δυναμικής αντοχής.

Περισσότερο διεξοδική έρευνα συνεχίστηκε την περίοδο 1905 – 1925 κυρίως στον τομέα της αεροναυπηγικής [2]. Την περίοδο αυτή πραγματοποιήθηκαν πειραματικές μετρήσεις περισσότερο σε πραγματικές μηχανολογικές κατασκευές και πολύ λιγότερο σε δοκίμια ή πειραματικές διατάξεις. Την ίδια χρονική περίοδο αναφέρθηκε για πρώτη φορά η έννοια της εγκοπής και το γενικό πρόβλημα της αύξησης των τάσεων σε περιοχές εγκοπών από τον γερμανό μηχανικό Heyn.

Συστηματική έρευνα συνεχίστηκε κυρίως από γερμανούς μηχανικούς την περίοδο 1925-1945. Το 1939 ο Thum επινόησε τον συντελεστή εγκοπής β_k καθώς έβγαλε το συμπέρασμα ότι η γεωμετρία ενός φορτισμένου τεμαχίου παίζει καθοριστικότερο ρόλο στην τελική του αντοχή από ότι το ίδιο το υλικό [4]. Ο ίδιος σε σειρά εργασιών του παρουσίασε διαγράμματα προσδιορισμού του συντελεστή μορφής α_k για μεγάλο πλήθος εγκοπών, ενώ συγχρόνως παρουσίασε και μια μέθοδο για τον υπολογισμό της δυναμικής αντοχής τεμαχίου με εγκοπή. Η συνεισφορά του Thum ήταν καθοριστική αφού η μέθοδος που ο ίδιος ανέπτυξε είναι σε χρήση ακόμη και σήμερα.

Από τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο και έπειτα η έρευνα συνεχίστηκε σε τομείς όπως η αεροναυπηγική, η αυτοκινητοβιομηχανία, οι συγκολλήσεις και η ναυπηγία. Μεγάλος αριθμός ερευνητών επηρεασμένοι κυρίως από τη δουλειά του Thum έκαναν σειρά πειραματικών μετρήσεων ώστε να γίνει το φαινόμενο περισσότερο κατανοητό. Σημαντικές ήταν οι εργασίες των Sigwart για λογαριασμό της Daimler-Benz, Erker για λογαριασμό της MAN και του Petersen. Ο Petersen διαχωρίζοντας πλήρως τα φαινόμενα της αντιστήριξης, της ευαισθησίας του υλικού και της αύξησης της τάσης στον πυθμένα μιας εγκοπής ανέπτυξε μια μέθοδο υπολογισμού δυναμικής αντοχής περισσότερο ακριβής από αυτήν του Thum [5].

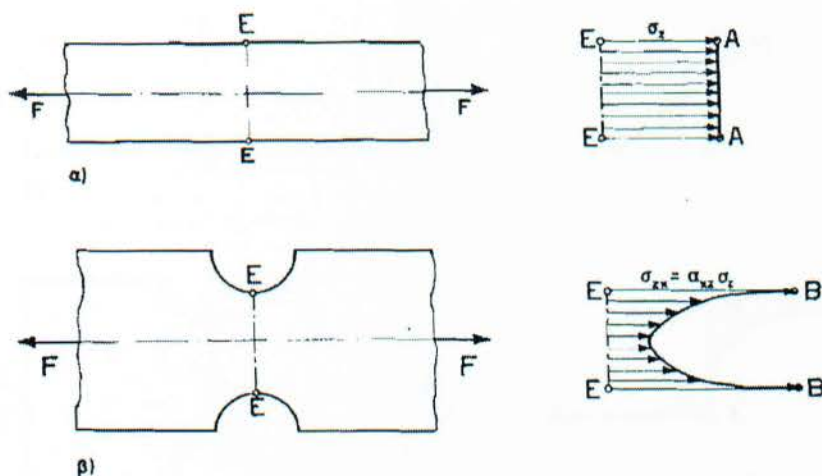
Τα τελευταία χρόνια τόσο η επίδραση των εγχοπών όσο και το γενικότερο φαινόμενο της κόπωσης διερευνάται διεξοδικά από εταιρίες, πανεπιστήμια και ερευνητικούς φορείς. Η ανάπτυξη της τεχνολογίας των υπολογιστών έκανε δυνατή τη χρήση μεθόδων όπως αυτής των πεπερασμένων στοιχείων για τον ακριβέστερο υπολογισμό των κατασκευαστικών στοιχείων σε σύνθετες καταπονήσεις και με περίπλοκες γεωμετρίες.

1.3 – ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι ο προσδιορισμός του συντελεστή μορφής α_k όπως αυτός θα περιγραφεί παρακάτω για δύο τυπικές μορφές εγκοπών με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Οι εγκοπές που επιλέχθηκε να αναλυθούν είναι α) κυκλική διατομή με διαβάθμιση και καμπυλότητα στην περιοχή της διαβάθμισης και β) κυκλική διατομή με περιφερειακό αυλάκι. Αρχικά, θα σχεδιαστούν παραμετρικά οι δύο μορφές εγκοπών με τη βοήθεια τρισδιάστατου σχεδιαστικού λογισμικού (SolidWorks). Σε επόμενο βήμα θα μελετηθεί η ανάπτυξη των τάσεων στην περιοχή κάθε εγκοπής για φόρτιση του δοκιμίου σε εφελκυσμό, κάμψη και στρέψη με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η αποτίμηση της επίδρασης της γεωμετρίας της κάθε εγκοπής σε σχέση με την εκάστοτε φόρτιση θα γίνει μέσω αδιάστατων διαγραμμάτων του συντελεστή μορφής α_k με παραμέτρους τις γεωμετρικές διαστάσεις της εγκοπής και του δοκιμίου.

2. –ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΑΣΕΩΝ ΕΓΚΟΠΩΝ

Από την θεωρητική αντοχή των υλικών είναι γνωστό ότι αν μια λεία ράβδος ορθογωνικής διατομής κατασκευαστεί από ομοιογενές και ισότροπο υλικό για το οποίο ισχύει απολύτως ο νόμος του Hooke, τότε σε περίπτωση στατικής εφελκυστικής φόρτισης η κατανομή των τάσεων σε μια διατομή της E-E' θα είναι ισομερής όπως φαίνεται και στο σχήμα 2α.



Σχήμα 2. Κατανομή στατικών εφελκυστικών τάσεων σε ράβδο ορθογωνικής διατομής
α) χωρίς εγκοπή και β) με εγκοπή

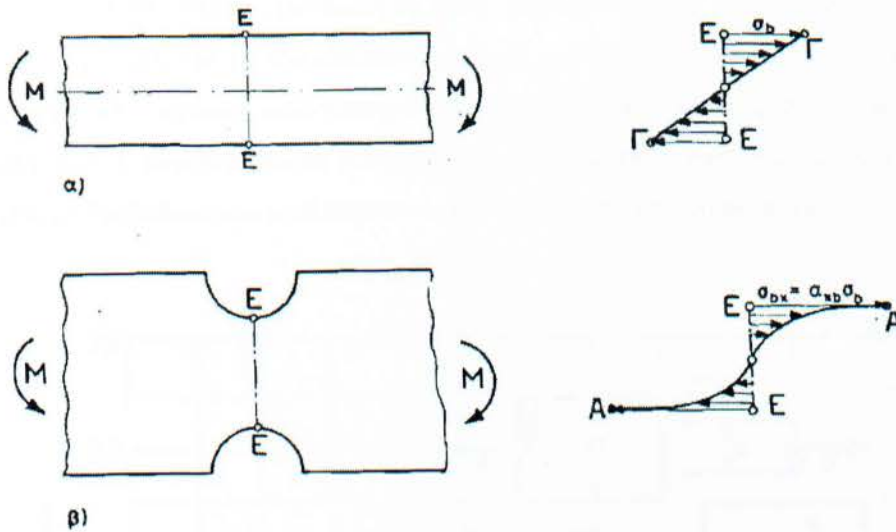
Η τιμή της σταθερής αυτής ονομαστικής τάσης σ_z συμβολίζεται γενικά σ_{ov} και υπολογίζεται από τη σχέση (1)

$$\sigma_{ov} = \sigma_z = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Αν στην ίδια ράβδο ορθογωνικής διατομής υπάρχουν δύο συμμετρικές εγκοπές όπως φαίνεται στο σχήμα 1β ενώ η διατομή E-E' παραμένει η ίδια τότε σε περίπτωση εφελκυστικής φόρτισης δημιουργείται υπερφόρτιση του υλικού στον πυθμένα των εγκοπών και εκφόρτιση του υλικού στο κεντρικό τμήμα της διατομής [1]. Η μέγιστη τάση EB στην ράβδο του σχήματος 2β ονομάζεται στατική τάση εγκοπής σ_k και υπολογίζεται από τη σχέση (2)

$$\sigma_k = \alpha_k \sigma_{ov} \quad (2)$$

Στη σχέση (2) ο συντελεστής α_k ονομάζεται συντελεστής μορφής και εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις της εγκοπής αλλά και από το είδος της φόρτισης. Τελείως ανάλογα συμπεράσματα προκύπτουν στην περίπτωση που οι ράβδοι του σχήματος 2 υποβληθούν σε καμπτική φόρτιση όπως φαίνεται στο σχήμα 3



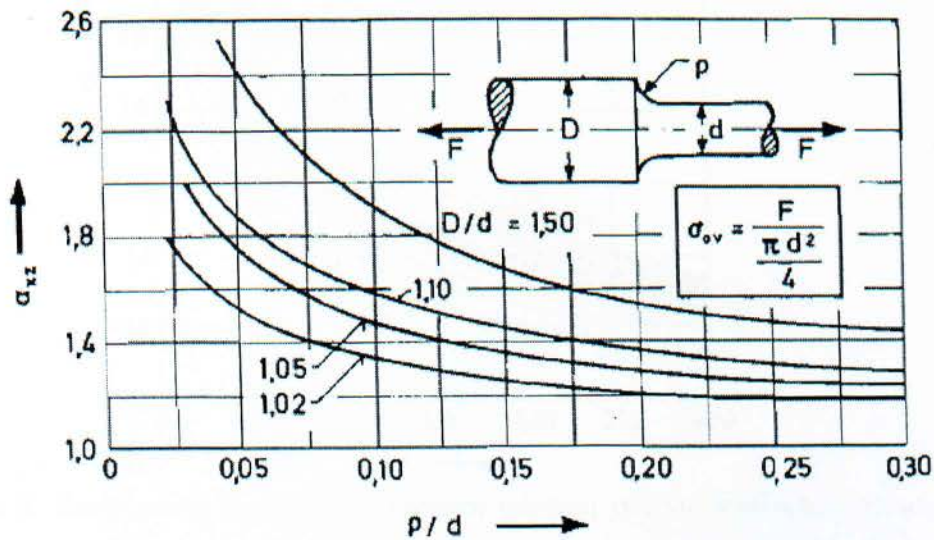
Σχήμα 3. Κατανομή στατικών καμπτικών τάσεων σε ράβδο ορθογωνικής διατομής
α) χωρίς εγκοπή και β) με εγκοπή

