

**ΑΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ**

**ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**

**ΡΑΛΛΗΣ ΠΑΝΑΓΗΣ**

**ΑΜ 15136**

**ΤΙΤΛΟΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ**

**ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ**



**ΑΝΩΤΑΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΚΑΤΣΟΥΛΕΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

## **ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Ράλλης Παναγής, του Ιωάννη, φοιτητής του Τμήματος Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής, του Α.Ε.Ι. Πειραιά Τ.Τ., πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω :

«Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογοκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε, ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα, σε περίπτωση που το Ίδρυμα του έχει απονείμει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφασή της, μετά από αίτηση του ενδιαφερομένου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση Π.Ε με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε πρέπει να ολοκληρωθεί εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού βμήνου από την ημερομηνία ανάθεσής της. Κατά τα λοιπά εφαρμόζονται τα προβλεπόμενα στο άρθρου 18, παρ. 5 του ισχύοντος Εσωτερικού Κανονισμού.»

Ο Δηλών

**Ράλλης Παναγής**

Ημερομηνία

**4/4/2017**

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κατσουλέα για την πολύτιμη βοήθεια του καθ' όλη την διάρκεια εκπόνησης της πτυχιακής εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και του γονείς μου για την στήριξη τους για όλα αυτά τα χρόνια.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία ασχολείται με την ανάλυση της θεωρίας διαχείρισης χαρτοφυλακίου ενός επενδυτή. Επιπρόσθετα, έγινε μια πρακτική εφαρμογή της διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου με τυχαία επιλεγμένες μετοχές που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.

Συγκεκριμένα: στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στην διαχείριση χαρτοφυλακίου και στην σημαντικότητα της στην σημερινή εποχή.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο δίνονται οι ορισμοί της επένδυσης, της απόδοσης και του κινδύνου της επένδυσης καθώς γίνεται και μια ανάλυση του χρηματοοικονομικού μας συστήματος.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της θεωρίας χαρτοφυλακίου με την οποία υπολογίζονται οι αποδόσεις, οι κίνδυνοι του και επιλέγεται από τον επενδυτή το άριστο χαρτοφυλάκιο.

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία της γραμμής της κεφαλαιαγοράς η οποία αποτελεί μια προέκταση της θεωρίας χαρτοφυλακίου Markowitz που αναλύεται στο 2<sup>ο</sup> κεφαλαίο.

Στο κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> περιλαμβάνει την πρακτική εφαρμογή της θεωρίας των προηγουμένων κεφαλαίων της διαχείρισης χαρτοφυλακίου με μετοχές από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, καθώς και η ανάλυση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής.

Τέλος, στο 6<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναλύονται τα συμπεράσματα της πτυχιακής που προέκυψαν.

Λέξεις κλειδιά: επενδυτής, επένδυση, απόδοση, κίνδυνος, χαρτοφυλάκιο, Markowitz, αποτελεσματικό σύνορο, υπόδειγμα ενός δείκτη, γραμμή κεφαλαιαγοράς.

## Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ .....	3
2.1	Ορισμός επένδυσης .....	3
2.2	Περί χρηματοοικονομικού συστήματος .....	3
2.3	Τρόποι χρηματοδότησης οικονομικών μονάδων .....	4
2.4	Διάκριση χρηματοοικονομικών αγορών .....	4
2.5	Απόδοση επένδυσης .....	5
2.6	Κίνδυνος επένδυσης .....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ .....	8
3.1	Υποθέσεις σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου .....	8
3.2	Απόδοση χαρτοφυλακίου .....	8
3.3	Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου .....	9
3.4	Διαφοροποίηση.....	10
3.5	Επιμέρους ανάλυση κινδύνου .....	11
3.6	Εφικτό σύνορο .....	12
3.7	Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο.....	13
3.8	Άριστο χαρτοφυλάκιο .....	14
3.9	Το πρόβλημα του υποδείγματος Markowitz .....	15
3.10	Υπόδειγμα ενός δείκτη.....	15
3.11	Συντελεστής προσδιορισμού .....	17
3.12	Σύγκριση υποδειγμάτων ενός δείκτη και Markowitz .....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ.....	19
4.1	Υποθέσεις της θεωρίας γραμμής κεφαλαιαγοράς .....	19
4.2	Διερεύνηση του νέου αποτελεσματικού συνόρου .....	19
4.3	Θεώρημα διαχωρισμού .....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	ΕΦΑΡΜΟΓΗ .....	22
5.1	Προσδιορισμός στόχων εφαρμογής .....	22
5.2	Επίλυση μέσω υποδείγματος Markowitz .....	23
5.3	Επέκταση μοντέλου Markowitz μέσω θεωρίας κεφαλαιαγοράς .....	27
5.4	Επίλυση εφαρμογής μέσω υποδείγματος ενός Δείκτη .....	29
5.5	Σύγκρισή αποτελεσμάτων υποδείγματος Markowitz και ενός δείκτη.....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	37
6.1	Μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν.....	37

6.2	Ο ρόλος της διαχείρισης χαρτοφυλακίου στη σημερινή εποχή.....	37
	Βιβλιογραφία .....	38
	Διαδικτυακές πηγές .....	38

## Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 1 Αποδόσεις μετοχών ανά μήνα .....	23
Πίνακας 2 Διακυμάνσεων – Συνδιακυμάνσεων.....	24
Πίνακας 3 Ετήσιας απόδοσης υποδείγματος Markowitz, Βαρών και Ones .....	25
Πίνακας 4 Ενδεικτική απεικόνιση υπολογισμού αποδόσεων του χαρτοφυλακίου .....	25
Πίνακας 5 Σύνολο τιμών απόδοσης - κινδύνου του χαρτοφυλακίου.....	27
Πίνακας 6 Αποδόσεις μετοχών και Γενικού Δείκτη ανά μήνα .....	29
Πίνακας 7 Συντελεστές $B_i$ , σταθεροί οροί $a_i$ και συντελεστής $B_p$ .....	30
Πίνακας 8 Τυπικών σφαλμάτων ( $e_i$ ) .....	30
Πίνακας 9 Αποδόσεις μέσω χαρακτηριστικών ευθειών .....	31
Πίνακας 10 Regression Sum Squares .....	32
Πίνακας 11 Total Sum Squares.....	32
Πίνακας 12 Συντελεστής προσδιορισμού .....	32
Πίνακας 13 Διακύμανσης των τυπικών σφαλμάτων $e_i$ .....	33
Πίνακας 14 Αποδόσεων υποδείγματος ενός δείκτη, Βαρών και Ones2.....	33
Πίνακας 15 Ενδεικτική απεικόνιση υπολογισμού αποδόσεων του χαρτοφυλακίου .....	34
Πίνακας 16 Σύνολο τιμών απόδοσης - κινδύνου του χαρτοφυλακίου μέσω υποδείγματος ενός δείκτη .....	34

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι επενδυτές τοποθετούν τον πλούτο τους σε πολλά διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία. Στα χρηματοοικονομικά, η προαναφερόμενη συλλογή των περιουσιακών στοιχείων, που βρίσκονται στην κυριότητα μιας οικονομικής μονάδας, ονομάζεται χαρτοφυλάκιο.

Ο κίνδυνος, η προσδοκώμενη απόδοση και η ρευστότητα είναι τρεις παράγοντες, που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην λήψη απόφασης για την διαμόρφωση του χαρτοφυλακίου, δηλαδή σε ποια περιουσιακά στοιχεία θα επενδύσει, σε ποια ποσότητα και σε ποια αξία.

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου επηρεάζεται από τις γενικότερες οικονομικές, κοινωνικές και πολιτικές συνθήκες που επικρατούν κατά πρώτον στην εθνική οικονομία και κατά δεύτερον στις διεθνείς αγορές.

Η προσδοκώμενη απόδοση αφορά το κέρδος που αναμένει ο επενδυτής να αποκομίσει, μέσα σε μια χρονική περίοδο.

Η ρευστότητα ενός περιουσιακού στοιχείου αφορά την εύκολη κι άμεση ανταλλαγή του με αγαθά ή και υπηρεσίες. Το χρήμα, επειδή είναι άμεσα αποδεκτό ως μέσο συναλλαγών, θεωρείται ότι διακρίνεται από υψηλή ρευστότητα.

Με τον όρο διαχείριση χαρτοφυλακίου αναφερόμαστε στην διαρκή διαδικασία ανάλυσης και αξιολόγησης των χρηματοοικονομικών προϊόντων, που υπάρχουν στην αγορά και στην διαμόρφωση του άριστου χαρτοφυλακίου ανάλογα με τις προτιμήσεις του επενδυτή. Η παρακολούθηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου είναι μια δυναμική διαδικασία, τροποποιώντας το χαρτοφυλάκιο ανάλογα με τις μεταβολές στις χρηματιστηριακές αγορές, έχοντας υπόψη τις τυχόν αλλαγές στις προτιμήσεις του επενδυτή. Η διαχείριση χαρτοφυλακίου μειώνει τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο για τον επενδυτή διασπείροντας τα κεφάλαια του σε διαφορετικές επενδύσεις.

Η θεωρία της διαχείρισης χαρτοφυλακίου μπορεί να διακριθεί στην κλασσική και στην σύγχρονη.

Η κλασσική θεωρία χαρτοφυλακίου επικεντρωνόταν στην δημιουργία χαρτοφυλακίων κυρίως με μετοχές επιτυχημένων εταιριών στην αγορά. Η απόδοση και ο κίνδυνος του κάθε αξιογράφου ενός χαρτοφυλακίου, εξεταζότανε μεμονωμένα.

Σε αντιδιαστολή, η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου μετρά τον κίνδυνο ανάλογα με τη συνδιακύμανση του κάθε νέου αξιογράφου με των υπόλοιπων. Οι βάσεις της σύγχρονης διαχείρισης χαρτοφυλακίου τέθηκαν από τον Harry Markowitz το 1952. Ο Markowitz διατύπωσε νέα πρόταση για τον υπολογισμό του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.



Το ερώτημα που ανακύπτει είναι γιατί ένας επενδυτής θα πρέπει να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με τις αρχές της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου ή αρκεί να επενδύσει σε μια σειρά μετοχών που θα επιλεγούν με τρόπο μη μεθοδικό;

Οι κυριότεροι λόγοι για τους οποίους ένας επενδυτής θα πρέπει να στηριχτεί στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου είναι για την αποφυγή των παρακάτω ενδεικτικών σφαλμάτων:

**A)** Ο μη ικανοποιητικός επιμερισμός κινδύνου καθώς μεγάλο ποσοστό του χαρτοφυλακίου μπορεί να επενδυθεί σε έναν κλάδο ή σε περισσότερους κλάδους που παρουσιάζουν έντονη συνδιακύμανση (π.χ. κλάδοι κατασκευών και ακινήτων παρουσιών) ή τέλος σε μια κατηγορία μετοχών που αντιμετωπίζουν σε μεγάλο βαθμό τον ίδιο κίνδυνο (πχ συναλλαγματικό κίνδυνο).

**B)** Ένα μέρος ή το σύνολο του χαρτοφυλακίου να επενδυθεί σε μετοχές με χαμηλή εμπορευσιμότητα. Έτσι ο επενδυτής είναι δυνατό να μη μπορεί να ανακτήσει το απαιτούμενο κεφάλαιο, προκειμένου να ικανοποιήσει μια ιδιωτική του ανάγκη είτε να προβεί σε αναδιάρθρωση του χαρτοφυλακίου του, λόγω αλλαγής των επενδυτικών δεδομένων.

**Γ)** Ο επενδυτής δύναται να στραφεί σε επενδύσεις βραχυπρόθεσμης διάρκειας χωρίς στρατηγική και με κριτήριο το άμεσο κέρδος, με μεγαλύτερο αναλαμβανόμενο κίνδυνο.

Ένα σημαντικό ορόσημο στην ιστορία του χρηματιστηρίου είναι η κρίση που το έπληξε το 1929. Χαρακτηριστικό της προ κρίσης εποχής ήταν, η είσοδος μεγάλου αριθμού επενδυτών στο χρηματιστήριο χωρίς να προηγηθεί ανάλυση των επενδύσεων, η αισιοδοξία ότι το χρηματιστήριο θα παρέμενε γενικά σε ανοδική τάση με συνέπεια τον εύκολο και γρήγορο πλουτισμό τους. Αποτέλεσμα του ξεσπάσματος της κρίσης ήταν η απώλεια περιουσιών.

Γίνεται αντιληπτό ότι η μελέτη και εφαρμογή των αρχών της σύγχρονης θεωρίας διαχείρισης χαρτοφυλακίου αποκτά για κάθε επενδυτή ένα σημαντικό εργαλείο στην διαμόρφωση των επενδυτικών του αποφάσεων. Η αβεβαιότητα που επικρατεί στις χρηματιστηριακές αγορές και η τάση τους να επηρεάζονται από ερεθίσματα από άλλα χρηματιστήρια, νομισματικές πολιτικές και πολιτικές αποφάσεις, καθιστούν την μελέτη της διαχείρισης χαρτοφυλακίου αναπόσπαστο κομμάτι για την λήψη των σωστών επενδυτικών αποφάσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2      ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ

### 2.1    Ορισμός επένδυσης

Ως **επένδυση** (Βασιλείου, 2015, 25-26) μπορεί να οριστεί η δέσμευση κεφαλαίων, για ένα χρονικό διάστημα, με την προσδοκία να επιφέρει πρόσθετα κεφάλαια στον επενδυτή. Ο επενδυτής θυσιάζει ένα μέρος του παρόντος εισοδήματός του, για να αυξήσει την μελλοντική του ωφέλεια. Η κάθε επένδυση εμπεριέχει ένα προσδοκώμενο βαθμό απόδοσης, καθώς και έναν βαθμό κινδύνου. Κατά συνέπεια τίθεται ζήτημα, για τη χρηστή διαχείριση των κεφαλαίων του επενδυτή.