Στην περίπτωση που το υπό φόρτιση τεμάχιο παρουσιάζει κάποια εγκοπή στη διατομή του, τότε εκτός από την αύξηση της τάσης στον πυθμένα της εγκοπής, αυξάνεται στην ίδια θέση και η επιτρεπόμενη στατική αντοχή της διατομής σε σύγκριση με την αρχική στατική αντοχή του υλικού σ_p ή $\sigma_{0.2}$ για δοκίμιο χωρίς εγκοπές. Η αύξηση αυτή οφείλεται στο φαινόμενο της αντιστήριξης και λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς μέσω του συντελεστή στατικής αντιστήριξης δ . Ο συντελεστής δ είναι συνάρτηση της κρυσταλλικής δομής και της αρχικής στατικής αντοχής του υλικού, του είδους της φόρτισης, της μορφής της διατομής και της μορφής της εγκοπής. Στην περίπτωση αυτή η επιτρεπόμενη στατική αντοχή του υλικού υπολογίζεται από τη σχέση (3)

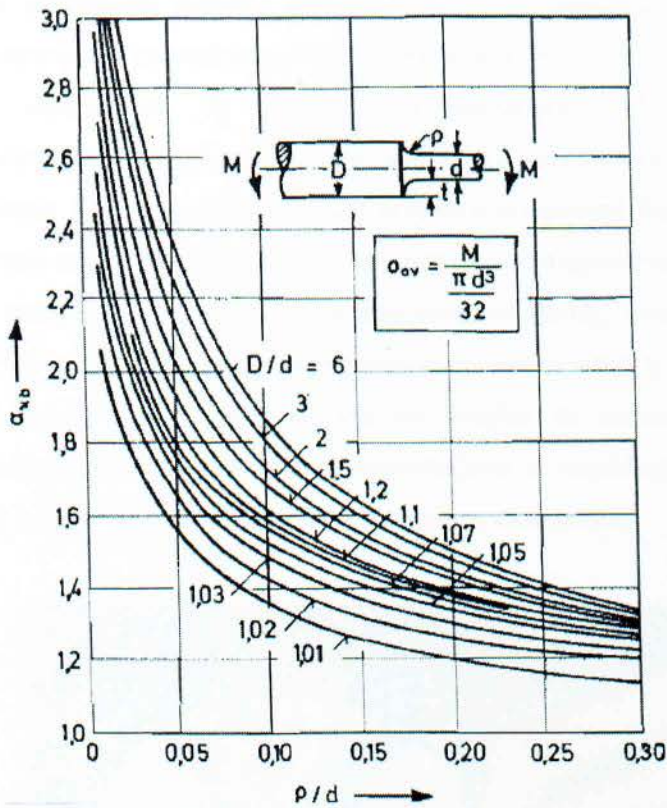
$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \delta \sigma_z \quad (3)$$

Ο προσδιορισμός του συντελεστή μορφής α_k είναι απαραίτητος για τον υπολογισμό των τάσεων σε δοκίμια με εγκοπές. Σήμερα ο συντελεστής αυτός είναι υπολογισμένος για ένα πολύ μικρό αριθμό απλών μορφών εγκοπών και αυτό γιατί οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την εντατική κατάσταση στην περιοχή της εγκοπής είναι τόσο πολύπλοκες

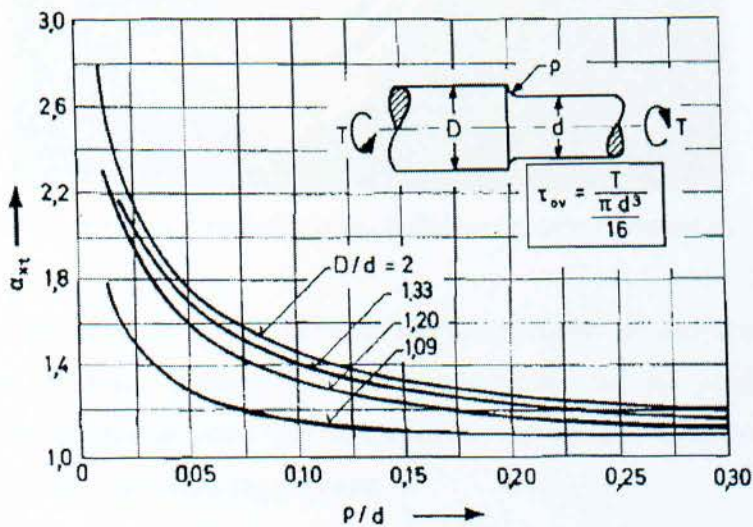
που δεν έχει βρεθεί πλήρης μαθηματική λύση. Ποσοτικές αλλά και ποιοτικές τιμές του συντελεστή μορφής για τις συνηθέστερες μορφές εγκοπών έχουν προσδιορισθεί κυρίως πειραματικά και ισχύουν αποκλειστικά για την ελαστική περιοχή των υλικών. Στα σχήματα 4, 5, 6 παρουσιάζονται διαγράμματα συντελεστή μορφής για ράβδο κυκλικής διατομής με διαβάθμιση σε εφελκυστική, καμπτική και στρεπτική φόρτιση.



Σχήμα 4. Συντελεστής μορφής για εφελκυστική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.



Σχήμα 5. Συντελεστής μορφής για καμπτική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.



Σχήμα 6. Συντελεστής μορφής για στρεπτική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.

Έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι για τον πειραματικό προσδιορισμό του συντελεστή μορφής. Οι γνωστότερες αυτών είναι η μέθοδος της φωτοελαστικότητας και η μέτρηση τάσεων με τη βοήθεια μηκυνσιομέτρων [6]. Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας κάνει χρήση δοκιμίων από ειδικό υλικό όπως για παράδειγμα το Araldite το οποίο όταν φορτίζεται και παραμορφώνεται αποκτά διπλή διάθλαση. Στην κατάσταση αυτή το ειδικό αυτό υλικό αν φωτιστεί με μονοχρωματικό φως επιτρέπει το σχηματισμό σκοτεινών και φωτεινών γραμμώσεων συμβολής φωτός. Μελετώντας τη διάταξη και τον αριθμό των γραμμώσεων μπορεί να υπολογιστεί η τάση του υλικού σε οποιοδήποτε σημείο του ομοιώματος και να αναχθεί σε οποιοδήποτε σημείο του αντίστοιχου εξαρτήματος. Στο σχήμα 7 παρουσιάζεται το παράδειγμα ενός γερμανικού κλειδιού από Araldite το οποίο βρίσκεται σε εντατική κατάσταση.



Σχήμα 7. Ανάλυση τάσεων με τη βοήθεια της μεθόδου της φωτοελαστικότητας

Κατά τη μέτρηση τάσεων με τη βοήθεια μηκυνσιομέτρων το πραγματικό δοκίμιο φορτίζεται σε συνθήκες ανάλογες με τις αναμενόμενες και με τη βοήθεια των μηκυνσιομέτρων γίνεται μέτρηση των πραγματικών τάσεων που αναπτύσσονται στην επιφάνεια του υλικού τη στιγμή της φόρτισης.

Τις τελευταίες δεκαετίες και με την εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών ο υπολογισμός των τάσεων σε κρίσιμες περιοχές των κατασκευών γίνεται με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Ο υπολογισμός του συντελεστή μορφής παίζει καθοριστικό ρόλο στον υπολογισμό των τάσεων στις περιοχές των εγκοπών γιατί περιγράφει τη μορφή και τη διάσταση της εγκοπής. Στις επόμενες ενότητες ακολουθεί μια σύντομη ανάλυση των σημαντικότερων μεθόδων υπολογισμού των αναπτυσσόμενων τάσεων σε περιοχές εγκοπών για στατική και δυναμική φόρτιση. Οι μέθοδοι που θα αναλυθούν είναι αυτές των Thum και Petersen καθώς και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Οι αναλυτικές μέθοδοι αυτές κάνουν εκτενή χρήση του συντελεστή μορφής ενώ η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζεται ως διαδικασία υπολογισμού του συντελεστή μορφής.

2.1 – ΜΕΘΟΔΟΣ THUM

Η μέθοδος υπολογισμού δυναμικής αντοχής κατά THUM είναι ακόμη και σήμερα η περισσότερο εύχρηστη αλλά δίνει περιορισμένης ακρίβειας αποτελέσματα. Η μέθοδος στηρίζεται στα παρακάτω δύο μεγέθη

1. στον συντελεστή εγκοπής β_k
2. στον συντελεστή ευαισθησίας υλικού η_k

Ο συντελεστής εγκοπής β_k , ορίζεται ως ο λόγος του αρχικού ορίου δυναμικής αντοχής $(\sigma_A)_0$ του υλικού για δοκίμιο χωρίς εγκοπή προς το όριο δυναμικής αντοχής $(\sigma_A)_{I0}$ ενός δοκιμίου με εγκοπή. Τα δύο δοκίμια εξ' ορισμού πρέπει να είναι από το ίδιο υλικό, να έχουν κυκλική διατομή, λεία επιφάνεια (δηλαδή τραχύτητα $R_t \leq 1 \mu m$), διάμετρο $d=10 \text{ mm}$ και να καταπονούνται με το ίδιο είδος φόρτισης. Έτσι:

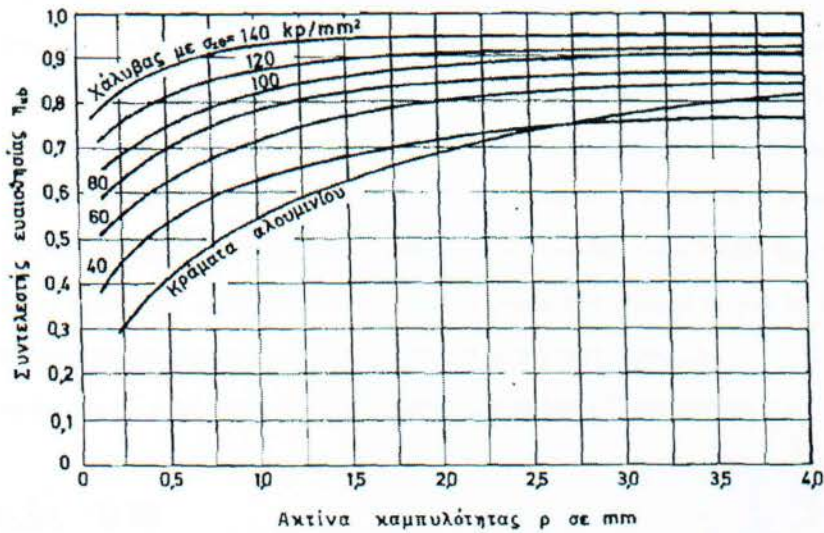
$$\beta_k = \frac{(\sigma_A)_0}{(\sigma_A)_{I0}} \quad (4)$$