Η διαδικασία επένδυσης σε αξιόγραφα χωρίζεται σε δύο μέρη, την ανάλυση αξιογράφων (security analysis) και στη διαχείριση χαρτοφυλακίου (portfolio management). Ως ανάλυση αξιογράφων ορίζεται η διαδικασία ανάλυσης της τιμής των αξιογράφων, που υπάρχουν στην αγορά και η εκτίμηση κατά πόσο τα αξιόγραφα αυτά είναι υποτιμημένα ή υπερτιμημένα. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης αυτής είναι διαφορετικά για κάθε αναλυτή, αφού εξαρτώνται ως ένα βαθμό στην κρίση του. Η ανάλυση αξιογράφων επικεντρώνεται στην αγορά υποτιμημένων αξιογράφων και στην πώληση υπερτιμημένων αξιογράφων. Μετέπειτα της ανάλυσης των αξιογράφων έπεται η διαχείριση χαρτοφυλακίου. Ως διαχείριση χαρτοφυλακίου ονομάζεται η συλλογή περιουσιακών στοιχείων, υπό την κυριότητα μίας οικονομικής μονάδας και η αξιολόγηση της απόδοσης αυτού. Το κάθε χαρτοφυλάκιο διαφοροποιείται ανάλογα με τις ανάγκες του επενδυτή.

### 2.2    Περί χρηματοοικονομικού συστήματος

Το Χρηματοοικονομικό σύστημα (Βασιλείου, 2015, 27) αποτελείται από τρία υποσύνολα στα οποία εντάσσονται όλες οι οικονομικές μονάδες ήτοι: οι πλεονασματικές, οι ελλειμματικές και οι ισοσκελισμένες μονάδες. Οι πλεονασματικές μονάδες αναζητούν τρόπους για να διαθέσουν τα λιμνάζοντα κεφάλαια τους ενώ οι ελλειμματικές αναζητούν πηγές χρηματοδότησης. Μέσω του χρηματοοικονομικού συστήματος, οι ελλειμματικές μονάδες δύνανται να δανειστούν πρόσθετα κεφάλαια, που χρειάζονται για να καλύψουν τις ανάγκες τους από τα περισσευούμενα κεφάλαια των πλεονασματικών μονάδων.

## 2.3 Τρόποι χρηματοδότησης οικονομικών μονάδων

Η χρηματοδότηση των οικονομικών μονάδων (Βασιλείου, 2015, 27) μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

**Άμεση χρηματοδότηση:** Χαρακτηριστικό της άμεσης χρηματοδότησης είναι η διαπραγμάτευση απευθείας μεταξύ των δύο συμβαλλομένων μερών. Η ελλειμματική μονάδα εκδίδει αξιόγραφα τα οποία τα αγοράζει η πλεονασματική μονάδα.

**Έμμεση χρηματοδότηση:** Στην περίπτωση αυτή, ανάμεσα στις πλεονασματικές και στις ελλειμματικές μονάδες διαμεσολαβεί ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός, κυρίως τράπεζες ή χρηματιστηριακές εταιρίες.

## 2.4 Διάκριση χρηματοοικονομικών αγορών

Με τον όρο χρηματοοικονομικές αγορές (Κιόχος, 2003, 30,33,44-45) αναφερόμαστε στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα στα οποία γίνονται συναλλαγές επί περιουσιακών στοιχείων όπως μετοχών, ομολόγων και άλλων παρόμοιων χρηματοοικονομικών τίτλων. Διακρίνονται ανάλογα με τον χρόνο λήξης των απαιτήσεων των χρεογράφων οι χρηματοοικονομικές αγορές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

**Αγορά χρήματος ή χρηματαγορά:** στην οποία διαπραγματεύονται αγοραπωλησίες χρηματοπιστωτικών τίτλων με βραχυχρόνια διάρκεια λήξεως, μέχρι ενός έτους. Οι χρηματοπιστωτικοί τίτλοι που διαπραγματεύονται στην χρηματαγορά ρευστοποιούνται σε μικρό χρονικό διάστημα και ο κίνδυνος αθέτησης τους είναι μικρός ως αμελητέος.

**Αγορά κεφαλαίων ή κεφαλαιαγορά:** όπου σε αντίθεση με την χρηματαγορά, οι χρηματοπιστωτικοί τίτλοι που αποτελούν αντικείμενο αγοραπωλησιών έχουν μακροχρόνια διάρκεια λήξης, μεγαλύτερης του έτους και ο κίνδυνος αθέτησης τους είναι μεγάλος. Η αποπληρωμή των χρηματοπιστωτικών τίτλων στην που διαπραγματεύονται στην κεφαλαιαγορά αφορούν κυρίως επενδυτικούς σκοπούς. Τα χρηματοοικονομικά στοιχεία που διαπραγματεύονται στην κεφαλαιαγορά εξυπηρετούν ανάγκες μακροχρόνιου δανεισμού των οικονομικών μονάδων και η ρευστοποίησή τους καθίσταται περισσότερο χρονοβόρα σε σχέση με εκείνη της χρηματαγοράς.

Ανάλογα με το έτος έκδοσης των περιουσιακών στοιχείων στην πρωτογενή και δευτερογενή αγορά.

**Πρωτογενή αγορά:** ονομάζεται η αγορά στην οποία διαπραγματεύονται μόνο νεοεκδιδόμενα χρεόγραφα.

**Δευτερογενή αγορά:** στην αγορά αυτή, αντικείμενο διαπραγμάτευσης αποτελούν χρεόγραφα παλαιότερων εκδόσεων, των οποίων οι κάτοχοι έχουν ανάγκη από ρευστά και δεν είναι διατεθειμένοι να περιμένουν μέχρι την ημερομηνία λήξης των στοιχείων τους.

## 2.5 Απόδοση επένδυσης

Η απόδοση μιας επένδυσης (Παπαδήμου, 2009, 47,50-52) (Βασιλείου, 2015, 33-35,39-42) χωρίζεται σε δύο μέρη: στην απόδοση εισοδήματος και στα κέρδη ή στις ζημίες κεφαλαίου. Η απόδοση εισοδήματος είναι όλες οι ταμιακές ροές, που αποφέρει μια επένδυση, μέχρι την πάροδο του χρόνου λήξης της. Κέρδη ή ζημιά κεφαλαίου είναι η διαφορά μεταξύ τιμής αγοράς και τιμής πώλησης. Άρα η απόδοση μιας επένδυσης μπορεί να μετρηθεί ως εξής:

Απόδοση επένδυσης = Απόδοση εισοδήματος ± Κέρδη ή ζημίες κεφαλαίου.

Επίσης η επένδυση μπορεί να διακριθεί στις εξής κατηγορίες: Πραγματοποιηθείσα, αναμενόμενη και απαιτούμενη απόδοση.

**Πραγματοποιηθείσα απόδοση** είναι η απόδοση μίας επένδυσης η οποία προκύπτει από ιστορικά στοιχεία. Η πραγματοποιηθείσα απόδοση υπολογίζεται ως το πηλίκο της τελικής αξίας της επένδυσης προς το αρχικό κεφάλαιο που επενδύθηκε. Ο τύπος υπολογισμού της πραγματοποιηθείσας απόδοσης μιας επένδυσης, για μια περίοδο διακράτησης βρίσκεται ως παρακάτω:

$$R = \text{Τελική αξία επένδυσης} / \text{Αρχικό κεφάλαιο επένδυσης}$$

Η προαναφερόμενη πραγματοποιηθείσα απόδοση της επένδυσης εκφράζεται με την μορφή ποσοστού, ως ακολούθως:

$$R = (\text{Αξία επένδυσης} - \text{Αρχικό κεφάλαιο επένδυσης}) / \text{Αρχικό κεφάλαιο επένδυσης}$$

Προκειμένου να υπολογισθεί, η απόδοση της επένδυσης μέσω ιστορικών στοιχείων, για μία χρονική περίοδο διακράτησης (μεγαλύτερη χρονικά του έτους) χρησιμοποιείται ο γεωμετρικός μέσος (Geometric mean). Υπολογίζεται ως εξής για «N» έτη:

$$G = \sqrt[N]{1 + R_1 * 1 + R_2 * \dots * (1 + R_N)} - 1$$

**Αναμενόμενη απόδοση** είναι η προσδοκώμενη απόδοση που οι επενδυτές αποβλέπουν να αποκομίσουν από μία επένδυση. Εύλογο είναι η αναμενόμενη απόδοση να διαφέρει από την πραγματοποιηθείσα απόδοση λόγω αβεβαιότητας της οικονομίας.

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται με τον μέσο όρο όλων των πιθανών αποδόσεων μίας επένδυσης σταθμιζόμενες με τις πιθανότητες του κάθε απόδοσης που έχει να συμβεί:

$$E r = \sum_{i=1}^N P_i * r_i$$

Όπου:

$E(r)$  είναι η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης,

$P_i$  η πιθανότητα να συμβεί η  $i$  απόδοση,

$r_i$  η πιθανότητα της  $i$  περίπτωσης και

$N$  είναι ο αριθμός των πιθανών διαφορετικών αποδόσεων της επένδυσης.

**Απαιτούμενη απόδοση** είναι η ελάχιστη δυνατή απόδοση που απαιτείται να έχει μία επένδυση ώστε οι επενδυτές να είναι διατεθειμένοι να επενδύσουν σε αυτήν. Υπολογίζεται μέσω της γραμμής αγοράς αξιογράφων.

## 2.6 Κίνδυνος επένδυσης

Ως **κίνδυνος** (Βασιλείου, 2015, 35-38,48) ορίζεται η διαφορά του τελικού από το προσδοκώμενο αποτέλεσμα. Κίνδυνος, επίσης, μπορεί να θεωρηθεί η μεταβλητότητα του πιθανού τελικού αποτελέσματος μιας επένδυσης γύρω από έναν σταθμισμένο μέσο όρο ή την αναμενόμενη τιμή του. Στην περίπτωση ανυπαρξίας κινδύνου, το προσδοκώμενο αποτέλεσμα εύλογο είναι να ταυτίζεται με το τελικό. Ο κίνδυνος μίας επένδυσης μετράτε με την διακύμανση ή την τυπική απόκλιση. Η τυπική απόκλιση ισούται με την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης και ο τύπος υπολογισμού της διακύμανσης δίνεται παρακάτω:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N P_i * [r_i - E r]^2$$

Όπου:

$\sigma^2$  η διακύμανση,

$P_i$  η πιθανότητα να συμβεί η  $i$  περίπτωση απόδοσης της επένδυσης

$r_i$  η απόδοση της περίπτωσης  $i$ ,

$E r$  ο μέσος όρος των αποδόσεων και

$N$  το πλήθος των διαφορετικών πιθανών αποδόσεων.

Ο κίνδυνος μπορεί να αναλυθεί στις επιμέρους κατηγορίες.

**Κίνδυνος πληθωρισμού:** Αποτελεί μια πηγή κινδύνου, στην οποία υπόκεινται όλες οι επενδύσεις και εκφράζεται ως η πιθανότητα να μειωθεί η πραγματική αξία μιας επένδυσης λόγω αύξησης του πληθωρισμού. Για παράδειγμα, αν η μεταβολή του πληθωρισμού είναι μεγαλύτερη από την προβλεπόμενη τότε και η πραγματοποιηθείσα απόδοση θα είναι μικρότερη της προσδοκώμενης, αφού το ποσό των χρημάτων της απόδοσης θα έχει μικρότερη αξία λόγω πληθωρισμού.

**Πολιτικός κίνδυνος:** Οφείλεται, κυρίως, στην πολιτική αστάθεια ή στις απότομες μεταβολές λόγω πολιτικών αποφάσεων, που επηρεάζουν, την εύρυθμη λειτουργία της οικονομίας, σε μεγάλο βαθμό, όπως η απαγόρευση εισαγωγών ή εξαγωγών από ορισμένα κράτη, μη αναμενόμενες (ή απότομες αιφνίδιες) μεταβολές στις φορολογίες των επιχειρήσεων ακόμα και η διένεξη πολεμικών επιχειρήσεων.

**Συναλλαγματικός κίνδυνος:** Είναι ο κίνδυνος, που εμπεριέχεται σε μία επένδυση, όταν η επένδυση πραγματοποιείται σε ξένο νόμισμα. Ενδεχομένως η απόδοση της επένδυσης να μειωθεί λόγω των μεταβολών στις ισοτιμίες των νομισμάτων. Εντονότερος είναι ο συναλλαγματικός κίνδυνος στις εισαγωγικές/εξαγωγικές εταιρείες.

**Κίνδυνος ρευστότητας:** Ο κίνδυνος αυτός οφείλεται στον χρονικό ορίζοντα, που είναι αναγκαίος προκειμένου μία επένδυση να ρευστοποιηθεί καθώς και στα κόστη μετατροπής. Ειδικότερα, όσο αυξάνεται ο χρονικός ορίζοντας και τα κόστη μετατροπής για να ρευστοποιηθεί μια επένδυση αυξάνεται και ο κίνδυνος ρευστότητας.

**Επιχειρηματικός κίνδυνος:** Ο κίνδυνος αυτός είναι διαφορετικός για κάθε επιχείρηση. Περιλαμβάνει τους κινδύνους που οφείλονται σε λανθασμένες αποφάσεις του διοικητικού οργάνου μιας οικονομικής μονάδος καθώς και σε αλλαγές στο περιβάλλον της επιχείρησης, π.χ. μεταβολές στον κλάδο της επιχείρησης, μειώσεις των πωλήσεων.

**Κίνδυνος αγοράς:** Ως κίνδυνος της αγοράς αναφέρεται η πιθανή μεταβολή των χρηματιστηριακών δεικτών, επηρεάζοντας, άμεσα, όλες τις επενδύσεις. Για παράδειγμα, κατά την περίοδο της ύφεσης, παρατηρήθηκαν απότομες μειώσεις των χρηματιστηριακών δεικτών απαξιώνοντας τεράστια ποσά επενδύσεων.