Οι τιμές του αρχικού ορίου αντοχής των συνηθέστερων μηχανολογικών υλικών βρίσκονται εύκολα στη βιβλιογραφία. Ο συντελεστής εγκοπής β_k προσδιορίζεται κυρίως πειραματικά για την περίπτωση εναλλασσόμενης φόρτισης. Αν και το μέγεθος της μέσης τιμής της εναλλασσόμενης φόρτισης επιδρά στην τιμή του β_k η επίδραση αυτή θεωρείται αμελητέα. Η τιμή του β_k χρησιμοποιείται προσεγγιστικά για κάθε μορφή δυναμικής καταπόνησης. Ο συντελεστής ευαισθησίας υλικού η_k υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση

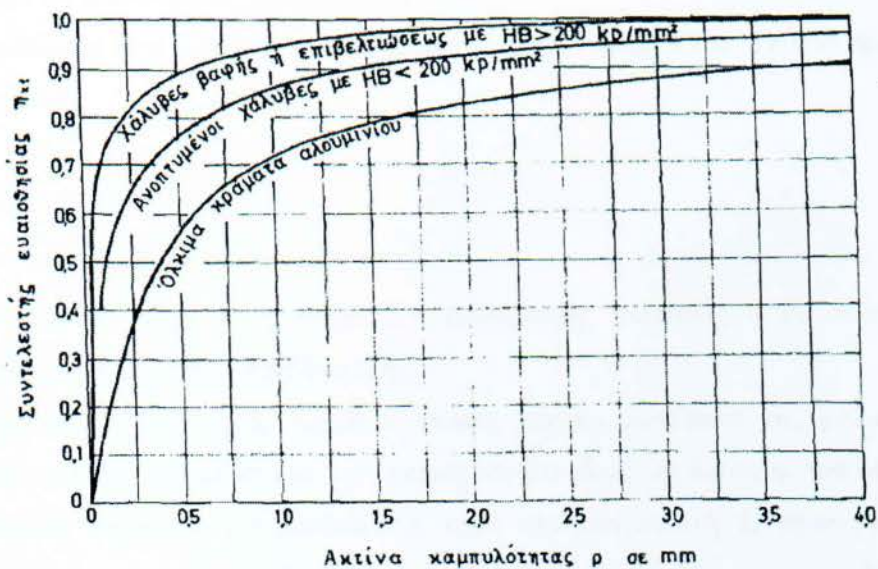
$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1} \quad (5)$$

Ο η_k φαίνεται ότι εξαρτάται από το μέγεθος των συντελεστών εγκοπής β_k και μορφής α_k , άρα εξαρτάται από το υλικό, το είδος φόρτισης και τη μορφή και τη διάσταση της εγκοπής. Το μεγάλο πλήθος παραγόντων που καθορίζουν το συντελεστή ευαισθησίας υλικού κάνουν τον προσδιορισμό της τιμής του αρκετά δύσκολο. Ο συντελεστής

ευαισθησίας προσδιορίζεται πειραματικά όπως φαίνεται στα διαγράμματα των σχημάτων 8 και 9.



Σχήμα 8. Συντελεστής ευαισθησίας $\eta_{\kappa\beta}$ σε κάμψη ή εφελκυσμό για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου



Σχήμα 9. Συντελεστής ευαισθησίας $\eta_{\kappa\beta}$ σε στρέψη για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου

Στα διαγράμματα παρουσιάζεται η μέση τιμή του συντελεστή ευαισθησίας για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου σαν συνάρτηση του ορίου θραύσεως, της ακτίνας καμπυλότητας ρ της εγκοπής και του είδους της φόρτισης. Από τα παραπάνω διαγράμματα που αναφέρονται σε όλκιμα υλικά προκύπτει ότι για μεγάλες ακτίνες καμπυλότητας ($\rho > 4 \text{ mm}$) μιας εγκοπής ο συντελεστής ευαισθησίας τείνει προς τη μονάδα. Επομένως, όταν σε ένα όλκιμο υλικό υπάρχουν αμφιβολίες για τις τιμές των η_k και β_k για να αυξηθεί η ασφάλεια του υπολογισμού αντοχής μπορεί να εκλεγεί η οριακή τιμή $\eta_k = 1$ οπότε και $\beta_k = \alpha_k$. Επίσης, στα ψαθυρά υλικά επειδή ο συντελεστής ευαισθησίας τείνει προς το μηδέν και καθώς δεν υπάρχουν πειραματικά δεδομένα για τη δημιουργία αντίστοιχων διαγραμμάτων μπορεί να εκλεγεί μια μέση τιμή $\eta_k = 0,25$.

Με γνωστό το συντελεστή ευαισθησίας υλικού η_k η σχέση (5) γράφεται:

$$\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1) \quad (6)$$

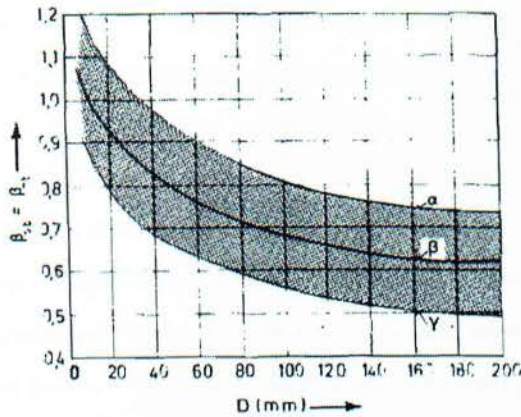
Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι όταν ένα υλικό είναι πολύ ευαίσθητο σε εγκοπές ($\eta_k = 1$) τότε προκύπτει $\beta_k = \alpha_k$. Αντίστοιχα όταν ένα υλικό δεν παρουσιάζει ευαισθησία σε εγκοπές, τότε $\eta_k = 0$ και $\beta_k = 1$.

Το επιτρεπόμενο όριο δυναμικής αντοχής μιας διατομής $(\sigma_A)_{\text{επ}}$ κατά THUM προκύπτει από τη σχέση:

$$(\sigma_A)_{\text{επ}} = (\sigma_A)_{10} \beta_0 \beta_1 \beta_2 \quad (7)$$

Στην παραπάνω σχέση ο β_0 ονομάζεται συντελεστής μεγέθους, ο β_1 συντελεστής επιφάνειας και ο β_2 συντελεστής διατομής.

Ο συντελεστής μεγέθους β_0 λαμβάνει υπόψη του το φαινόμενο της μείωσης της δυναμικής αντοχής του υλικού με την αύξηση του μεγέθους της διατομής του όταν αυτό καταπονείται καμπτικά ή στρεπτικά. Οι τιμές του συντελεστή β_0 έχουν προκύψει πειραματικά και δίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 10 ως συνάρτηση της διαμέτρου της διατομής



Σχήμα 10. Συντελεστής μεγέθους β_{ok} ή β_{ot} για καμπτική ή στρεπτική καταπόνηση.

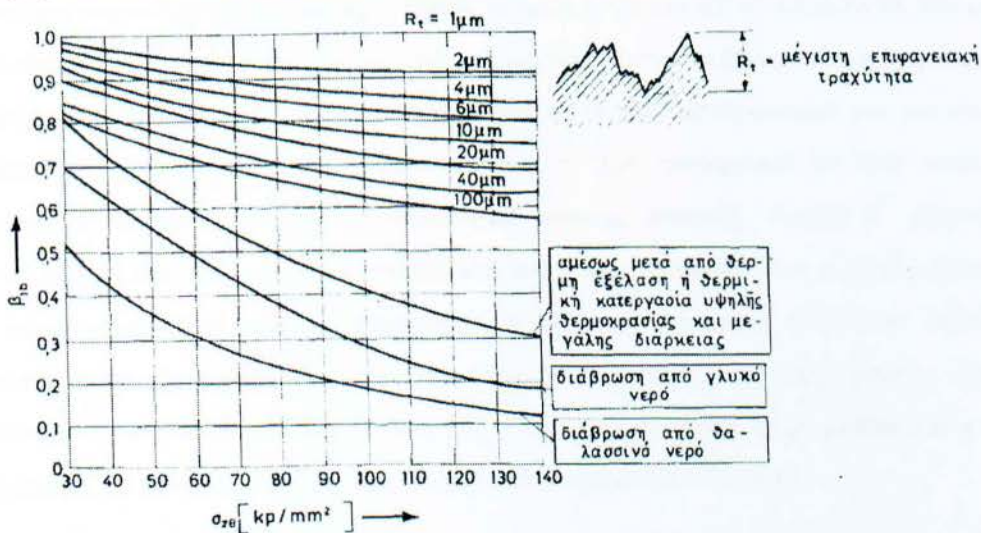
α και γ = Μέγιστη και ελάχιστη διασπορά πειραμάτων.

β = Μέση τιμή συντελεστή που παίρνεται υπόψη στους υπολογισμούς

Σε περίπτωση εφελκυστικής ή θλιπτικής καταπόνησης έχει διαπιστωθεί ότι το μέγεθος της διατομής δεν επηρεάζει αισθητά το όριο της δυναμικής αντοχής και γι' αυτό εκλέγεται $\beta_0 = 1$.

Ο συντελεστής μεγέθους β_1 λαμβάνει υπόψη του το φαινόμενο της μείωσης της δυναμικής αντοχής του υλικού με την αύξηση της επιφανειακής τραχύτητας του υλικού.

Οι τιμές του συντελεστή προκύπτουν από το διάγραμμα του σχήματος 11



Σχήμα 11. Συντελεστής επιφάνειας β_{1b} για δυναμική καμπτική καταπόνηση των χαλύβων.