**Κίνδυνος επιτοκίων:** Ο κίνδυνος επιτοκίων αναφέρεται στη πιθανή μεταβολή των επιτοκίων παρομοίων επενδύσεων, με αποτέλεσμα η απόδοση μιας επένδυσης να επηρεάζεται αντιστρόφως ανάλογα. Για παράδειγμα μία αύξηση των επιτοκίων θα επιφέρει μείωση της τιμής των αξιόγραφων (π.χ. μετοχές, ομόλογα). Αυτό οφείλεται στον τρόπο υπολογισμού της αξίας των αξιόγραφων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

### 3.1 Υποθέσεις σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (Βασιλείου, 2015, 171-173) διατυπώθηκε από τον Harry Markowitz, το 1952 (Markowitz, Portfolio Selection, 77-91). Η νέα θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz βασιζότανε στην αρχή ότι κάθε νέο περιουσιακό στοιχείο του χαρτοφυλακίου δεν εξετάζεται μεμονωμένα για την απόδοση και τον κίνδυνο του, παρά πως το νέο αυτό περιουσιακό στοιχείο συνεισφέρει στην απόδοση και τον κίνδυνο του νέου συνολικού χαρτοφυλακίου.

Οι βασικές υποθέσεις, που έκανε ο Harry Markowitz για την συμπεριφορά των επενδυτών είναι οι εξής:

- 1) Οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο. Ειδικότερα, για ένα συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου επιθυμούν όσο το δυνατόν την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση, ενώ για ένα συγκεκριμένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης οι επενδυτές επιθυμούν τον μικρότερο δυνατόν επίπεδο ανάληψης κινδύνου.
- 2) Όλοι οι επενδυτές χρησιμοποιούν τα ίδια στατιστικά μέτρα για να εκτιμήσουν την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο των διαφόρων αξιογράφων της αγοράς και καταλήγουν στις ίδιες εκτιμήσεις.

### 3.2 Απόδοση χαρτοφυλακίου

Η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου (Παπαδήμου 2009, 68-69) (Κιόχος, 2003, 230) είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αποδόσεων των διαφόρων αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Οι σταθμίσεις είναι οι αναλογίες/ποσοστώσεις των επενδυόμενων κεφαλαίων σε κάθε αξιόγραφο προς τα συνολικά κεφάλαια που περιέχει το χαρτοφυλάκιο. Ο τύπος υπολογισμού της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι:

$$E R_p = \sum_{i=1}^N W_i * E(R_i)$$

Όπου:  $E(R_p)$  είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου,

$W_i$  είναι η συμμετοχή του κάθε αξιογράφου στο συνολικό χαρτοφυλάκιο εκφραζόμενη ως ποσοστό,

$E(R_i)$  είναι η αναμενόμενη μέση απόδοση του κάθε αξιόγραφο,

$N$  είναι ο αριθμός των αξιογράφων που περιέχει το χαρτοφυλάκιο.

Η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να βρεθεί και ως γινόμενο πινάκων, εάν προηγουμένως προηγηθεί η ταξινόμηση των αναμενόμενων αποδόσεων στον πίνακα  $A$  και των ποσοστώσεων των χαρτοφυλακίων στον πίνακα  $W$ . Η απόδοση του χαρτοφυλακίου βρίσκεται ως το γινόμενο του ανάστροφου πίνακα των βαρών των χαρτοφυλακίων με τον πίνακα των αποδόσεων των αξιογράφων.

$$E R_p = W^T * A$$

Όπου:

$W^T$  ο ανάστροφος πίνακας του πίνακα  $W$  των ποσοστώσεων των χαρτοφυλακίων

$A$  ο πίνακας με τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων

### 3.3 Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου (Παπαδήμου, 2009, 63-70) (Συριόπουλος, 1999, 190-198) επηρεάζεται από δύο παράγοντες: α) τον σταθμισμένο κίνδυνο του κάθε αξιογράφου στο χαρτοφυλάκιο και β) από την συνδιακύμανση του αξιογράφου με τα υπόλοιπα. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μετράτε με την διακύμανση ή την τυπική απόκλιση η οποία είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης. Ο τύπος υπολογισμού του κινδύνου του χαρτοφυλακίου μέσω της διακύμανσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N W_i^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_i * W_j * Cov(i,j) \quad \text{με } i \neq j$$

Όπου:

$\sigma^2$  είναι η διακύμανση και

$Cov(i,j)$  είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των  $i,j$ .

Ο κίνδυνος, όπως και η απόδοση του χαρτοφυλακίου, βρίσκεται και ως γινόμενο πινάκων. Ο κίνδυνος υπολογίζεται ως το γινόμενο τριών πινάκων: του ανάστροφου πίνακα των ποσοστώσεων, του πίνακα των διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων και του πίνακα των ποσοστώσεων. Ο πίνακας των διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων περιέχει τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου ανά δύο. Ο πίνακας έχει τον



ίδιο αριθμό στηλών και γραμμών, τα οποία ισούνται με το πλήθος των αξιόγραφων του χαρτοφυλακίου. Η διαγώνιος του πίνακα αυτού περιέχει την διακύμανση της κάθε μετοχής, και διχοτομεί τον πίνακα σε δύο συμμετρικά τμήματα.

$$\sigma_p^2 = w^T * s * w$$

Όπου:

$w$  ο πίνακας των ποσοστώσεων των αξιογράφων,

$w^T$  ο ανάστροφος πίνακας με τις ποσοστώσεις των αξιογράφων και

$s$  ο πίνακας των διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων.

Η συνδιακύμανση είναι ένα στατιστικό μέτρο, το οποίο παρέχει πληροφόρηση κατά πόσο δύο μεταβλητές  $i, j$  συμμεταβάλλονται διαχρονικά. Στην προκειμένη περίπτωση, οι μεταβλητές  $i, j$  είναι αξιόγραφα και η συνδιακύμανση μετρά τον βαθμό που η μεταβολή της τιμής του ενός θα επηρεάσει το δεύτερο.

Καθώς οι τιμές που παίρνει η συνδιακύμανση δεν φράζονται εντός ενός διαστήματος καθίσταται προτιμότερο να χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient), ο οποίος συνδέεται με την συνδιακύμανση με τον παρακάτω τύπο:

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(i,j)}{\sigma_i * \sigma_j}$$

Οι τιμές που βρίσκονται με τον συντελεστή συσχέτισης κυμαίνονται στο εύρος  $\{-1,1\}$ . Να σημειωθεί ότι όταν λαμβάνει την τιμή 1 τότε τα αξιόγραφα είναι πλήρως θετικά γραμμικά συσχετιζόμενα. Όταν μεταβάλλεται (θετικά ή αρνητικά) η απόδοση ενός αξιογράφου, κινείται αντίστοιχα η απόδοση ενός πλήρως θετικά γραμμικά συσχετιζόμενου αξιογράφου. Αντιθέτως, όταν  $\rho_{i,j} = -1$  τότε μεταξύ των αξιογράφων υπάρχει πλήρης αρνητική γραμμική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων τους και όταν η μία αυξάνεται η άλλη μειώνεται (και αντίστροφα). Εάν η τιμή του συντελεστή συσχέτισης αποκτήσει μηδενική τιμή τότε δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο αξιογράφων.

### 3.4 Διαφοροποίηση

Η έννοια της διαφοροποίησης (Βασιλείου, 2015, 177-178) αναφέρεται στην τεχνική διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου με την οποία επιλέγονται για αγορά διαφορετικά

επενδυτικά προϊόντα, σε διαφορετικούς κλάδους, αποβλέποντας στη μείωση του αναλαμβανόμενου κινδύνου και στην εξισορρόπηση της συνολικής απόδοσης του εν λόγω χαρτοφυλακίου. Όσο χαμηλότερος είναι ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ των επενδυτικών προϊόντων ενός χαρτοφυλακίου τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφοροποίηση.

Η διαφοροποίηση διακρίνεται σε δύο κατηγορίες, στην οριζόντια και στην κάθετη. Οριζόντια διαφοροποίηση καλείται όταν επενδύονται σε ομοειδή χρηματοπιστωτικά προϊόντα στην ίδια αγορά. Αντιθέτως, η κάθετη διαφοροποίηση περιλαμβάνει την επένδυση σε διαφορετικά χρηματοπιστωτικά προϊόντα ακόμα και σε διαφορετικές αγορές<sup>1</sup>.

Αναφέρθηκε προηγουμένως η θεωρία του σύγχρονου χαρτοφυλακίου, όπου σύμφωνα με αυτήν το κάθε αξιόγραφο πρέπει να εξετάζεται πως συνεισφέρει στο χαρτοφυλάκιο, πάρα μεμονωμένα. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των αξιογράφων που περιέχει ένα χαρτοφυλάκιο, τόσο μειώνεται η συνεισφορά του κινδύνου του κάθε μεμονωμένου αξιογράφου και αυξάνεται η σημασία της συνδιακύμανσης μεταξύ των αξιογράφων στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Με την υπόθεση ότι σε ένα χαρτοφυλάκιο με μεγάλο αριθμό (N) αξιογράφων με ίσες ποσοστώσεις του κάθε αξιογράφου, το πρώτο μισό του τύπου του κινδύνου του χαρτοφυλακίου μετασχηματίζεται σε:

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right)^2 * \sigma_i^2 = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_i^2}{N}\right)$$

Από τα ανωτέρω, διαπιστώνεται ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των αξιογράφων (N) τόσο ο όρος  $\left\{ \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_i^2}{N}\right) \right\}$  τείνει προς το μηδέν και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου εξαρτάται σε μεγαλύτερο βαθμό από τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων.

### 3.5 Επιμέρους ανάλυση κινδύνου

Η σύγχρονη ανάλυση χαρτοφυλακίου διαχωρίζει τον κίνδυνο σε δύο επιμέρους κατηγορίες (Βασιλείου, 2015, 196 - 197), τον μη συστημικό ή διαφοροποιήσιμο και τον συστημικό ή μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο.

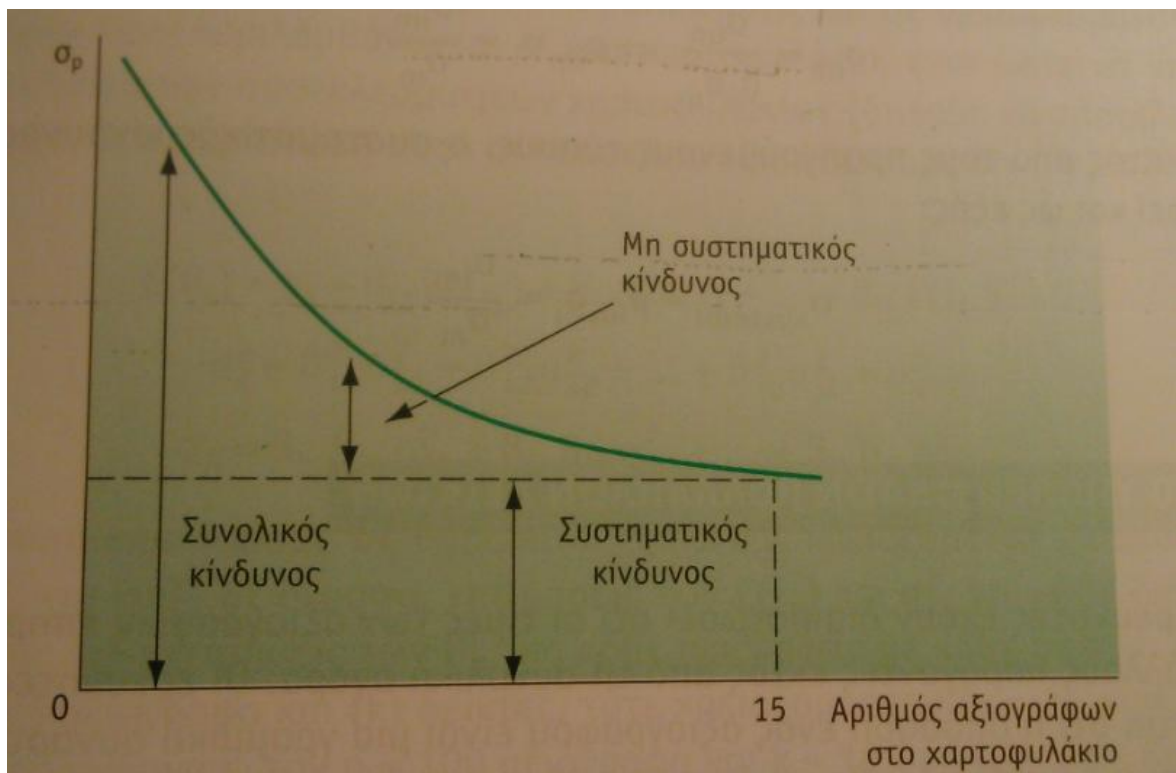
**Μη συστηματικός ή διαφοροποιήσιμος** κίνδυνος ορίζεται ο κίνδυνος που ελλοχεύει σε κάθε εταιρία και είναι διαφορετικός ανά επιμέρους εταιρία. Επηρεάζεται ενδεικτικά από επιχειρηματικές αποφάσεις, το είδος της δραστηριότητας της επιχείρησης, το ύψος των πωλήσεων της κλπ. Ο κίνδυνος αυτός μπορεί να περιοριστεί σημαντικά στο μεγαλύτερο μέρος του με την διαχείριση χαρτοφυλακίου.

<sup>1</sup> <https://www.euretirio.com/diaforopoiisi-xartofylakiou/>

**Συστηματικός ή μη διαφοροποιήσιμος** ονομάζεται ο κίνδυνος ο οποίος οφείλεται σε μεταβολές της αγοράς όπως μεταβολές των δεικτών του χρηματιστήριου, των επιτοκίων, του πληθωρισμού καθώς και της πολιτικής αστάθειας. Είναι το σημαντικότερο είδος κινδύνου διότι δεν μπορεί να ελαχιστοποιηθεί μέσω ενός διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου.

Ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται από την άθροιση των δύο επιμέρους κατηγοριών του και απεικονίζεται ως εξής:

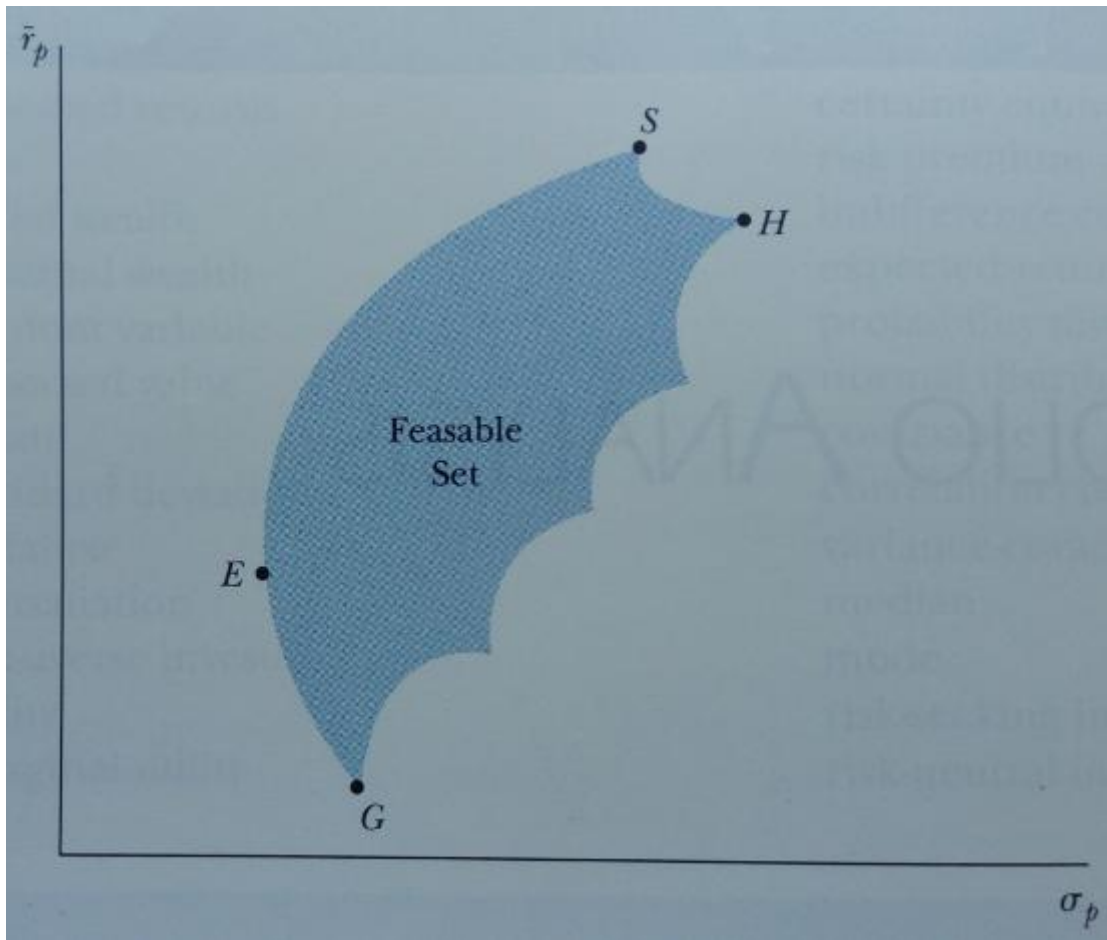
Συνολικός Κίνδυνος = Συστηματικός + Μη συστηματικός κίνδυνος



Πηγή: Δ. Βασιλείου, Ν. Ηρειώτης *Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου*, εκδόσεις Rosili, έτος 2015 σελίδα 197

### 3.6 Εφικτό σύνολο

Ως εφικτό σύνολο χαρτοφυλακίων (feasible set of portfolios) καλείται το σύνολο των πιθανών εφικτών συνδυασμών αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου των χαρτοφυλακίων, που προκύπτουν από μεταβολές των ποσοτώσεων των αξιόγραφών τους. (William F. Sharpe 1999, 172)



Πηγή: William F. Sharpe, *INVESTMENTS*, 1999, σελίδα 172

### 3.7 Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο

Ως αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (Sharpe 1999, 172-173) ορίζεται το χαρτοφυλάκιο το οποίο:

- Σε ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης έχει τον ελάχιστο βαθμό κινδύνου και
- Σε ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου έχει την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοσή.

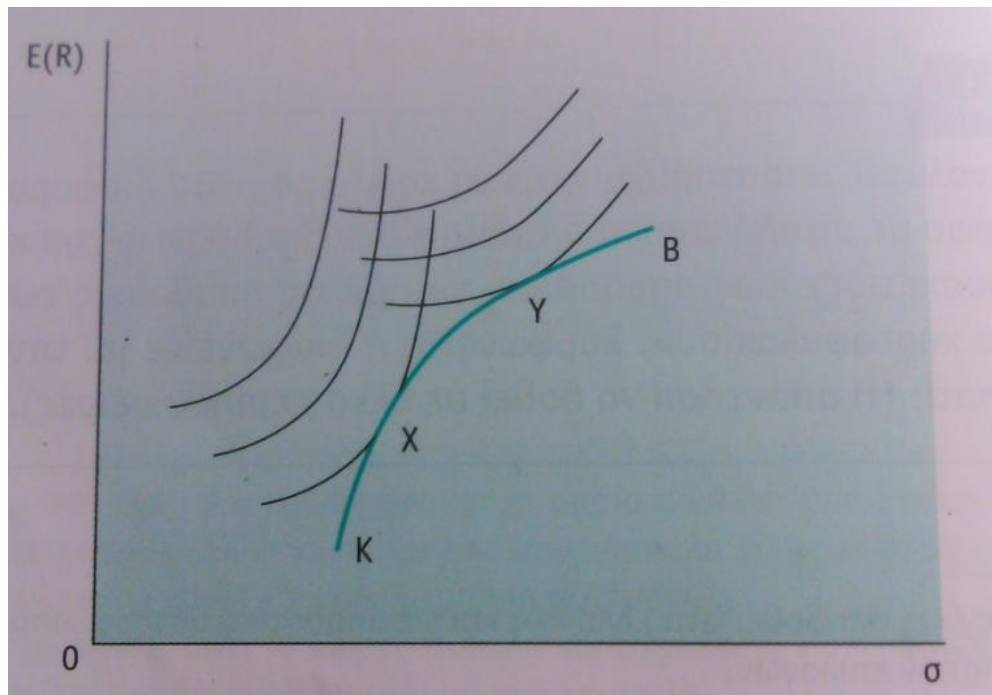
Το σύνολο των σημείων που απαρτίζουν το εφικτό σύνολο και πληροί τις προϋποθέσεις για ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο καλείται αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier). Διαγραμματικά είναι όλα τα σημεία του καμπυλόγραμμου τμήματος που συνδέει τα σημεία ES. Το σημείο E αποτελεί το κατώτερο σημείο του αποτελεσματικού συνόρου και ονομάζεται χαρτοφυλάκιο ελάχιστης καθολικά διακύμανσης (global minimum variance portfolio).

### 3.8 Άριστο χαρτοφυλάκιο

Μετά τον προσδιορισμό του αποτελεσματικού συνόρου, ο επενδυτής καλείται να επιλέξει το άριστο χαρτοφυλάκιο (optimal portfolio) (Βασιλείου, 2015, 186), εκείνο που έχει την καλύτερη σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου σύμφωνα με τις προτιμήσεις του. Οι προτιμήσεις του κάθε επενδυτή αποτυπώνονται, διαγραμματικά, μέσω των καμπυλών αδιαφορίας. Οι καμπύλες αδιαφορίας (indifference curves) έχουν τις εξής ιδιότητες:

- Είναι άπειρες
- Είναι κυρτές
- Δεν τέμνονται
- Όσο υψηλότερα βρίσκονται τόσο περισσότερο ικανοποιούν της ανάγκες του επενδυτή

Επομένως, το άριστο χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή είναι εκείνο το οποίο βρίσκεται πάνω στο αποτελεσματικό σύνο και εφάπτεται με μια καμπύλη αδιαφορίας του. Η καμπύλη αδιαφορίας του κάθε επενδυτή εφάπτεται με το αποτελεσματικό σύνο σε διαφορετικό σημείο αντικατοπτρίζοντας τις προτιμήσεις του στην ανάληψη κινδύνου και στην αναμενόμενη απόδοση. Όπως φαίνεται και διαγραμματικά ο επενδυτής Χ αποστρέφεται τον υψηλό βαθμό κινδύνου και συμβιβάζεται με χαμηλότερες αποδόσεις. Αντίθετα, ο επενδυτής Υ επιζητά υψηλές αποδόσεις και είναι διατεθειμένος να εκτεθεί σε περισσότερο κίνδυνο για να τις αποκτήσει.



Πηγή: Δ. Βασιλείου, Ν. Ηρειώτης *Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου*, εκδόσεις Rosili έτος 2015 σελίδα 186

### 3.9 Το πρόβλημα του υποδείγματος Markowitz

Το πρόβλημα του υποδείγματος Markowitz εντοπίζεται στον μεγάλο αριθμό υπολογισμών, που απαιτείται για να βρεθεί το άριστο χαρτοφυλάκιο. Εν μέρει με την χρήση υπολογιστικών μηχανών έχουν μειωθεί οι δυσκολίες στους υπολογισμούς.

### 3.10 Υπόδειγμα ενός δείκτη

Για να ξεπεραστούν οι προαναφερόμενες δυσκολίες του υποδείγματος Markowitz, ο Sharpe εισήγαγε το υπόδειγμα ενός δείκτη (Sharpe, A simplified model for portfolio analysis, 277-293) (Παπαδήμου, 2009, 127-136). Το υπόδειγμα αυτό, υποθέτει ότι όλα τα αξιόγραφα αντιδρούν παρόμοια στις μεταβολές τις αγοράς, όχι όμως και στον ίδιο βαθμό. Άρα η ποσοστιαία μεταβολή των αποδόσεων του κάθε αξιογράφου λόγω μιας μεταβολής του δείκτη της αγοράς εξαρτάται από τη συνδιακύμανση της απόδοσης του αξιογράφου με τον δείκτη της αγοράς. Ως δείκτης της αγοράς χρησιμοποιείται, κυρίως, ο γενικός δείκτης του Χρηματιστηρίου. Ο τύπος υπολογισμού της απόδοσης του υποδείγματος ενός δείκτη έχει γραμμική σχέση και είναι ο παρακάτω:

$$R_i = a_i + b_i * R_m + e_i \quad (1)$$

Όπου:

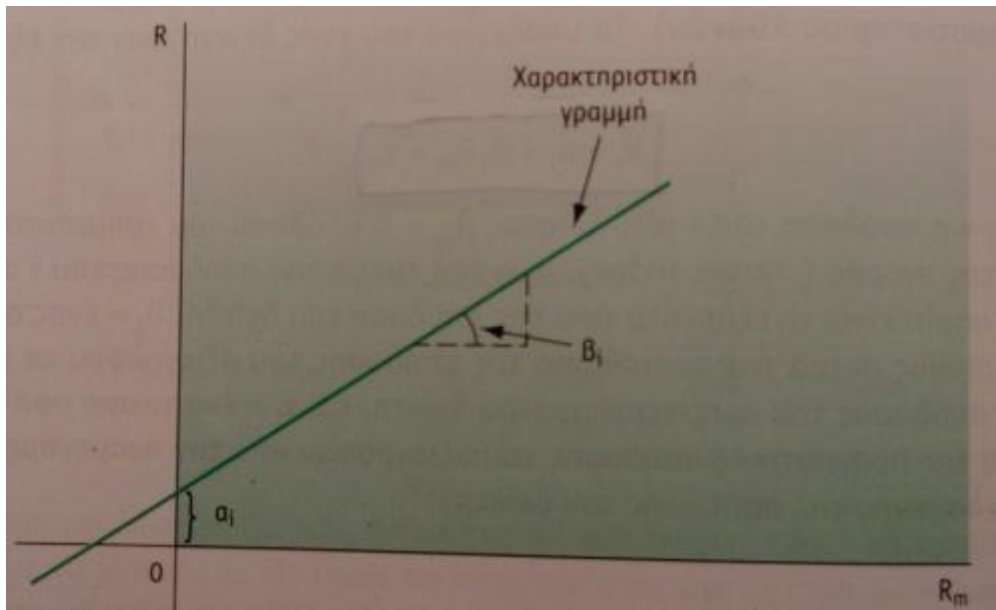
$R_i$  = η απόδοση του  $i$  αξιογράφου,

$R_m$  = η απόδοση του δείκτη της αγοράς,

$b_i$  = ο συντελεστής «βήτα» που μετράει την ευαισθησία του αξιογράφου  $i$  στις μεταβολές του δείκτη της αγοράς,

$a_i$  = μια σταθερά η οποία δεν ερμηνεύεται από τον δείκτη της αγοράς και

$e_i$  = τυχαίο σφάλμα της σταθεράς  $a_i$ , δηλαδή η διαφορά πραγματικής με αναμενόμενης απόδοσης του αξιογράφου.



Πηγή: Δ. Βασιλείου, Ν. Ηρειώτης *Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου*, εκδόσεις Rosili έτος 2015 σελίδα 192

Το υπόδειγμα ενός δείκτη χρησιμοποιεί την τεχνική της απλής γραμμικής παλινδρόμησης με την οποία αποτιμώνται οι αποδόσεις ενός αξιογράφου. Μέσω της τεχνικής αυτής, γίνεται πρόβλεψη των τιμών μιας εξαρτημένης μεταβλητής, με δεδομένες τις τιμές μιας ανεξάρτητης μεταβλητής. Ως ανεξάρτητη μεταβλητή ορίζεται η απόδοση του δείκτη της αγοράς, ενώ ως εξαρτημένη μεταβλητή η απόδοση του αξιογράφου. Με την μέθοδο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης αναζητείται η «βέλτιστη» ευθεία η οποία θα είναι της μορφής  $R_i = a_i + b_i * R_m + e_i$ . Η εν λόγω ευθεία θα προβλέπει τις αποδόσεις του αξιογράφου, με δεδομένες τις αποδόσεις της αγοράς.