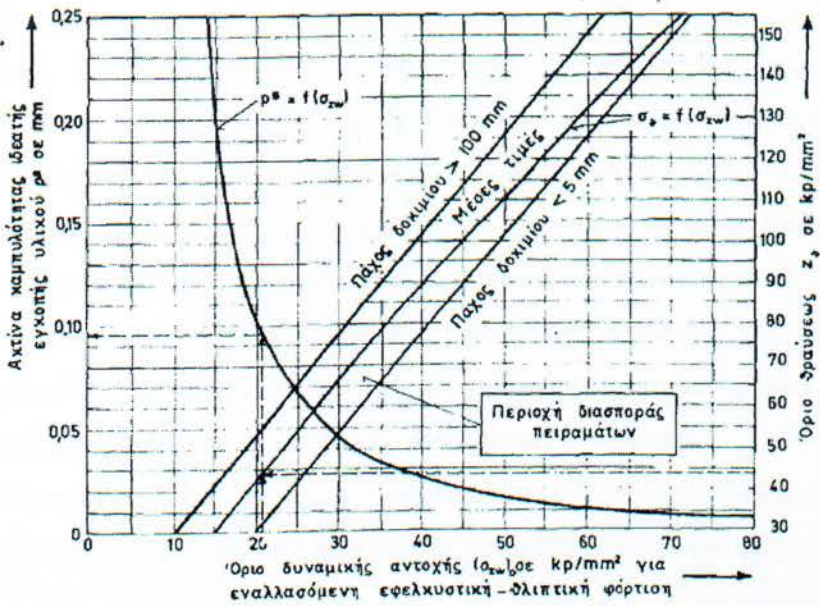
Ο συντελεστής μεγέθους β_2 τέλος λαμβάνει υπόψη του τη μορφή της διατομής. Έτσι για τετραγωνική διατομή που καταπονείται σε δυναμική εφελκυστική/θλιπτική ή καμπτική φόρτιση ο συντελεστής β_2 παίρνει την τιμή 0,8 που σημαίνει ότι το όριο αντοχής του υλικού μειώνεται κατά 20%. Αντίστοιχα, για ελλειπτική διατομή που καταπονείται σε δυναμική κάμψη ο συντελεστής μεγέθους β_2 παίρνει την τιμή 1. Τέλος, για ρομβοειδείς διατομές παρατηρείται αύξηση του ορίου αντοχής κατά 20% και επομένως $\beta_2=1,2$.

Για διατομές που καταπονούνται σε δυναμική στρεπτική φόρτιση δεν υπάρχει αρκετό πειραματικό υλικό και έτσι ο συντελεστής διατομής εκλέγεται $\beta_2=1$.

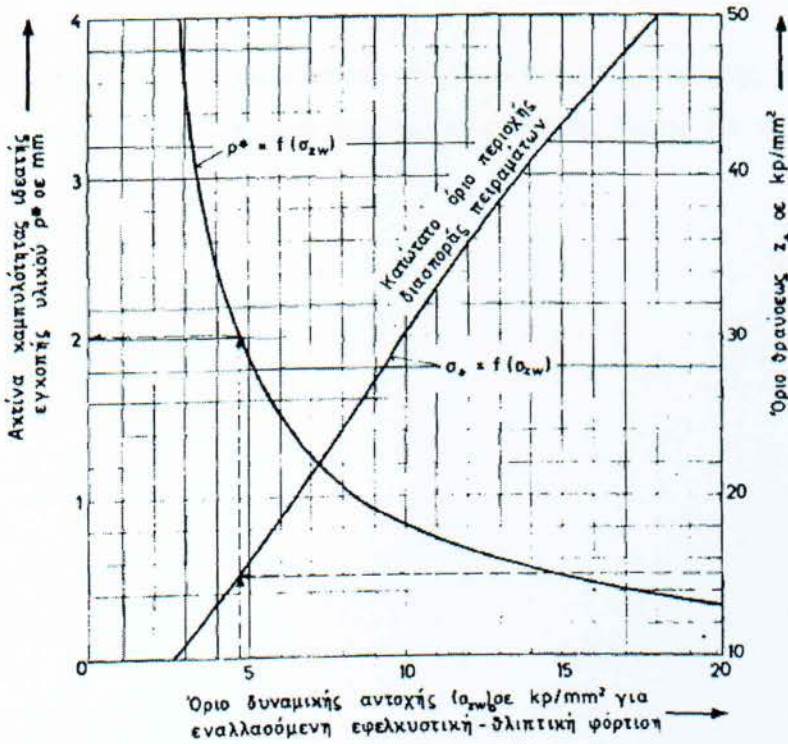
2.2 – ΜΕΘΟΔΟΣ PETERSEN

Η μέθοδος υπολογισμού δυναμικής αντοχής κατά Petersen δίνει αποτελέσματα περισσότερο ακριβή σε σχέση με τη μέθοδο Thum που αναπτύχθηκε στην ενότητα 2.1 και τα αποτελέσματα της έχουν μεγαλύτερη επικάλυψη με τα πειραματικά αποτελέσματα. Στη μέθοδο αυτή γίνεται σαφής διαχωρισμός μεταξύ των φαινομένων της αντιστήριξης, της ευαισθησίας του υλικού σε εγκοπές και της αύξησης της τάσης στον πυθμένα μιας εγκοπής. Για την ανάπτυξη της μεθόδου αρχικά ορίζονται τα μεγέθη:

1. **ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ^*** με την οποία λαμβάνεται υπόψη η ευαισθησία ενός υλικού σε εγκοπές. Με το μέγεθος αυτό λαμβάνονται υπόψη όλες οι εσωτερικές ανομοιογένειες και ατέλειες της δομής του υλικού αθροιστικά σαν μια ιδεατή εξωτερική εγκοπή με ακτίνα καμπυλότητας ρ^* και συγκριτικά με ένα απόλυτα ομοιογενές υλικό. Η ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ^* εξαρτάται αποκλειστικά και μόνο από την κρυσταλλική δομή του υλικού και έτσι $\rho^*=0$ σημαίνει ότι το υλικό έχει τόσο μεγάλες εσωτερικές ανομοιογένειες ώστε δεν είναι καθόλου ευαίσθητο σε εξωτερικές εγκοπές. Η ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού πρέπει να είναι πάντοτε θετική. Η τιμή της ρ^* έχει προσδιοριστεί πειραματικά και η τιμή της μπορεί να εκτιμηθεί από τα διαγράμματα των σχημάτων 12 και 13.



Σχήμα 12. Ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ^* για χάλυβα, χυτοχάλυβα, μαλακτοποιημένο χυτοσίδηρο και χυτοσίδηρο με σφαιροειδή γραφίτη.



Σχήμα 13. Ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού για χυτοσίδηρο με βελονοειδή γραφίτη.

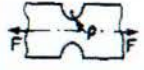
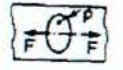
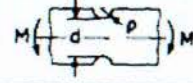
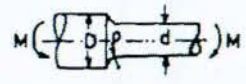
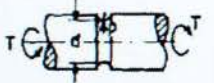
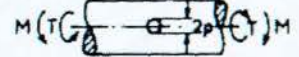
2. **σχετική πτώση τάσης χ** με την οποία λαμβάνεται υπόψη ο συντελεστής αντιστηρίξεως. Όταν ένα κατασκευαστικό στοιχείο χωρίς εγκοπές καταπονείται σε εφελκυσμό, τότε η κατανομή της τάσης σε κάθε διατομή του είναι ισομερής. Όταν το ίδιο στοιχείο φορτιστεί σε κάμψη ή στρέψη τότε η κατανομή της τάσης σε κάθε διατομή είναι ανισομερής. Σε ένα στοιχείο με μια εγκοπή η κατανομή της τάσης στη διατομή του πυθμένα της εγκοπής είναι για κάθε είδος φόρτισης επίσης ανισομερής. Όπως στη στατική έτσι και στην δυναμική φόρτιση η ανισομερής κατανομή της τάσης σε μια διατομή προκαλεί φαινόμενα εγκάρσιας και διαμήκους αντιστηρίξεως όπως και αντιστηρίξεως λόγω τριαξονικής εντατικής κατάστασης του υλικού.

Η αύξηση της αντοχής του υλικού μιας διατομής λόγω του φαινομένου της αντιστήριξης κατά PETERSEN λαμβάνεται υπόψη μέσω της σχετικής πτώσης τάσης σύμφωνα με τη σχέση

$$\chi = \left(\frac{d\sigma/dx}{\sigma} \right)_{\sigma=\sigma_{\text{μεγ}}} \quad (8)$$

Η σχετική πτώση τάσης λαμβάνει υπόψη και το μέγεθος της διατομής. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τύποι υπολογισμού της σχετικής πτώσης τάσης για τις περισσότερες γνωστές μορφές εγκοπών.

Πίνακας 1. Τύποι υπολογισμού σχετικής τάσης χ για διάφορες μορφές εγκοπών.

Είδος φορτίσεως	Μορφή στοιχείου με εγκοπή	$\chi \approx$ σε mm^{-1}	$\chi_{10} \approx$ σε mm^{-1} για $d = 10$	$\chi_0 \approx$ σε mm^{-1} $d \approx 10$ για $\rho \approx \infty$	$\chi_\infty \approx$ για $\rho \approx \infty$
Εφελκυσμός θλίψη	Ορθογωνική διατομή με εξωτερική εγκοπή  Ορθογωνική διατομή με εσωτερική εγκοπή  Κυκλική διατομή με περιφερειακή εγκοπή 	$\chi_r \approx \frac{2}{\rho}$	$\chi_{r10} \approx \frac{2}{\rho}$	$\chi_{r0} = 0$	$\chi_{r\infty} = 0$
Κάμψη	Ορθογωνική διατομή με εξωτερική εγκοπή 	$\chi_b \approx \frac{2}{d} + \frac{2}{\rho}$	$\chi_{b10} \approx 0,2 + \frac{2}{\rho}$	$\chi_{b0} \approx 0,2$	$\chi_{b\infty} \approx \frac{2}{d}$
	Κυκλική διατομή με διαβάθμιση 	$\chi_b \approx \frac{4}{D+d} + \frac{2}{\rho}$			$\chi_{b\infty} \approx \frac{4}{D+d}$
Στρέψη	Κυκλική διατομή με περιφερειακή εγκοπή 	$\chi_t \approx \frac{4}{D+d} + \frac{1}{\rho}$	$\chi_{t10} \approx 0,2 + \frac{1}{\rho}$	$\chi_{t0} \approx 0,2$	$\chi_{t\infty} \approx \frac{4}{D+d}$
	Κυκλική διατομή με διαμήκη εγκοπή 	$\chi_t \approx \frac{2}{d}$			$\chi_{t\infty} \approx \frac{2}{d}$
Κάμψη	Κυκλική διατομή με εγκάρσια οπή	$\chi_b \approx \frac{4}{\rho}$	$\chi_{b10} \approx \frac{4}{\rho}$	$\chi_{b0} = 0$	$\chi_{b\infty} = 0$
Στρέψη		$\chi_t \approx \frac{3}{\rho}$	$\chi_{t10} \approx \frac{3}{\rho}$	$\chi_{t0} = 0$	$\chi_{t\infty} \approx 0$

¹¹ Για εφελκυσμό ισχύει ότι και για κυκλική διατομή με περιφερειακή εγκοπή.