Εκ κατασκευής της ευθείας αυτής, το άθροισμα των αποκλίσεων ( $e_i$ ) για τις διάφορες αποδόσεις της αγοράς είναι μηδέν, δηλαδή  $E(e_i)=0$ . Θεωρούνται γνωστά από την επιστήμη της Στατιστικής οι τύποι που δίνουν  $a_i$ ,  $b_i$  οι οποίοι είναι οι παρακάτω:

$$B_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad A_i = E R_i - b_i * E(R_m)$$

Επιπρόσθετα, το υπόδειγμα του ενός δείκτη στηρίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

1. Η συνδιακύμανση των  $e_i, e_j$  είναι μηδέν,  $Cov(e_i, e_j) = 0$ . Άρα ο μόνος λόγος για την μεταβολή των αποδόσεων των αξιογράφων είναι η αντίδραση τους στις μεταβολές της αγοράς.
2. Η συνδιακύμανση των  $e_i, R_m$  είναι μηδέν,  $Cov(R_m, e_i) = 0$ . Από αυτήν την υπόθεση συμπεραίνεται ότι ο βαθμός ερμηνείας της απόδοσης ενός αξιογράφου μέσω

του υποδείγματος ενός δείκτη είναι ανεξάρτητος από τις τιμές του δείκτη  $R_m$ , αφότου ο τελευταίος δεν συµµεταβάλλεται µε το τυπικό σφάλµα.

Μετέπειτα του προσδιορισµού των επιμέρους ευθειών των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου, υπολογίζεται η ευθεία παλινδρόµησης του χαρτοφυλακίου. Η αναµενόµενη απόδοση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως:

$$E R_p = \alpha_p + \beta_p * E(R_m)$$

Όπου:

$\alpha_p$  η σταθερά της ευθείας του χαρτοφυλακίου

$\beta_p$  ο συντελεστής «βήτα» του χαρτοφυλακίου

Τα  $\alpha_p$  και  $\beta_p$  του χαρτοφυλακίου βρίσκονται ως σταθµικοί μέσοι όροι των  $\alpha_i$  και  $\beta_i$  των αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Υπολογίζονται µε τους παρακάτω τύπους:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^N w_i * \alpha_i \quad \text{και} \quad \beta_p = \sum_{i=1}^N w_i * \beta_i$$

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου µέσω του υποδείγματος ενός δείκτη µπορεί να υπολογιστεί και µε την χρήση πινάκων. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου βρίσκεται ως το γινόµενο του ανάστροφου πίνακα των βαρών, µε τον πίνακα των αποδόσεων των αξιογράφων.

$$E R_p = W^T * A$$

Η κίνδυνος του χαρτοφυλακίου βρίσκεται ως:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 * \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N w_i^2 * \sigma_{ei}^2$$

Με χρήση πινάκων ο υπολογισµός της διακύµανσης µπορεί να απλοποιηθεί σε:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 * \sigma_m^2 + w^T * s * w$$

### 3.11 Συντελεστής προσδιορισµού

Ο συντελεστής προσδιορισµού (coefficient of determination) (Χαλκός 2005, 325-328) συµβολίζεται µε  $R^2$  και αποτυπώνει τον βαθµό στον οποίο µια εξαρτηµένη µεταβλητή ερµηνεύεται από την ανεξάρτητη. Συγκεκριµένα, ως εξαρτηµένη µεταβλητή ορίζετε η αναµενόµενη απόδοση  $R_i$ , ενώ ως ανεξάρτητη η αναµενόµενη απόδοση  $R_m$ . Υπολογίζεται ως:



$$R^2 = \frac{SSreg}{SStot}$$

Όπου:

**SSreg** (regression sum of squares) με το οποίο μετράτε ο βαθμός ερμηνείας της εξαρτημένης μεταβλητής από την ανεξάρτητη

**SStot** (total sum of squares) απεικονίζει την συνολική μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής

Οι τύποι υπολογισμού των *SSreg*, *SStot* βρίσκονται ως:

$$SStot = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad SSreg = \sum_{i=1}^N (f_i - \bar{y})^2$$

Όπου:

$y_i$  η πραγματική τιμή της του στοιχείου  $y_i$

$\bar{y}$  ο μέσος όρος των τιμών  $y_i$

$f_i$  η προβλεπόμενη τιμή της μεταβλητής  $y_i$  μέσω της εξίσωσης παλινδρόμησης

### 3.12 Σύγκριση υποδειγμάτων ενός δείκτη και Markowitz

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το πρόβλημα του υποδείγματος Markowitz εντοπίζεται στις πολλές εκτιμήσεις που απαιτούνται για να υπολογισθεί το άριστο χαρτοφυλάκιο για τον επενδυτή. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι για ένα χαρτοφυλάκιο με 10 αξιόγραφα απαιτούνται 65 υπολογισμοί. Χρησιμοποιώντας, σε αντιδιαστολή, το υπόδειγμα ενός δείκτη για τη εύρεση του άριστου χαρτοφυλακίου, που απαιτούνται μόνο 32 υπολογισμοί, για τον ίδιο αριθμό αξιογράφων. Η διαφορά στον αριθμό των υπολογισμών μεταξύ των δύο υποδειγμάτων αποτελεί πλεονέκτημα του υποδείγματος ενός δείκτη. Περισσότερο εμφανές γίνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Το μειονέκτημα του υποδείγματος ενός δείκτη είναι η μειωμένη ακρίβεια στους υπολογισμούς του.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ

### 4.1 Υποθέσεις της θεωρίας γραμμής κεφαλαιαγοράς

Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς (Sharpe, 1999, 227-228) αποτελεί προέκταση της θεωρίας του Markowitz και αναφέρεται σε έναν νέο τρόπο αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων της αγοράς. Η θεωρία αυτή στηρίζεται στις υποθέσεις του υποδείγματος Markowitz και σε ορισμένες νέες πρόσθετες υποθέσεις.

1. Οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιδιώκουν την μεγιστοποίηση των αποδόσεων τους.
2. Ομοιογένεια των προσδοκιών όλων των επενδυτών για τις αναμενόμενες αποδόσεις, διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις για όλα τα αξιόγραφα.
3. Ο επενδυτικός ορίζοντας όλων των επενδυτών είναι κοινός.
4. Υπάρχει στην αγορά ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με απόδοση  $R_F$ . Όλοι οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν το περιουσιακό στοιχείο, λαμβάνοντας απόδοση ίση με  $R_F$ . Επιπλέον, οι επενδυτές έχουν την δυνατότητα να δανειστούν απεριόριστα ποσά, καταβάλλοντας απόδοση  $R_F$  στον εκδότη του περιουσιακού στοιχείου.
5. Η αγορά είναι τέλεια, χωρίς φόρους συναλλαγής και πληθωρισμό.
6. Η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία και οι τιμές των αξιόγραφων δεν μπορούν να επηρεαστούν από μεμονωμένα άτομα ή ομάδες.
7. Πλήρης διαιρετότητα όλων των περιουσιακών στοιχείων.

### 4.2 Διερεύνηση του νέου αποτελεσματικού συνόρου

Υποθέτουμε ότι στην αγορά υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο (risk free asset) με μηδενικό κίνδυνο ( $\sigma_{RF} = 0$ ) το οποίο προσφέρει απόδοση  $R_F$  στον κάτοχο του (Βασιλείου, 2015, 211-216) (Sharpe, 1963, 277-293). Το στοιχείο αυτό, χωρίς κίνδυνο, δύναται να συμπεριληφθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο  $X$  του αποτελεσματικού συνόρου, που βρέθηκε μέσω της θεωρίας του Markowitz. Το ποσοστό επένδυσης του κεφαλαίου, που θα διαθέσει ο επενδυτής στο στοιχείο χωρίς κίνδυνο συμβολίζεται με  $w_{RF}$ . Η αναμενόμενη απόδοση του νέου χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο:

$$E R_p = w_{RF} * R_F + (1 - w_{RF}) * E(R_X)$$

Όπου :

$E(R_X)$  είναι η αναμενόμενη απόδοση ενός τυχαίου χαρτοφυλακίου  $X$  πάνω στο αποτελεσματικό σύνολο του Markowitz.

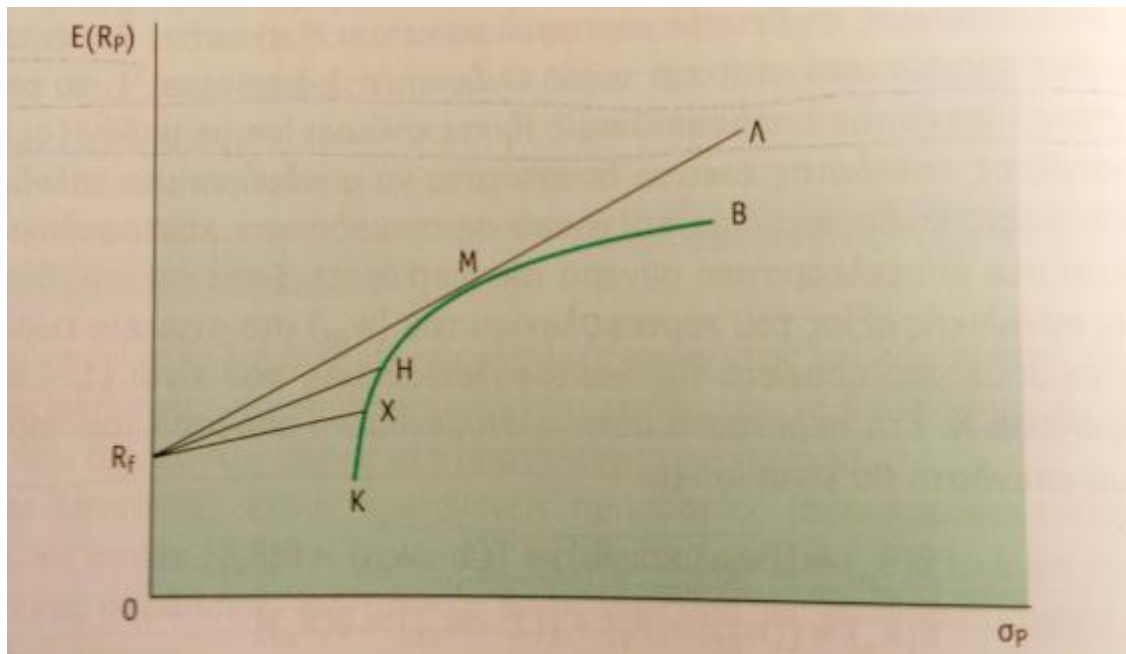
Ο κίνδυνος του νέου χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = W_{RF}^2 * \sigma_{RF}^2 + (1 - W_{RF})^2 * \sigma_X^2 + 2 * W_{RF} * (1 - W_{RF}) * \rho_{RF,X} * \sigma_X * \sigma_{RF}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο κίνδυνος του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο είναι μηδέν ο παραπάνω τύπος μετασχηματίζεται σε:

$$\sigma_p = (1 - W_{RF}) * \sigma_X$$

Αποτέλεσμα του συνδυασμού του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και του ενός χαρτοφυλακίου του αποτελεσματικού συνόρου είναι η δημιουργία ενός νέου αποτελεσματικού συνόρου. Διαγραμματικά, το νέο αποτελεσματικό σύνολο συνδέεται από το σημείο του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο  $(0, R_F)$  και εφάπτεται του παλιού αποτελεσματικού συνόρου στο σημείο M δημιουργώντας το νέο αποτελεσματικό σύνολο  $R_F M \Lambda$ . Όλες οι ευθείες που συνδέουν το στοιχείο χωρίς κίνδυνο με σημεία κατώτερα του σημείου M αποτελούν εφικτούς συνδυασμούς αλλά όχι αποτελεσματικούς, αφού για τον ίδιο βαθμό κινδύνου υπάρχει συνδυασμός με υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Το ευθύγραμμο τμήμα  $R_F M$  επιτυγχάνεται με τον συνδυασμό του στοιχείου χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο M σε διαφορετικές αναλογίες. Πάνω από το σημείο M δεν ορίζονται εφικτοί συνδυασμοί αφού δεν συνδέεται το στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το αποτελεσματικό σύνολο του Markowitz.



Πηγή: Δ. Βασιλείου, Ν. Ηρειώτης Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, εκδόσεις Rosili έτος 2015 σελίδα 212

Όλα τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος ΜΛ είναι αποτελεσματικότερα του παλιότερου αποτελεσματικού συνόρου ΚΒ επειδή χαρτοφυλάκια με τον ίδιο βαθμό κινδύνου παρέχουν υψηλότερες αποδόσεις. Τα σημεία πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΜΛ επιτυγχάνονται μέσω της έκδοσης αξιογράφων άρα και δανεισμού του εκδότη, όπως ομόλογα, έντοκα γραμμάτια με απόδοση  $R_f$ .

Η απόδοση αυτή, αποτελεί το επιτόκιο των αξιογράφων για τον επενδυτή, και ταυτόχρονα αποτελεί κόστος δανεισμού για τον εκδότη. Τα δανειακά χρήματα που αποκομίζει ο εκδότης από την έκδοση αξιογράφων μαζί με το αρχικό κεφάλαιο επενδύονται στο χαρτοφυλάκιο Μ. Ο εκδότης επενδύοντας τα δανεισθέντα κεφάλαια και τυχόν δικά του άλλα κεφάλαια αποζητά μεγαλύτερες αποδόσεις που δεν θα μπορούσε χωρίς τον δανεισμό να αποκτήσει. Στις περιπτώσεις αυτές η ποσόστωση του στοιχείου χωρίς κίνδυνο  $w_{RF}$  λαμβάνει αρνητικές τιμές. Το χαρτοφυλάκιο Μ το οποίο ανήκει στο παλιό αποτελεσματικό σύνορο του Markowitz και εφάπτεται της ευθείας, που ξεκινάει από το στοιχείο χωρίς κίνδυνο, ονομάζεται χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market portfolio). Το χαρτοφυλάκιο Μ είναι το αποτελεσματικότερο χαρτοφυλάκιο από το παλιό αποτελεσματικό σύνορο του Markowitz, εφόσον συνδυάζει αποδόσεις του χαρτοφυλακίου Μ και του στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Σε κατάσταση ισορροπίας το χαρτοφυλάκιο Μ, ως το μόνο χαρτοφυλάκιο που εμπεριέχει περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο, απαρτίζεται από όλα τα περιουσιακά στοιχεία της αγοράς.

Το νέο αποτελεσματικό σύνορο  $R_f$ ΜΛ καλείται γραμμή κεφαλαιαγοράς (capital market line) και η αλγεβρική αναπαράσταση της γραμμής είναι:

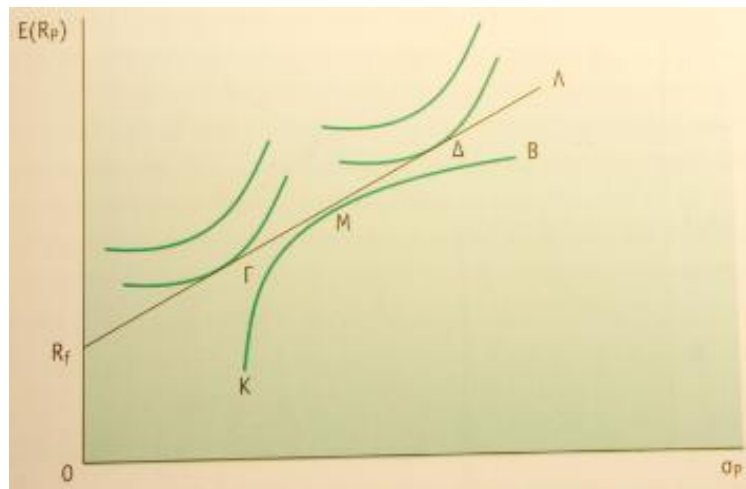
$$E R_p = R_f + \frac{[E R_m - R_f]}{\sigma_m} * \sigma_p$$

Η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς ονομάζεται η τιμή του κινδύνου στην αγορά και ισούται με  $\frac{E R_m - R_f}{\sigma_m}$ . Η κλίση αυτή δείχνει την σχέση ανταλλαγής μεταξύ της προσδοκώμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς ανά μονάδα αναλαμβανόμενου κινδύνου. Την επιπλέον απόδοση πλέον της απόδοσης  $R_f$  ανά τον συστηματικό κίνδυνο.

### 4.3 Θεώρημα διαχωρισμού

Το θεώρημα διαχωρισμού (Sharpe 1999, 228-229) προτάθηκε από τον James Tobin το 1957 και σύμφωνα με αυτό, η διαδικασία εύρεσης του αρίστου χαρτοφυλακίου για κάθε επενδυτή διασπάτε στα δύο εξής τμήματα:

- 1) **Απόφαση επένδυσης:** Όλοι οι επενδυτές επιλέγουν για να επενδύσουν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς  $M$  ως το αποτελεσματικότερο χαρτοφυλάκιο της αγοράς.
- 2) **Απόφαση χρηματοδότησης:** Η απόφαση του κάθε επενδυτή για τον βαθμό χρηματοδότησης της επένδυσης του στο χαρτοφυλάκιο  $M$  διαφέρει αναλόγως τον βαθμό του αποστροφής του κινδύνου. Ο κάθε επενδυτής επιλέγει να συνδυάσει το χαρτοφυλάκιο  $M$  με το στοιχείο χωρίς κίνδυνο αναλόγως με τον βαθμό αποστροφής του κινδύνου που είναι διατεθειμένος να αναλάβει. Διαγραμματικά, το άριστο χαρτοφυλάκιο που επιλέγει να χρηματοδοτήσει ο κάθε επενδυτής είναι το σημείο επαφής της καμπύλης αδιαφορίας του με το αποτελεσματικό σύνορο  $R_F M \Lambda$ .



Πηγή: Δ. Βασιλείου, Ν. Ηρειώτης Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, εκδόσεις Rosili έτος 2015 σελίδα 217

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ

### 5.1 Προσδιορισμός στόχων εφαρμογής

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται πρακτική εφαρμογή του μοντέλου της θεωρίας του Markowitz, η επέκταση του μοντέλου Markowitz μέσω της γραμμής κεφαλαιαγοράς καθώς και το υπόδειγμα του ενός δείκτη. Δημιουργήθηκε ένα χαρτοφυλάκιο με δέκα μετοχές, που διαπραγματεύονταν στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών κατά τη διάρκεια του έτους 2014. Τα ιστορικά στοιχεία των μετοχών αντλήθηκαν από την ιστοσελίδα capital.gr.

Για την εφαρμογή επιλέχθηκαν τυχαία 10 μετοχές, μία μετοχή ανά κλάδο, που διαπραγματεύονταν στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Συγκεκριμένα επιλέχθηκαν :

- η μετοχή ΕΛΒΕ από τον κλάδο προσωπικών και οικιακών αγαθών,
- η μετοχή ΧΑΚΟΡ από τον κλάδο πρώτων υλών,
- η μετοχή ΟΛΠ από τον κλάδο βιομηχανικών προϊόντων και υπηρεσιών,
- η μετοχή ΑΛΦΑ από τον κλάδο τραπεζών,
- η μετοχή ΟΠΑΠ από τον κλάδο ταξιδιών και αναψυχής,
- η μετοχή ΕΥΠΙΚ από τον κλάδο ασφαλειών,
- η μετοχή ΟΤΕ από τον κλάδο τηλεπικοινωνιών,
- η μετοχή ΕΛΠΕ από τον κλάδο ελληνικών πετρελαίων,
- η μετοχή ΙΝΚΑΤ από τον κλάδο κατασκευών και τέλος
- η μετοχή ΙΑΣΩ από τον κλάδο υγείας.

## 5.2 Επίλυση μέσω υποδείγματος Markowitz

Για την εύρεση του αποτελεσματικού συνόρου μέσω του υποδείγματος του Markowitz έγιναν οι παρακάτω ενέργειες:

**A)** Δημιουργήθηκε ο πίνακας 1, όπου παρουσιάζονται οι αποδόσεις των 10 μετοχών, ανά μήνα, οι ετήσιες αποδόσεις και η μέση αποδόσεις της κάθε μετοχής κατά τη διάρκεια του έτους 2014.

Η απόδοση της κάθε μετοχής, ανά μήνα, προσδιορίστηκε με ως ο μέσος όρος των τιμών κλεισίματος μείον της τιμής ανοίγματος του εν λόγω μηνός.

*Πίνακας 1 Αποδόσεις μετοχών ανά μήνα*

ΜΗΝΑΣ	ΑΠΟΔΟΣΗ ΜΕΤΟΧΗΣ ΑΝΑ ΜΗΝΑ									
	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,03	-0,02	0,27	2,37	0,41	1,10	0,15	0,29	-0,03	-0,09
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,01	0,00	0,21	1,56	0,77	1,14	0,16	0,10	0,04	-0,08
ΜΑΡΤΙΟΣ	0,00	0,07	1,45	0,28	0,96	0,15	0,08	0,01	0,03	0,62
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	-0,02	-0,07	-1,63	-0,79	-0,58	-0,71	-0,17	-0,16	-0,09	-0,57
ΜΑΙΟΣ	0,00	-0,08	-0,89	-1,74	-0,40	-0,86	-0,04	-0,09	-0,05	-0,44
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,02	-0,01	0,15	0,78	0,33	0,83	0,04	0,04	0,07	0,25
ΙΟΥΛΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,44	-2,09	-0,43	-0,25	-0,08	-0,12	-0,04	-0,09
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,01	-0,03	0,05	0,76	-0,22	0,08	0,02	0,03	0,01	-0,35
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,64	-0,14	-0,48	0,30	-0,09	-0,02	0,09	-0,11
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,05	-0,09	-2,06	-0,85	-0,82	-0,10	-0,07	0,02	-0,62
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,01	0,02	1,38	-0,14	-0,02	0,31	-0,03	0,03	0,02	0,28
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	-0,04	-0,02	-1,00	-1,13	-0,43	-0,39	-0,08	-0,06	-0,05	-0,30
<b>ΕΤΗΣΙΑ ΑΠΟΔΟΣΗ</b>	-0,03	-0,21	-1,18	-2,36	-0,93	0,90	-0,13	-0,01	0,03	-1,52
<b>ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ</b>	0,00	-0,02	-0,10	-0,20	-0,08	0,07	-0,01	0,00	0,00	-0,13

Β) Δημιουργήθηκε ο πίνακας 2 «Διακυμάνσεων και Συνδιακυμάνσεων». Τα στοιχεία του πίνακα αυτού αποτελούν την συνδιακύμανση των μετοχών ανά 2 εκτός των στοιχείων της διαγώνιου, τα οποία της οποίας απεικονίζουν την διακύμανση της κάθε μετοχής.

Πίνακας 2 Διακυμάνσεων – Συνδιακυμάνσεων

ΜΕΤΟΧΗ	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΕΛΒΕ	0,00	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
ΧΑΚΟΡ	0,00	0,00	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01
ΟΛΠ	0,01	0,03	0,76	0,52	0,32	0,31	0,05	0,05	0,02	0,24
ΑΛΦΑ	0,02	0,02	0,52	1,87	0,56	0,83	0,11	0,14	0,03	0,20
ΟΠΑΠ	0,01	0,02	0,32	0,56	0,30	0,28	0,05	0,04	0,01	0,15
ΟΤΕ	0,01	0,01	0,31	0,83	0,28	0,46	0,05	0,07	0,02	0,14
ΙΝΚΑΤ	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05	0,05	0,01	0,01	0,00	0,02
ΙΑΣΩ	0,00	0,00	0,05	0,14	0,04	0,07	0,01	0,01	0,00	0,02
ΕΥΠΙΚ	0,00	0,00	0,02	0,03	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	0,01
ΕΛΠΕ	0,00	0,01	0,24	0,20	0,15	0,14	0,02	0,02	0,01	0,12

Η διαγώνιος του πίνακα «Διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων» διχοτομεί τον πίνακα σε δύο τμήματα τα οποία είναι συμμετρικά μεταξύ τους αφού αποτελούνται από τις συνδιακυμάνσεις των μετοχών ανά 2 οι οποίες είναι ίσες μεταξύ τους πχ.  $COV(ΟΤΕ, ΕΛΒΕ) = COV(ΕΛΒΕ, ΟΤΕ)$ .

Γ) Από τα δεδομένα των ετησίων αποδόσεων του πίνακα 1 δημιουργήθηκε ο πίνακας “απόδοση ετήσια”. Ακόμα, δημιουργήθηκαν δύο ακόμα πίνακες οι οποίοι είναι: «Weight» και «Ones». Ο πίνακας «Weight» περιέχει τις ποσοστώσεις/βάρος κάθε αξιογράφου από το συνολικό χαρτοφυλάκιο. Το άθροισμα όλων των βαρών των 10 μετοχών, που έχουμε επιλέξει να συνθέσουμε το χαρτοφυλάκιο μας, πρέπει να μας δίνει άθροισμα 1. Ο πίνακας «Ones» είναι απαραίτητος για τους υπολογισμούς και πέρα από ότι είναι συμπληρωμένος με την μονάδα σε κάθε θέση του δεν έχει άλλη ουσιαστική σημασία.

Πίνακας 3 Ετήσιας απόδοσης υποδείγματος Markowitz, Βαρών και Ones

ΠΙΝΑΚΑΣ 3			
ΜΕΤΟΧΗ	Απόδοση ετήσια	Weight	Ones
ΕΛΒΕ	-0,03	0,00	1
ΧΑΚΟΡ	-0,21	0,00	1
ΟΛΠ	-1,18	0,00	1
ΑΛΦΑ	-2,36	0,00	1
ΟΠΑΠ	-0,93	0,00	1
ΟΤΕ	0,90	1,00	1
ΙΝΚΑΤ	-0,13	0,00	1
ΙΑΣΩ	-0,01	0,00	1
ΕΥΠΙΚ	0,03	0,00	1
ΕΛΠΕ	-1,52	0,00	1

**Δ)** Σε αυτό το σημείο κρίθηκε αναγκαίο να παρουσιαστούν δύο συναρτήσεις του excel οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των αποδόσεων και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Η πρώτη συνάρτηση είναι η MMULT η οποία καθιστά εφικτό τον πολλαπλασιασμό μεταξύ πινάκων και παραδειγματικά η χρήση της γίνεται ως εξής “=mmult(πίνακας1,πίνακας2) “. Η δεύτερη συνάρτηση είναι η TRANSPOSE με την οποία υπολογίστηκε ο ανάστροφος του πίνακα που έχει επιλεγεί, μετατρέποντας τις γραμμές σε στήλες και τις στήλες σε γραμμές.

Συνεχίζοντας την εφαρμογή, δημιουργήθηκαν τα παρακάτω κελιά όπως τον 4 πίνακα.

Πίνακας 4 Ενδεικτική απεικόνιση υπολογισμού αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

Περιορισμός Σw=1	1
Διακύμανση χ/φ	0,01
Τυπική απόκλιση	0,08
Απόδοση Χ/Φ	-0,40
Απόδοση ΣΤΟΧΟΣ	-0,40

Ο υπολογισμός του περιορισμού του αθροίσματός των βαρών επιτεύχθηκε από την σχέση: “=MMULT(TRANSPOSE(Weight);Ones)”.

Ο υπολογισμός της απόδοσης του χαρτοφυλακίου προσδιορίστηκε με την εξής εντολή: “=MMULT(TRANSPOSE(weight);απόδοση ετήσια) “.