Με τη βοήθεια της ακτίνας καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ^* και της σχετικής πτώσης τάσης υπολογίζεται ο συντελεστής δυναμικής αντιστηρίξεως δ_A σύμφωνα με τη σχέση

$$\delta_A = 1 + \sqrt{\rho^* x} \quad (9)$$

Ο συντελεστής δυναμικής αντιστήριξης δ_A ορίζεται ως ο λόγος του ορίου δυναμικής αντοχής σ_A μιας διατομής με εγκοπή τυχαίας διαμέτρου και τυχαίας φόρτισης ως προς το όριο δυναμικής αντοχής $(\sigma_{zA})_0$ δοκιμίου διαμέτρου $d=10$ mm χωρίς εγκοπή ($\rho = \infty$) το οποίο καταπονείται σε εφελκυσμό όπως φαίνεται στη σχέση 10.

$$\delta_A = \frac{\sigma_A}{(\sigma_{zA})_0} \quad (10)$$

Βασική παραδοχή του ορισμού δυναμικής αντιστήριξης είναι τόσο το υπό εξέταση κατασκευαστικό στοιχείο για το οποίο υπολογίζεται το όριο δυναμικής αντοχής όσο και το δοκίμιο από το οποίο προσδιορίζεται το αρχικό όριο δυναμικής αντοχής σε εφελκυσμό πρέπει να είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, να έχουν λεία επιφάνεια ($R_z \leq 1 \mu\text{m}$) και να έχουν κυκλική διατομή. Από τα παραπάνω το επιτρεπόμενο όριο δυναμικής αντοχής $(\sigma_A)_{\text{επ}}$ ενός κατασκευαστικού στοιχείου με εγκοπή κατά PETERSEN υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$(\sigma_A)_{\text{επ}} = \sigma_A \beta_1 \beta_2 = (\sigma_{zA})_0 \delta_A \beta_1 \beta_2 \quad (11)$$

Στον υπολογισμό κατά PETERSEN δεν λαμβάνεται άμεσα ο συντελεστής μεγέθους β_0 όπως στη μέθοδο THUM. Η επίδραση του μεγέθους της διατομής λαμβάνεται έμμεσα καθώς εμπεριέχεται στον συντελεστή αντιστηρίξεως δ_A . Οι συντελεστές β_1 και β_2 είναι οι συντελεστές επιφάνειας και μεγέθους αντίστοιχα όπως αναπτύχθηκαν στην ενότητα 2.1. Το σημαντικότερο ίσως μειονέκτημα της μεθόδου PETERSEN είναι ότι για τον υπολογισμό αντοχής πρέπει για κάθε υλικό, για κάθε εγκοπή αλλά και για κάθε διάσταση

μιας εγκοπής να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα αντοχής της συγκεκριμένης διατομής. Το γεγονός αυτό αποτελεί σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου καθώς έτσι αυξάνεται ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος αλλά και μειώνεται η αριθμητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων λόγω των σχεδιαστικών σφαλμάτων που μπορούν να προκύψουν. Σε περίπτωση δυναμικής καταπόνησης η τάση εγκοπής είναι ίδια με αυτήν που αναπτύσσεται σε στατική καταπόνηση

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\kappa} = \alpha_{\kappa} \sigma_{ov} \quad (12)$$

Ο συντελεστής εγκοπής β_{κ} υπολογίζεται από τη σχέση

$$\beta_{\kappa} = \alpha_{\kappa} \frac{1 + \sqrt{\rho^* \chi_{\infty}}}{1 + \sqrt{\rho^* \chi}} \quad (13)$$

Όπου χ_{∞} είναι η τιμή του χ για $\rho^* = \infty$

2.3 – ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι μια αριθμητική διαδικασία για την προσεγγιστική επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε από την ανάγκη της επίλυσης των αναλυτικών διαφορικών εξισώσεων σύνθετων τεχνικών προβλημάτων όπου οι καταπονήσεις αλλά και η γεωμετρία της κατασκευής είναι εξαιρετικά περίπλοκες. Τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι αρκετά αξιόπιστα, ενώ η ακρίβειά τους εξαρτάται έντονα από την εμπειρία του αναλυτή μηχανικού. Το σημαντικότερο ίσως μειονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η μεγάλη απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ, ιδίως όταν αυτή εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα προσομοίωσης μηχανικών ή φυσικών φαινομένων. Το πρόβλημα αυτό έχει ελαχιστοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό τα τελευταία χρόνια καθώς η ραγδαία

τεχνολογική εξέλιξη των υπολογιστών έχει αυξήσει την υπολογιστική ισχύ σε σημαντικό βαθμό.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αρχικά αναπτύχθηκε τη δεκαετία του 40' στην περιοχή της αεροναυπηγικής και των κατασκευών γεφυρών και φραγμάτων. Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι το 'σπάσιμο' μιας πολύπλοκης γεωμετρικής κατασκευής σε ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων γνωστής γεωμετρίας και μηχανικών ιδιοτήτων. Το πλήθος των στοιχείων αυτών είναι ανάλογο της ακρίβειας των τελικών αποτελεσμάτων αλλά και ανάλογο του χρόνου επίλυσης. Ως αριθμητική διαδικασία η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί εξέλιξη των μητρικών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων [7]. Σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της έπαιξαν πολύ ερευνητές.

Ο Zienkiewicz πρωτοπόρος της εξέλιξης της μεθόδου ανέπτυξε διάφορες διαδικασίες διακριτοποίησης της γεωμετρίας σε πλήθος διακριτών στοιχείων οι οποίες και ονομάστηκαν γεννήτριες πεπερασμένων στοιχείων. Παράλληλα, ερευνητές όπως οι Reylaigh, Ritz και Galerkin πρωτοδιατύπωσαν μεθόδους επίλυσης διακριτών προβλημάτων με τη βοήθεια των πεπερασμένων διαφορών, μέθοδος που αποτέλεσε τον προκάτοχο και το αρχικό στάδιο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Τη δεκαετία του 50' οι Αργύρης και Clough κατέστρωσαν το μαθηματικό υπόβαθρο της μεθόδου με τρόπο που ελάχιστα έχει αλλάξει μέχρι σήμερα.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στη μορφή που είναι ευρέως γνωστή σήμερα για να εφαρμοστεί απαιτεί τα παρακάτω τέσσερα στάδια:

1. Εισαγωγή της γεωμετρίας της κατασκευής και των φυσικών ιδιοτήτων των υλικών σε πρόγραμμα CAD και δημιουργία τρισδιάστατου μοντέλου.
2. Χωρισμός του μοντέλου σε πεπερασμένα στοιχεία και καθορισμός οριακών συνθηκών φόρτισης. (Pre Processing)
3. Επίλυση του προβλήματος (Solving)
4. Απεικόνιση και αποτίμηση των αποτελεσμάτων (Post Processing)

Συνήθως μετά την αποτίμηση των αποτελεσμάτων ακολουθεί κάποιο στάδιο επανασχεδιασμού ενός ή περισσότερων τεμαχίων της κατασκευής και επανέλεγχος.

Σήμερα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βρίσκει χρήση σε πολύ μεγάλο εύρος εφαρμογών. Τυπικότερα παραδείγματα αποτελούν η αεροπορική βιομηχανία, η

βιομηχανία αυτοκινήτων, η βιοιατρική αλλά και η μετεωρολογία. Στο εμπόριο διατίθεται μεγάλος αριθμός εμπορικών εφαρμογών που καλύπτουν όλα ή κάποια από τα απαραίτητα βήματα της μεθόδου. Τα εμπορικά αυτά πακέτα παρέχουν σημαντικά εργαλεία στους μηχανικούς για την βελτιστοποίηση των κατασκευών. Μια από τις σημαντικότερες δυνατότητες των σύγχρονων εφαρμογών είναι η δυνατότητα παραμετρικής σχεδίασης και ανάλυση, δηλαδή η δυνατότητα μεταβολής μίας ή και περισσότερων διαστάσεων της κατασκευής και η άμεση επίλυση της χωρίς την ανάγκη ολικού επανασχεδιασμού. Η παραμετρική σχεδίαση επιταχύνει το χρόνο σχεδίασης και ελέγχου σε σημαντικό βαθμό κάτι που αποτελεί σημαντικό κριτήριο στη βιομηχανία.

Στην παρούσα εργασία. Η παραμετρική γεωμετρική περιγραφή της κατασκευής, ο διαχωρισμός σε πεπερασμένα στοιχεία, η επίλυση και η ανάλυση των αποτελεσμάτων θα γίνουν με τη βοήθεια της εμπορικής εφαρμογής SolidWorks.

3. – ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

3.1. – ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

Λόγω του μεγάλου πλήθους σχεδιαστικών παραλλαγών κάθε εγκοπής που θα πρέπει να αναλυθεί στην παρούσα εργασία, ο σχεδιασμός έγινε παραμετρικά. Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την σχεδίαση ήταν ο λόγος της ακτίνας καμπυλότητας της εγκοπής προς την εξωτερική διάμετρο λείου κυλίνδρου ρ/d και ο λόγος της εξωτερικής διαμέτρου λείου κυλίνδρου προς την εξωτερική διάμετρο του κυλίνδρου με εγκοπή d/D . Αρχικά αποφασίστηκε ότι κύλινδρος με εξωτερική διάμετρο $d=10\text{ mm}$ και μήκος $l=50\text{ mm}$ θα αποτελεί το δοκίμιο ελέγχου. Έτσι για την απεικόνιση της γεωμετρίας των εγκοπών σχεδιάστηκαν κυλινδρικά δοκίμια μήκους 50 mm . Η εξωτερική διάμετρος του κάθε κυλινδρικού δοκιμίου καθορίστηκε από τις γεωμετρικές παραμέτρους της εγκοπής έτσι ώστε η ελάχιστη διατομή στην περιοχή της εγκοπής να αντιστοιχεί στη διατομή του δοκιμίου ελέγχου.