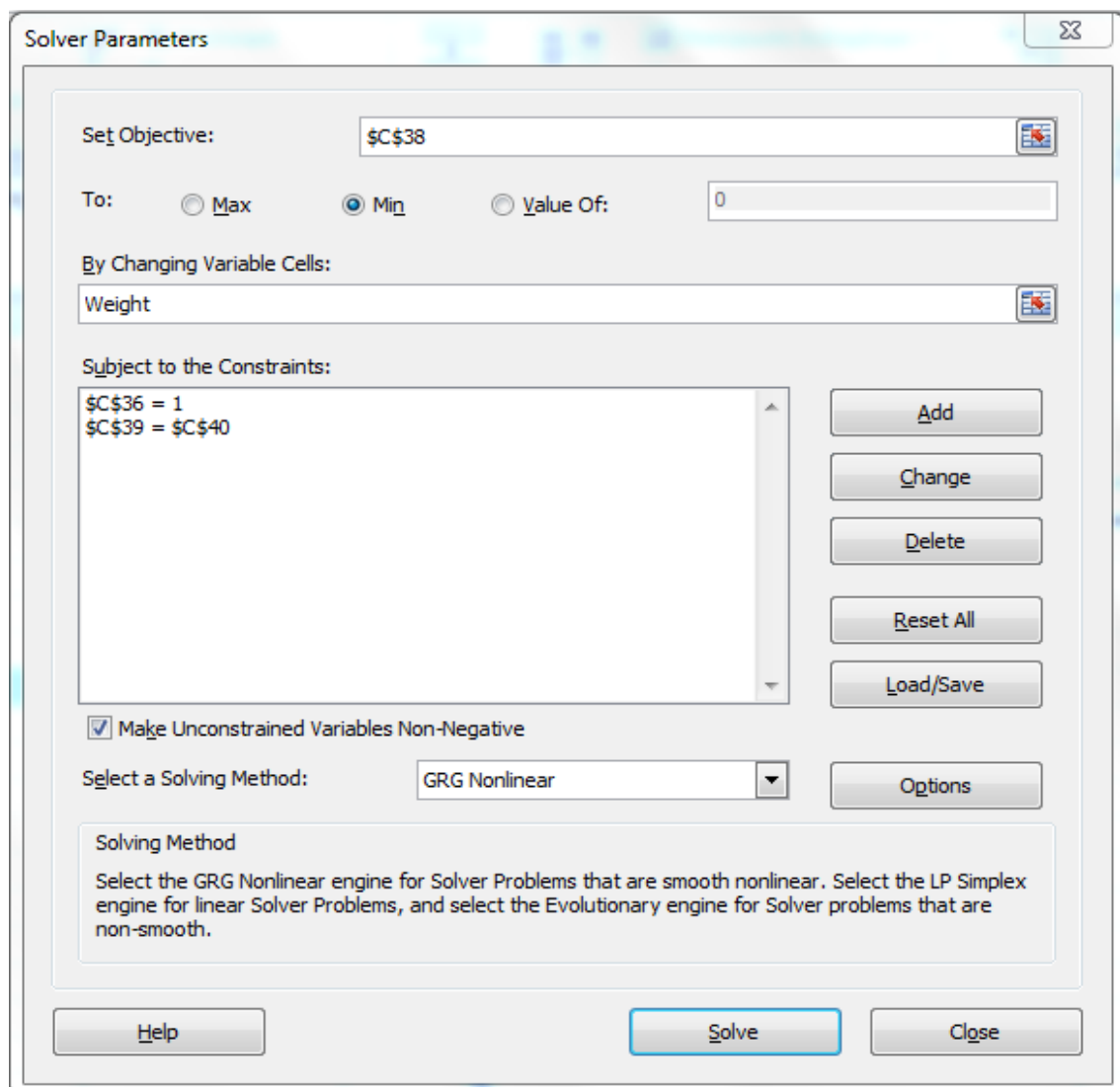
Ο υπολογισμός της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου στο παραπάνω κελί υπολογίστηκε με την αναγραφή στην φόρμουλα του κελιού

“ = MMULT(MMULT(TRANSPOSE(Weight);s);Weight) “. Η τυπική απόκλιση δεν είναι άλλη από την ρίζα της διακύμανσης.



Ε) Με τη χρήση του excel κατέστη δυνατός ο υπολογισμός της διακύμανσης και των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Πριν από οποιαδήποτε υπολογισμό ενεργοποιήθηκε ο «solver» μέσα από τα πρόσθετα του excel. Στο παράθυρο του «solver» που επιλέχθηκε το κελί στο οποίο υπολογίσθηκε η διακύμανση του χαρτοφυλακίου. Έπειτα επιλέγεται να βρεθεί το ελάχιστο της διακύμανσης μέσω τις επιλογής του min στο παράθυρο του solver. Παρακάτω επιλέγονται τα κελιά τα οποία θα τροποποιούνται από τον solver για να βρεθεί η διακύμανση του χαρτοφυλακίου, που δεν είναι αλλά από τον πίνακα βαρών(weight). Απαραίτητοι είναι οι δύο περιορισμοί που ακολουθούν.

- Ο πρώτος περιορισμός που ήταν αναγκαίος για τους υπολογισμούς ήταν το άθροισμα όλων των βαρών ( $w_i$ ) των 10 επιλεχθέντων μετοχών να μας δίνει άθροισμα 1.
- Ο δεύτερος περιορισμός που χρησιμοποιήθηκε ήταν να ταυτιστεί ποσοτικά η τελική απόδοση του χαρτοφυλακίου με την απόδοση που είχε τεθεί ως επιθυμητός στόχος. Ακολουθεί εικόνα με την χρήση του solver.

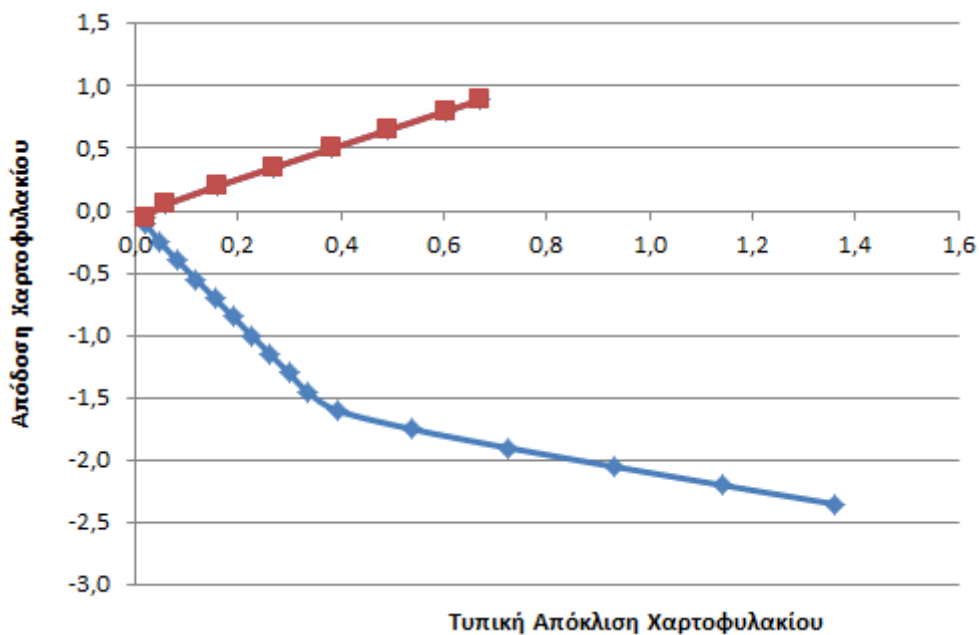


**Z)** Μέσω του solver υπολογίσθηκε το σύνολο τιμών αποδόσεων – τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου ανά διάστημα {0,15} της απόδοσης.

*Πίνακας 5 Σύνολο τιμών απόδοσης - κινδύνου του χαρτοφυλακίου*

Απόδοση $\chi/\phi$	-2,35	-2,20	-2,05	-1,90	-1,75	-1,60	-1,45	-1,30	-1,15	-1,00	-0,85	-0,70	-0,55	-0,40	-0,25	-0,10	-0,06	0,05	0,20	0,35	0,50	0,65	0,80	0,89
Τυπική απόκλιση	1,36	1,14	0,93	0,73	0,54	0,39	0,33	0,30	0,26	0,23	0,19	0,15	0,12	0,08	0,05	0,02	0,02	0,06	0,16	0,27	0,38	0,49	0,60	0,67

Με το σύνολο των σημείων αποδόσεων-κινδύνου του χαρτοφυλακίου δημιουργήθηκε το διάγραμμα διασποράς. Το χαρτοφυλάκιο καθολικά ελάχιστης διακύμανσης βρέθηκε με τον solver με αρνητική απόδοση -0,06 και κίνδυνο 0,02, ως η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου μεταβάλλοντας τα κελιά των βαρών με τον μόνο περιορισμό στο άθροισμα των βαρών να ισούται με την μονάδα. Το αποτελεσματικό σύνολο βρίσκεται από το σημείο του χαρτοφυλακίου καθολικά ελάχιστης διακύμανσης και πάνω. Διαγραμματικά το αποτελεσματικό σύνολο απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα.



### 5.3 Επέκταση μοντέλου Markowitz μέσω θεωρίας κεφαλαιαγοράς

Ως στοιχείο χωρίς κίνδυνο χρησιμοποιήθηκαν τα έντοκα γραμμάτια Ελληνικού Δημοσίου και συγκεκριμένα τα γραμμάτια έκδοσης 26 εβδομάδων, σε αντιδιαστολή με τα γραμμάτια έκδοσης 13 εβδομάδων, επειδή θεωρήθηκε ότι ταιριάζουν καλύτερα με τον επενδυτικό ορίζοντα των περισσότερων επενδυτών. Η απόδοση του στοιχείου χωρίς

κίνδυνο υπολογίσθηκε 2,65%, ως ο μέσος όρος των επιτοκίων των εντόκων γραμματίων του Ελληνικού Δημοσίου. Τα στοιχεία αντλήθηκαν από την διαδικτυακή σελίδα του υπουργείου Οικονομικών για το έτος 2014<sup>2</sup>.

Ο τύπος υπολογισμού του δείκτη Sharpe είναι:

$$\text{«}=(\text{MMULT}(\text{TRANSPOSE}(\text{Weight});\text{αποδοση})-2,65\%)/\text{SQRT}(\text{MMULT}(\text{MMULT}(\text{TRANSPOSE}(\text{Weight});\text{s});\text{Weight}))\text{»}$$

Μέσω του solver ο δείκτης Sharpe βρίσκεται ως η μεγιστοποίηση της παραπάνω παράστασης, τροποποιώντας τις ποσοστώσεις των μετοχών, πίνακας Weight, με τον μόνο περιορισμό το άθροισμα των βαρών να ισούται με την μονάδα.

Ο δείκτης Sharpe μέσω solver βρέθηκε 1,29.

Με μια σύγκριση παρατηρείται ότι η απόδοση του στοιχείου χωρίς κίνδυνο (εντόκων γραμματίων του δημοσίου) βρέθηκε σε 2,65% και είναι σαφώς μεγαλύτερη από την υψηλότερη απόδοση του χαρτοφυλακίου των επιλεγμένων μετοχών η οποία κυμάνθηκε σε 0,89. Λόγω της μεγάλης απόκλισης που αναφέρθηκε προηγουμένως, καθίσταται αδύνατο να δημιουργηθεί γραφικά το νέο αποτελεσματικό σύνορο, το οποίο θα ξεκινούσε από το σημείο απόδοσης του στοιχείου χωρίς κίνδυνο και θα εφαπτόταν στο παλιό αποτελεσματικό σύνορο. Οι λόγοι για τους οποίους συμβαίνει αυτό είναι:

- 1) Οι δέκα μετοχές που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο επιλέχθηκαν τυχαία. Η επιλογή των δέκα μετοχών έγινε με την τυχαία επιλογή μίας μετοχής ανά κλάδο και μόνο οι δύο μετοχές έχουν θετική ετήσια απόδοση ενώ οι υπόλοιπες οκτώ έχουν αρνητική απόδοση, το 2014. Δεν προηγήθηκε καμιά αξιολόγηση στα οικονομικά στοιχεία των εταιριών, που είχαν εκδώσει τις εν λόγω μετοχές.
- 2) Λόγω της παγκόσμιας οικονομικής ύφεσης που ξεκίνησε το 2008, στα χρηματιστήρια επικρατούσε μια πτωτική τάση. Το χρηματιστήριο Αθηνών ακολούθησε την πτωτική τάση των προηγούμενων χρόνων, με τον όγκο των συναλλαγών του να συρρικνώνεται και πολλές από τις μετοχές που διαπραγματεύονταν σε αυτό να προσφέρουν μειωμένες αποδόσεις, ή και να σημειώνουν ζημιές.
- 3) Οι αποδόσεις που πρόσφεραν τα έντοκα γραμμάτια του Ελληνικού Δημοσίου στις περισσότερες περιπτώσεις ήταν μεγαλύτερες εκείνων που επετύγχαναν αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Τα έντοκα γραμμάτια του Ελληνικού Δημοσίου έχουν πάντα θετικές αποδόσεις που υπολογίζονται με επιτόκιο που ενδέχεται να μεταβάλλεται, ενώ η απόδοση της επένδυσης σε μετοχές μπορεί να είναι και ζημιογόνα.

---

<sup>2</sup> [http://www.minfin.gr/sites/default/files/financial\\_files/gr\\_epitokia%209\\_11\\_2016.pdf](http://www.minfin.gr/sites/default/files/financial_files/gr_epitokia%209_11_2016.pdf)

## 5.4 Επίλυση εφαρμογής μέσω υποδείγματος ενός Δείκτη

Προκειμένου να βρεθεί το αποτελεσματικό σύνορο μέσω του υποδείγματος του ενός δείκτη έγιναν οι παρακάτω ενέργειες:

**A)** Καταρτίστηκε ο πίνακας 6, ο οποίος περιλαμβάνει τις αποδόσεις των επιλεγμένων μετοχών και του Γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, ανά μήνα.