Αρχικά επιλεχθήκαν 6 τιμές για το λόγο ρ/d της ακτίνας καμπυλότητας της εγκοπής προς την εξωτερική διάμετρο λείου κυλίνδρου για κάθε μορφή εγκοπής και κάθε είδος καταπόνησης. Με τον τρόπο αυτό και για σταθερή διάμετρο d υπολογίστηκαν 6 τιμές για την ακτίνα καμπυλότητας κάθε εγκοπής. Στη συνέχεια για κάθε μορφή εγκοπής και κάθε είδος φόρτισης επιλέχθηκαν λόγοι d/D όπως φαίνεται στον συγκεντρωτικό πίνακα 2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2. – ΣΥΝΔΙΑΣΜΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

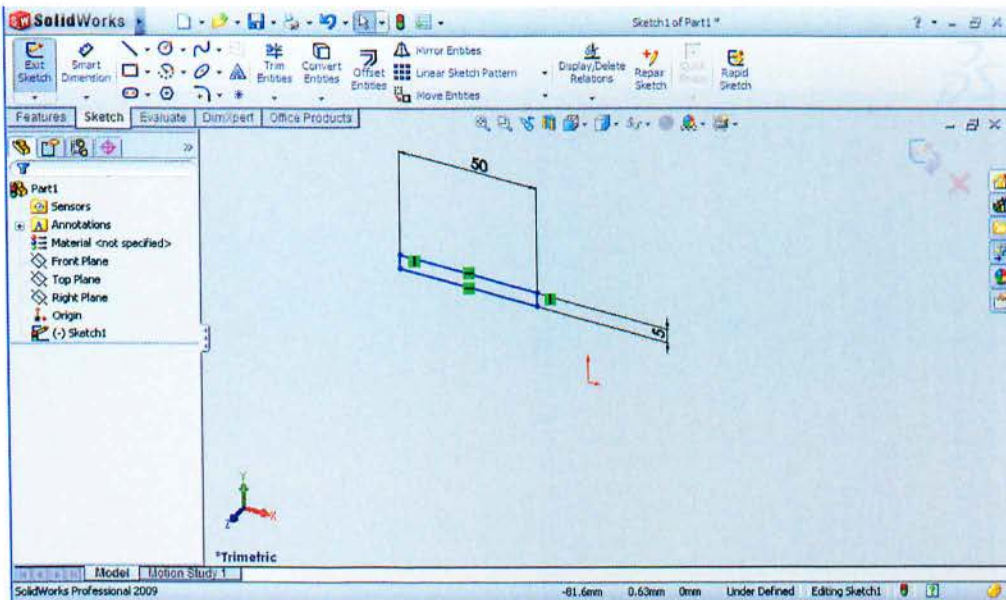
	ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ		ΚΑΜΨΗ		ΣΤΡΕΨΗ	
	ΕΓΚΟΠΗ 1	ΕΓΚΟΠΗ 2	ΕΓΚΟΠΗ 1	ΕΓΚΟΠΗ 2	ΕΓΚΟΠΗ 1	ΕΓΚΟΠΗ 2
d/D	1.02	1.02	1.02	1.02	1.09	1.02
	1.05	1.05	1.05	1.05	1.2	1.05
	1.1	1.1	1.1	1.5	1.33	1.5
	1.5	1.5	1.5		2	

όπου

Εγκοπή 1: κυκλική διατομή με διαβάθμιση και καμπυλότητα στην περιοχή της διαβάθμισης

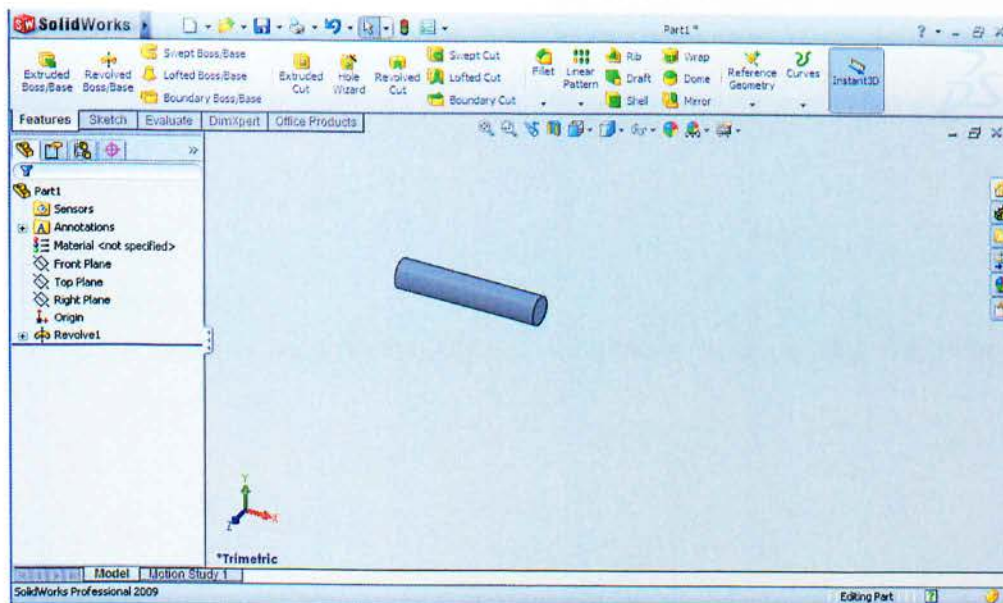
Εγκοπή 2: κυκλική διατομή με περιφερειακό αυλάκι

Ο σχεδιασμός κάθε κυλινδρικού τεμαχίου έγινε με τη βοήθεια ενός 2D-Sketch στο XY επίπεδο όπου παραμετροποιήθηκαν οι διαστάσεις της εγκοπής και στη συνέχεια με τη χρήση της function revolve ώστε ο κύλινδρος να προκύψει από εκ περιστροφής γεωμετρία. Τα αρχεία με κατάληξη .sldprt, δηλαδή τα τρισδιάστατα κυλινδρικά τεμάχια αρχειοθετήθηκαν κατάλληλα για ευκολότερη διαχείριση. Στο σχήμα 14 παρουσιάζεται ένα snapshot από τη διαδικασία σχεδίασης σε 2D Sketch



Σχήμα 14. Σχεδιασμός με τη χρήση του λογισμικού SolidWorks

Στη συνέχεια το 2D-Sketch μετατράπηκε σε τρισδιάστατο 3D-Solid αντικείμενο με τη βοήθεια της λειτουργίας revolve. Με την revolve δίνεται η δυνατότητα δημιουργίας τρισδιάστατων εκ περιστροφής αντικειμένων. Τα κυλινδρικά τεμάχια της παρούσας εργασίας μετά το διδιάστατο σχεδιασμό τους (2D-Sketch) μετατράπηκαν σε τρισδιάστατα στέρεα αντικείμενα (3D Solids) με άξονα περιστροφής τον άξονα συμμετρίας τους (παράλληλος του άξονα x όπως φαίνεται στο σχήμα 14). Τέλος, στο στερεό δόθηκαν ιδιότητες μάζας και υλικού. Σημαντική ήταν η βοήθεια της δυνατότητας παραμετρικής σχεδίασης που παρέχει το software Solidworks. Με τη βοήθεια αυτής της φιλοσοφίας σχεδίασης κάθε τεμάχιο με διαφορετικούς λόγους p/d και D/d σχεδιάστηκε από το ίδιο sketch μετά από κατάλληλη τροποποίηση των αρχικών διαστάσεων και το τελικό τρισδιάστατο τεμάχιο αποθηκεύτηκε ως ξεχωριστό τεμάχιο με κατάλληλη κωδική ονομασία ώστε να προσδιορίζονται οι γεωμετρικές του ιδιότητες. Στο σχήμα 15 παρουσιάζεται η τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού τεμαχίου μετά τη χρήση της revolve.



Σχήμα 15. Τρισδιάστατη απεικόνιση του αντικειμένου στο Solidworks

3.2 – ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Για τη μοντελοποίηση των κυλινδρικών δοκιμών έγινε χρήση του εργαλείου Simulation του λογισμικού Solidworks. Το εργαλείο αυτό επιτρέπει την ανάλυση τεμαχίων ή και συναρμολογημένων διατάξεων σε στατικές καταπονήσεις. Αρχικά λοιπόν καθορίστηκαν οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού των κυλινδρικών δοκιμών. Ως υλικό επιλέχθηκε μαλακός χάλυβας με όριο ροής $\sigma_y = 220 \text{ N/mm}^2$. Το όριο ροής του υλικού δεν παίζει ιδιαίτερο ρόλο στην ανάλυση καθώς αυτή είναι γραμμική, δηλαδή το υλικό βρίσκεται συνεχώς στην ελαστική περιοχή.

Για τον υπολογισμό του συντελεστή μορφής α_k πρέπει αρχικά να υπολογισθεί η ονομαστική τάση σ_{ov} του λείου κυλίνδρου για κάθε φόρτιση. Παρακάτω δίνονται τα μεγέθη φόρτισης του κυλίνδρου που επιλέχθηκαν.

Εφελκυσμός

Για εφελκυστική δύναμη $F = 10000 \text{ N}$ υπολογίζεται η ονομαστική τάση σύμφωνα με τη σχέση 14

$$\sigma_{ov} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad (14)$$

$$\sigma_{ov} = 127.324 \, N/mm^2$$

Κάμψη

Για καμπτική ροπή $M=10000N/mm^2$ υπολογίζεται η ονομαστική τάση σύμφωνα με τη σχέση 15

$$\sigma_{ov} = \frac{M}{\frac{\pi d^3}{32}} \quad (15)$$

$$\sigma_{ov} = 101.86 \, N/mm^2$$

Στρέψη

Για στρεπτική ροπή $T=5000N/mm^2$ υπολογίζεται η ονομαστική τάση σύμφωνα με τη σχέση 15

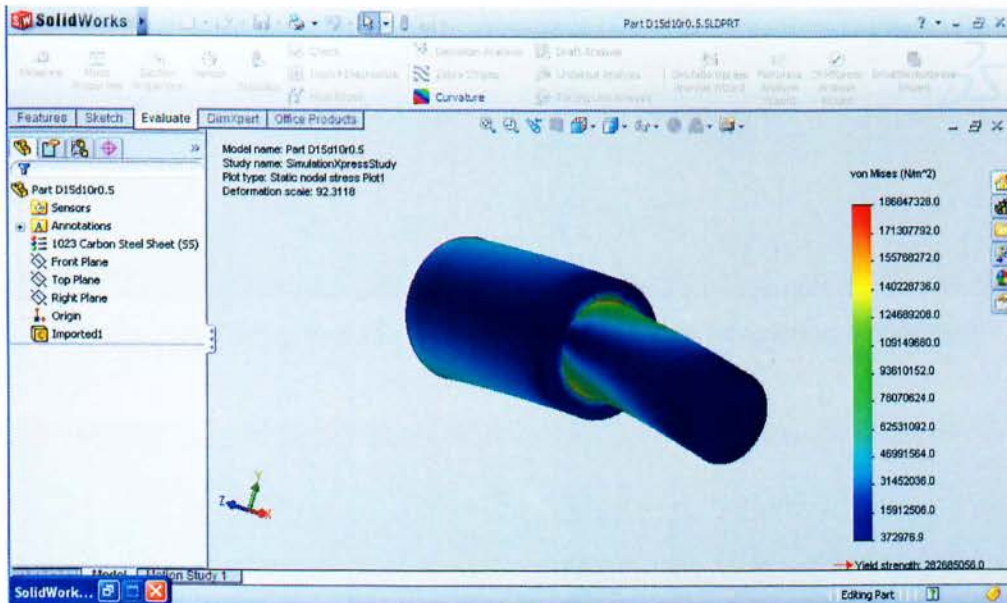
$$\sigma_{ov} = \frac{T}{\frac{\pi d^3}{16}} \quad (16)$$

$$\sigma_{ov} = 101.86 \, N/mm^2$$

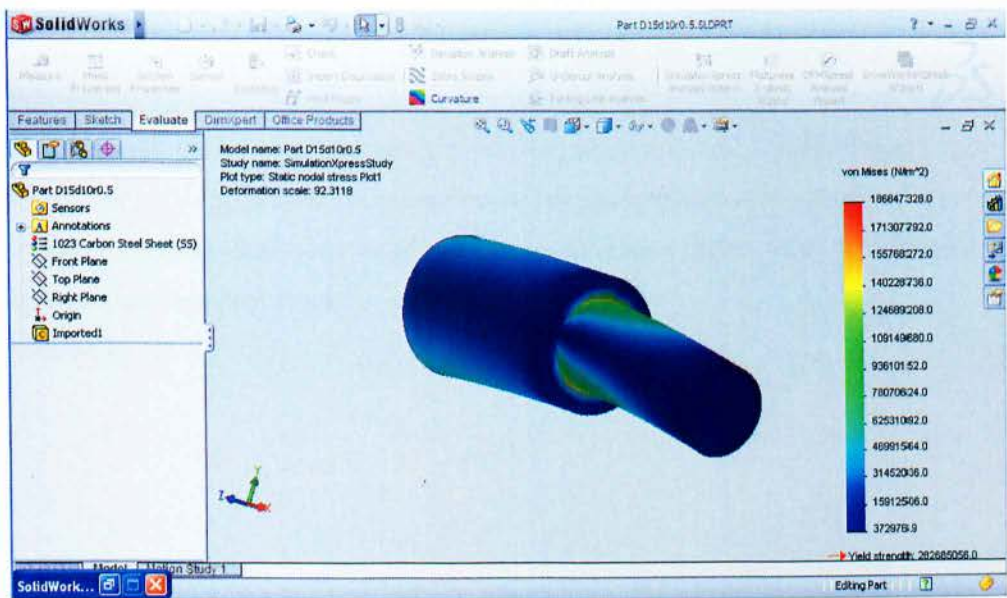
Οι τιμές αυτές των τάσεων χρησιμοποιήθηκαν για τη σύγκριση των τάσεων στα δοκίμια με εγκοπή.

Κάθε δοκίμιο χωρίστηκε στο μέγιστο δυνατό πλήθος πεπερασμένων στοιχείων. Το Solidworks δίνει τη δυνατότητα πύκνωσης του πλέγματος επιλέγοντας αυτό να είναι 100% fine. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει πλέγμα με περίπου 80000 χωρικά πεπερασμένα στοιχεία. Το μέγιστο δυνατό πλήθος στοιχείων επιλέχθηκε ώστε να προσδιορισθούν καλύτερα οι κατά πολύ μικρότερες διαστάσεις της εγκοπής σε σχέση με

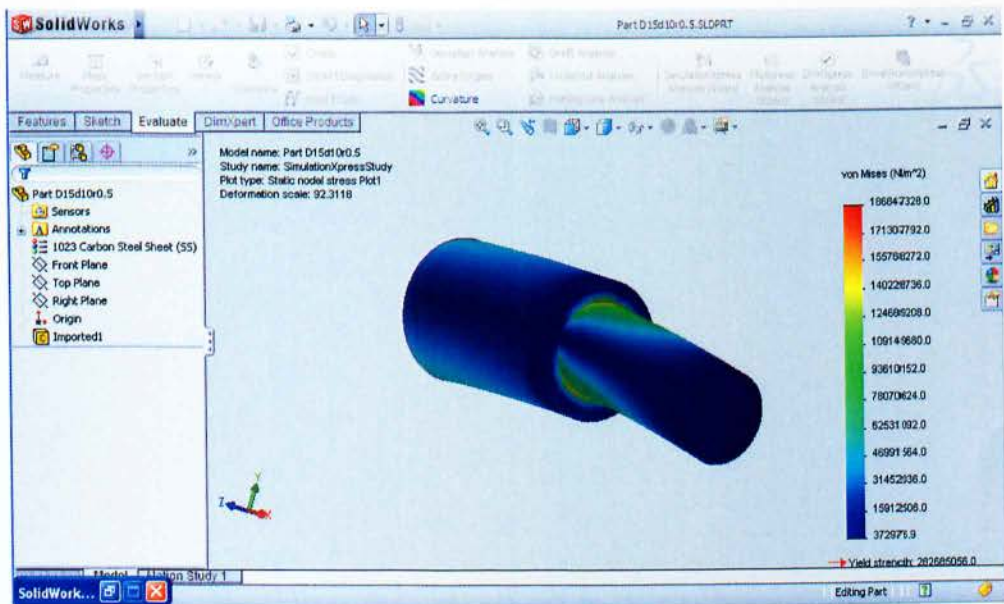
αυτές του συνολικού τεμαχίου, ειδικά στις περιοχές όπου η ακτίνα καμπυλότητας ήταν μικρή. Ο υπολογιστικός χρόνος ήταν της τάξης μερικών λεπτών κάτι που έκανε τη διαδικασία επίλυσης ιδιαίτερα αποδοτική ως προς το χρόνο. Στο σχήμα 16α, 16β παρουσιάζονται εικόνες από την παρουσίαση των τάσεων κατά Von Mises δοκιμίου με εγκοπή διαβάθμισης (εγκοπή 1) σε εφελκυστική και καμπτική φόρτιση αντίστοιχα.



Σχήμα 16α. Τάσεις Von Mises για καμπτική φόρτιση δοκιμίου με διαβάθμιση



Σχήμα 16β. Τάσεις Von Mises για καμπτική φόρτιση δοκιμίου με διαβάθμιση



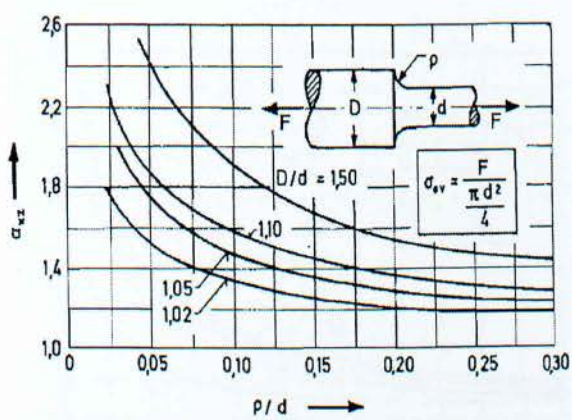
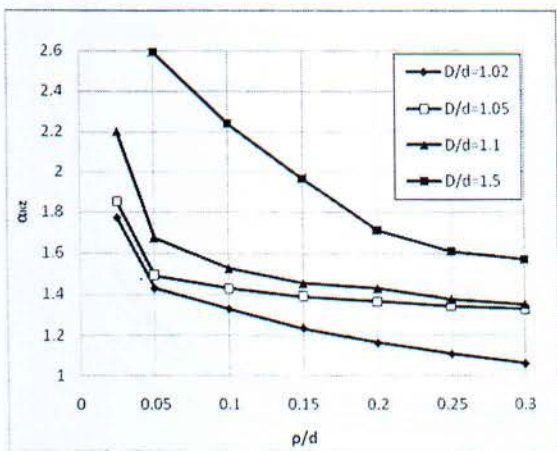
Σχήμα 16γ. Τάσεις Von Mises για καμπτική φόρτιση δοκιμίου με διαβάθμιση

4. – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τον υπολογισμό των τάσεων για όλες τις παραλλαγές των δύο εγκοπών και για κάθε φόρτιση προέκυψαν τα παρακάτω διαγράμματα συντελεστή μορφής a_k . Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα διαγράμματα των συντελεστών μορφής που προέκυψαν υπολογιστικά και πειραματικά.

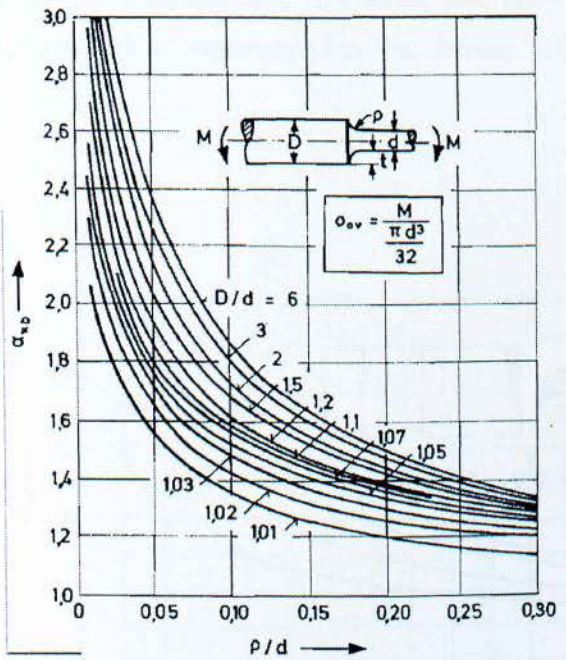
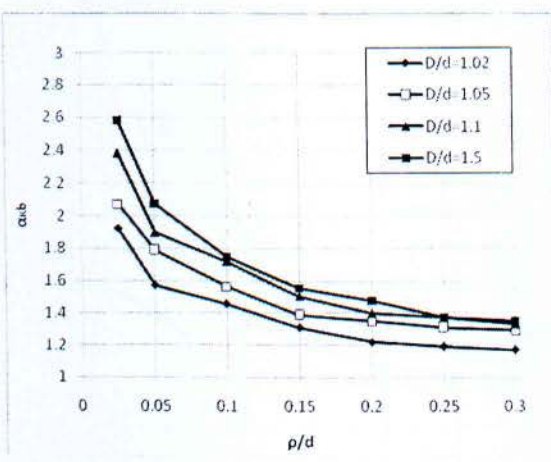
Αναλυτικότερα:

Εγκοπή 1.



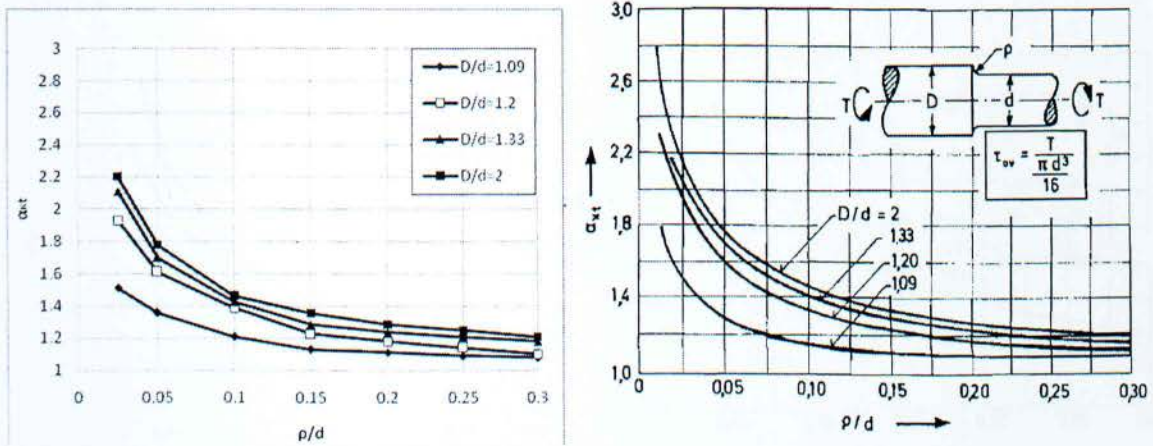
Σχήμα 17 - Συντελεστής μορφής εγκοπής 1 σε εφελκυσμό

Στο διάγραμμα 17 οι τιμές του συντελεστή μορφής όπως υπολογίστηκαν με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έχουν απόκλιση από τις πειραματικές κυρίως σε μεγάλους λόγους ρ/d και μεγάλους λόγους D/d .



Σχήμα 18- Συντελεστής μορφής εγκοπής 1 σε κάμψη

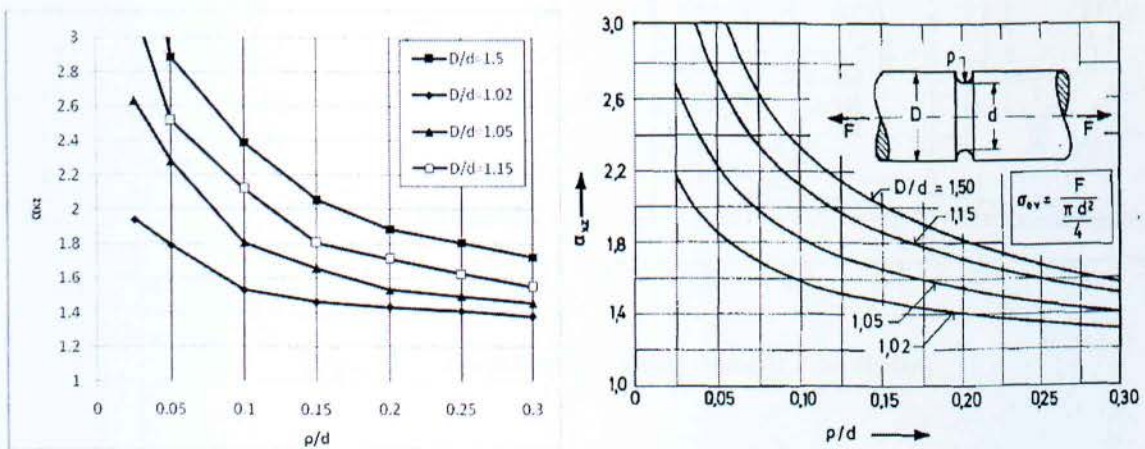
Οι υπολογισμένες τιμές του διαγράμματος 18 έχουν πολύ καλή επικάλυψη με τις πειραματικές τιμές.



Σχήμα 19 - Συντελεστής μορφής εγκοπής 1 σε στρέψη

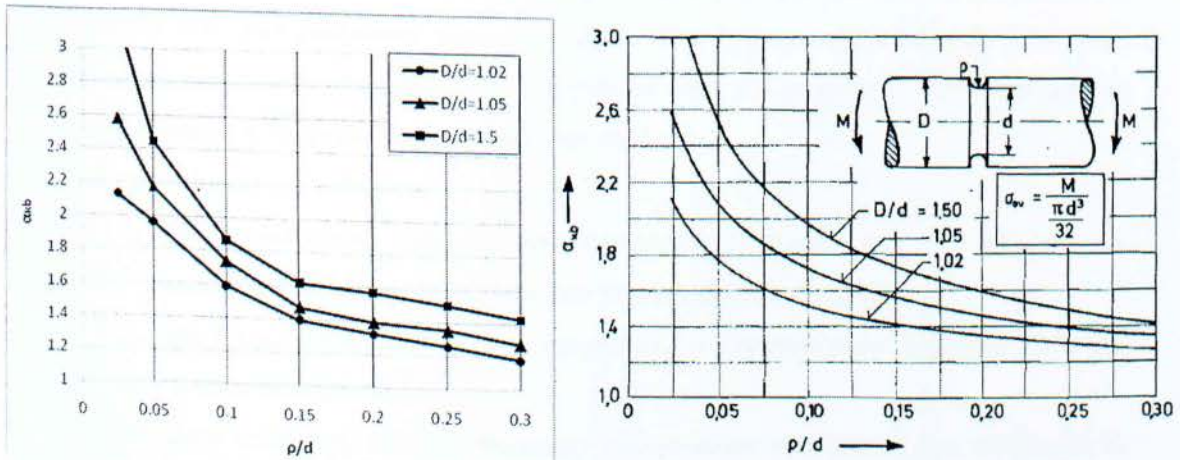
Συνοψίζοντας, οι υπολογισμένες τιμές του συντελεστή μορφής για την εγκοπή 1 και για κάθε περίπτωση φόρτισης βρέθηκαν ελαφρώς χαμηλότερες από αυτές που έχουν προκύψει πειραματικά. Σημαντικότερες αποκλίσεις παρατηρήθηκαν για λόγους ρ/d μεγαλύτερους από 0,25.

Εγκοπή 2.



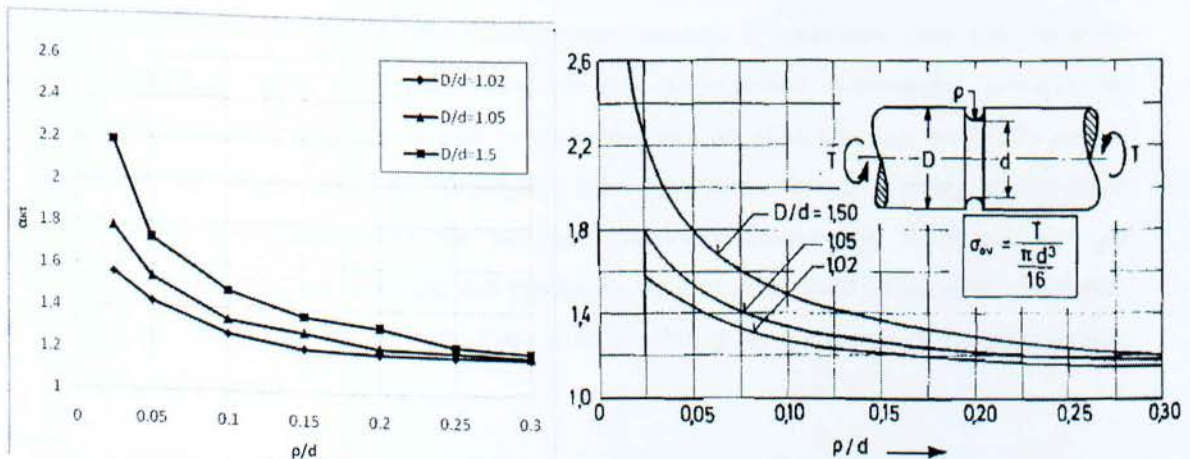
Σχήμα 20 - Συντελεστής μορφής εγκοπής 2 σε εφελκυσμό

Οι υπολογισμένες τιμές του διαγράμματος 20 έχουν πολύ καλή επικάλυψη με τις αντίστοιχες πειραματικές.



Σχήμα 21 - Συντελεστής μορφής εγκοπής 2 σε κάμψη

Στο διάγραμμα 21 οι υπολογισμένες με FEM τιμές του συντελεστή μορφής έχουν μικρή απόκλιση από τις πειραματικές κυρίως σε μεγάλους λόγους ρ/d και μεγάλους λόγους D/d .



Σχήμα 22 - Συντελεστής μορφής εγκοπής 2 σε στρέψη

Οι τιμές του συντελεστή μορφής του διαγράμματος 22 έχουν πολύ καλή επικάλυψη. Συνολικά οι υπολογισμένες τιμές του συντελεστή μορφής για την εγκοπή 2 και για κάθε

περίπτωση φόρτισης είχαν μικρότερες αποκλίσεις σε σύγκριση με αυτές που έχουν προκύψει πειραματικά σε σχέση με την εγκοπή 1. Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι η μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή μορφής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του λογισμικού Solidworks οδηγεί σε ελαφρός εσφαλμένα αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που προκύπτουν από πειραματικές διαδικασίες. Οι διαφορές αυτές οφείλονται κυρίως:

από την πλευρά της μεθόδου:

1. στις εσωτερικές ατέλειες των πραγματικών υλικών που δεν μπορούν να μοντελοποιηθούν με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων
2. στην εξωτερική επιφανειακή τραχύτητα των πραγματικών τεμαχίων λόγω του τρόπου κατεργασίας.
3. Στην επίδραση πιθανών θερμικών κατεργασιών στις οποίες έχει υποβληθεί το πραγματικό υλικό

Από την πλευρά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε

1. Στη μη δυνατότητα ελέγχου της ποιότητας του πλέγματος
2. Στη μη δυνατότητα τοπικής πύκνωσης του πλέγματος σε περιοχές ενδιαφέροντος

Συνοψίζοντας, από την παρούσα εργασία προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο συντελεστής μορφής μπορεί να υπολογισθεί με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων με κάποιο μικρό σφάλμα στα τελικά αποτελέσματα. Η απόκλιση αυτή των τιμών σε σύγκριση με τιμές που έχουν προκύψει από πειραματικές διαδικασίες οφείλεται σε παράγοντες που εξαρτώνται από τη φύση του υλικού αλλά και από τον τρόπο με τον οποίο το υλικό και η γεωμετρία του μοντελοποιούνται. Χρήση περισσότερο εξειδικευμένων λογισμικών θα επέτρεπαι καλύτερο έλεγχο του πλέγματος και του τρόπου φόρτισης και στήριξης των τεμαχίων. Με τον τρόπο αυτό το ποσοστό σφάλματος των τελικών αποτελεσμάτων θα ήταν πολύ μικρότερο και η ταύτιση με τις πειραματικές τιμές καλύτερη.

5. – ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ρ. Γραικούσης – Στοιχεία Μηχανών Ι, Εκδόσεις Γιαχούδη, 1983
2. W. Schutz – A history of fatigue, Engineering Fracture Mechanics Vol 54, No. 2, 1996
3. A. Wöhler – Über die Festigkeits-Versuche mit Eisen und Stahl. Zeitschrift für Bauwesen, 1870
- 4 A. Thum – Festigkeitprüfung bei schwingender Beanspruchung. Siebel, Handbuch der Werkstoffprüfung, Verlag Springer Berlin, 1939
5. R. E. Peterson, Stress Concentration Factors, John Wiley & Sons, 1974
6. J. E. Shigley – C. R. Mischke – Standard handbook of machine design, 2nd Ed, McGraw Hill, 1996
7. J. Fish, T. Belytschko – A first course in finite elements, Wiley, 2007