*Πίνακας 6 Αποδόσεις μετοχών και Γενικού Δείκτη ανά μήνα*

ΑΠΟΔΟΣΗ ΜΕΤΟΧΗΣ ΑΝΑ ΜΗΝΑ											
ΜΗΝΑΣ	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ	Γ.Δ.Χ.Α.Α.
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,03	-0,02	0,27	2,37	0,41	1,10	0,15	0,29	-0,03	-0,09	40.488,43
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,01	0,00	0,21	1,56	0,77	1,14	0,16	0,10	0,04	-0,08	40.505,40
ΜΑΡΤΙΟΣ	0,00	0,07	1,45	0,28	0,96	0,15	0,08	0,01	0,03	0,62	40.421,56
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	-0,02	-0,07	-1,63	-0,79	-0,58	-0,71	-0,17	-0,16	-0,09	-0,57	40.406,59
ΜΑΙΟΣ	0,00	-0,08	-0,89	-1,74	-0,40	-0,86	-0,04	-0,09	-0,05	-0,44	40.539,50
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,02	-0,01	0,15	0,78	0,33	0,83	0,04	0,04	0,07	0,25	40.577,15
ΙΟΥΛΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,44	-2,09	-0,43	-0,25	-0,08	-0,12	-0,04	-0,09	40.618,09
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,01	-0,03	0,05	0,76	-0,22	0,08	0,02	0,03	0,01	-0,35	40.703,38
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,64	-0,14	-0,48	0,30	-0,09	-0,02	0,09	-0,11	40.732,01
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,05	-0,09	-2,06	-0,85	-0,82	-0,10	-0,07	0,02	-0,62	40.850,17
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,01	0,02	1,38	-0,14	-0,02	0,31	-0,03	0,03	0,02	0,28	41.041,63
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	-0,04	-0,02	-1,00	-1,13	-0,43	-0,39	-0,08	-0,06	-0,05	-0,30	41.026,80
<b>ΕΤΗΣΙΑ ΑΠΟΔΟΣΗ</b>	-0,03	-0,21	-1,18	-2,36	-0,93	0,90	-0,13	-0,01	0,03	-1,52	487.910,71
<b>ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ</b>	0,00	-0,02	-0,10	-0,20	-0,08	0,07	-0,01	0,00	0,00	-0,13	40.659,23

**B)** Υπολογίστηκε ο συντελεστής βήτα ( $b_i$ ) και ο σταθερός όρος ( $a_i$ ) για κάθε μια από τις μετοχές. Οι τύποι υπολογισμού των  $b_i$  και  $a_i$  αντίστοιχα παρουσιάζονται παρακάτω:

$$B_i = \frac{(COVARIANCE.P \ B3:B14;L3:L14)}{VAR.P(L3:L14)}$$

$$A_i = B16 - G20 * L16$$

Ο συντελεστής βήτα υπολογίστηκε ως το πηλίκο της συνδιακύμανσης των αποδόσεων τις κάθε μετοχής με τις αποδόσεις του Γενικού Δείκτη προς την διακύμανση του Γενικού Δείκτη. Ο σταθερός όρος  $a_i$  υπολογίστηκε ως η αφαίρεση της μέσης απόδοσης της μετοχής από το γινόμενο του  $b_i$  και της μέσης απόδοσης του Γενικού Δείκτη.

Ακολουθεί ο παρακάτω πίνακας 7 με τον υπολογισμό των  $b_i$  και  $a_i$  ανά μετοχή καθώς και ο συντελεστής  $B_p$  του χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 7 Συντελεστές  $B_i$ , σταθεροί όροι  $a_i$  και συντελεστής  $B_p$

ΜΕΤΟΧΗ	$B_i$	$A_i$
ΕΛΒΕ	-0,000031	1,26
ΧΑΚΟΡ	0,000001	-0,04
ΟΛΠ	0,000373	-15,25
ΑΛΦΑ	-0,002152	87,29
ΟΠΑΠ	-0,001156	46,92
ΟΤΕ	-0,000642	26,17
ΙΝΚΑΤ	-0,000162	6,59
ΙΑΣΩ	-0,000080	3,24
ΕΥΠΙΚ	0,000027	-1,11
ΕΛΠΕ	-0,000159	6,32
$B_p$	-0,000642	

Γ) Μετά τον υπολογισμό των  $b_i, a_i$  για κάθε μετοχή κατέστη δυνατή η εύρεση του τυπικού σφάλματος ( $e_i$ ) του σταθερού όρου για κάθε μετοχή. Το τυπικό σφάλμα, για κάθε μήνα, υπολογίστηκε ως η απόδοση της μετοχής του μηνός μείον την σταθερά  $a_i$  και το γινόμενο του συντελεστή βήτα με την μηνιαία απόδοση του γενικού δείκτη.

Παρουσιάζεται ο πίνακας 8 με τα τυπικά σφάλματα για κάθε μετοχή, μηνιαίως.

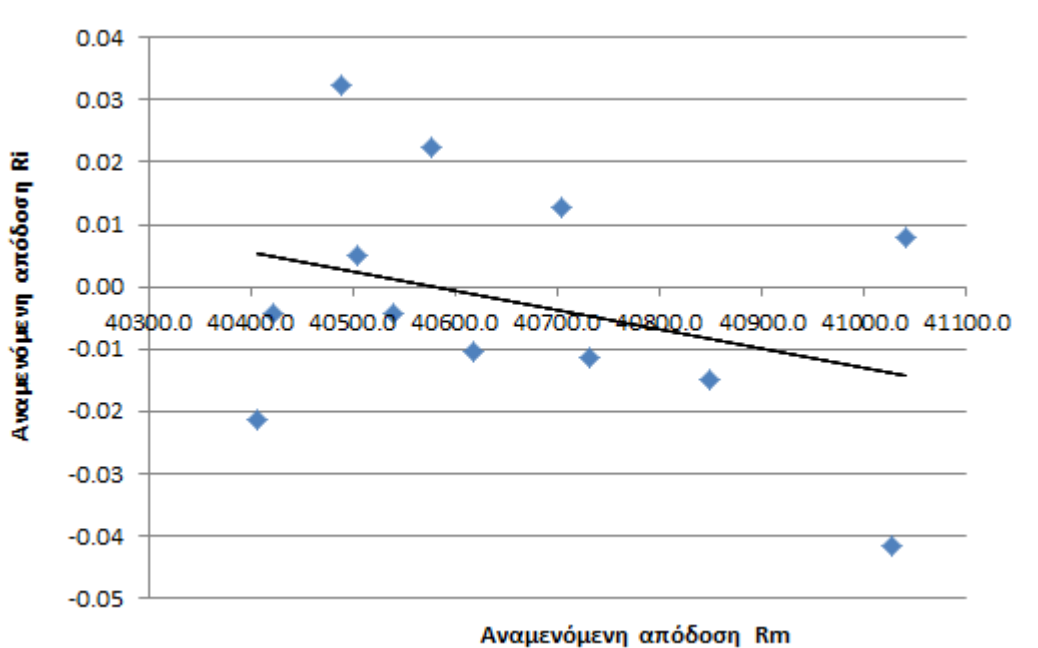
Πίνακας 8 Τυπικών σφαλμάτων ( $e_i$ )

ΜΗΝΑΣ	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,03	0,00	0,43	2,20	0,29	0,92	0,13	0,28	-0,02	0,01
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,00	0,02	0,37	1,42	0,67	0,96	0,15	0,09	0,04	0,02
ΜΑΡΤΙΟΣ	-0,01	0,09	1,64	-0,03	0,76	-0,07	0,05	0,00	0,04	0,70
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	-0,03	-0,05	-1,43	-1,14	-0,79	-0,94	-0,20	-0,18	-0,08	-0,48
ΜΑΙΟΣ	-0,01	-0,06	-0,74	-1,80	-0,46	-1,01	-0,05	-0,10	-0,05	-0,33
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,02	0,01	0,28	0,80	0,31	0,71	0,03	0,04	0,07	0,36
ΙΟΥΛΙΟΣ	-0,01	0,01	-0,32	-1,99	-0,40	-0,35	-0,07	-0,12	-0,04	0,03
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,02	-0,01	0,13	1,05	-0,09	0,04	0,04	0,04	0,01	-0,22
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	-0,01	0,00	-0,57	0,21	-0,32	0,28	-0,06	-0,01	0,09	0,03
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,03	-0,07	-1,45	-0,56	-0,77	-0,05	-0,06	0,01	-0,46
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,02	0,03	1,33	0,87	0,50	0,48	0,04	0,06	0,01	0,47
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	-0,03	0,00	-1,04	-0,14	0,08	-0,23	-0,01	-0,03	-0,06	-0,12
ΑΘΡΟΙΣΜΑ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Παρατηρούμε ότι ορθά (ως αναμένονταν) το άθροισμα των τυπικών σφαλμάτων της κάθε μετοχής είναι ίσο με το μηδέν.

Δ) Μετέπειτα του υπολογισμού του σταθερού όρου της παλινδρόμησης, του συντελεστή «βήτα» και του σφάλματός του σταθερού όρου, δύναται να βρεθούν οι ευθείες

παλινδρόμησης για τις δέκα μετοχές του χαρτοφυλακίου. Ενδεικτικά, παρουσιάζεται για την μετοχή ΕΛΒΕ η χαρακτηριστική ευθεία που βρέθηκε.



Ε) Μέσω των ευθειών παλινδρόμησης που βρέθηκαν υπολογίζονται για κάθε μία από τις μετοχές οι αποδόσεις ανά μήνα στον πίνακα 9.

Πίνακας 9 Αποδόσεις μέσω χαρακτηριστικών ευθειών

	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,03	-0,02	0,27	2,37	0,41	1,10	0,15	0,29	-0,03	-0,09
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,01	0,00	0,21	1,56	0,84	1,14	0,16	0,10	0,04	-0,08
ΜΑΡΤΙΟΣ	0,00	0,07	1,45	0,28	0,99	0,15	0,08	0,01	0,03	0,62
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	-0,02	-0,07	-1,63	-0,79	-0,56	-0,71	-0,17	-0,16	-0,09	-0,57
ΜΑΙΟΣ	0,00	-0,08	-0,89	-1,74	-0,31	-0,86	-0,04	-0,09	-0,05	-0,44
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,02	-0,01	0,15	0,78	0,44	0,83	0,04	0,04	0,07	0,25
ΙΟΥΛΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,44	-2,09	-0,30	-0,25	-0,08	-0,12	-0,04	-0,09
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,01	-0,03	0,05	0,75	-0,04	0,08	0,02	0,03	0,01	-0,35
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,01	-0,64	-0,14	-0,29	0,30	-0,09	-0,02	0,09	-0,11
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	-0,01	-0,05	-0,09	-2,06	-0,60	-0,82	-0,10	-0,07	0,02	-0,62
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,01	0,02	1,38	-0,14	0,33	0,31	-0,03	0,03	0,02	0,28
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	-0,04	-0,02	-1,00	-1,13	-0,09	-0,39	-0,08	-0,06	-0,05	-0,30
ΣΥΝΟΛΟ	-0,03	-0,21	-1,18	-2,36	0,83	0,90	-0,13	-0,01	0,03	-1,52

Έπειτα υπολογίζονται στους πίνακες 10 και 11 οι ερμηνευμένες αποδόσεις μέσω του υποδείγματος ενός δείκτη και οι αποδόσεις τις κάθε μετοχής αντίστοιχα.

*Πίνακας 10 Regression Sum Squares*

SSreg	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,13	6,59	0,11	1,06	0,03	0,08	0,00	0,00
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,10	3,08	0,60	1,13	0,03	0,01	0,00	0,00
ΜΑΡΤΙΟΣ	0,00	0,01	2,41	0,23	0,85	0,01	0,01	0,00	0,00	0,55
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	0,00	0,00	2,34	0,35	0,39	0,61	0,03	0,03	0,01	0,20
ΜΑΙΟΣ	0,00	0,00	0,62	2,39	0,14	0,87	0,00	0,01	0,00	0,10
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,00	0,00	0,06	0,95	0,14	0,57	0,00	0,00	0,00	0,14
ΙΟΥΛΙΟΣ	0,00	0,00	0,11	3,60	0,13	0,11	0,00	0,01	0,00	0,00
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,00	0,00	0,02	0,91	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,29	0,00	0,13	0,05	0,01	0,00	0,01	0,00
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,00	3,47	0,45	0,80	0,01	0,01	0,00	0,24
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	2,17	0,00	0,07	0,05	0,00	0,00	0,00	0,17
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,82	0,87	0,02	0,22	0,00	0,00	0,00	0,03
ΣΥΝΟΛΟ	0,00	0,02	9,08	22,44	3,05	5,48	0,11	0,16	0,03	1,48

*Πίνακας 11 Total Sum Squares*

SStot	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,13	6,59	0,23	1,06	0,03	0,08	0,00	0,00
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,10	3,08	0,72	1,13	0,03	0,01	0,00	0,00
ΜΑΡΤΙΟΣ	0,00	0,01	2,41	0,23	1,07	0,01	0,01	0,00	0,00	0,55
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	0,00	0,00	2,34	0,35	0,25	0,61	0,03	0,03	0,01	0,20
ΜΑΙΟΣ	0,00	0,00	0,62	2,39	0,10	0,87	0,00	0,01	0,00	0,10
ΙΟΥΝΙΟΣ	0,00	0,00	0,06	0,95	0,17	0,57	0,00	0,00	0,00	0,14
ΙΟΥΛΙΟΣ	0,00	0,00	0,11	3,60	0,12	0,11	0,00	0,01	0,00	0,00
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	0,00	0,00	0,02	0,91	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,29	0,00	0,16	0,05	0,01	0,00	0,01	0,00
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,00	3,47	0,60	0,80	0,01	0,01	0,00	0,24
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	2,17	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,17
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	0,00	0,00	0,82	0,87	0,12	0,22	0,00	0,00	0,00	0,03
ΣΥΝΟΛΟ	0,00	0,02	9,08	22,44	3,58	5,48	0,11	0,16	0,03	1,48

Το πηλίκο της διαίρεσής των *SSreg* με τα *SStot* δίνει τον συντελεστή προσδιορισμού της κάθε μετοχής, αποτυπώνοντας τον βαθμό ερμηνείας της κάθε μετοχής μέσω του υποδείγματός ενός δείκτη.

*Πίνακας 12 Συντελεστής προσδιορισμού*

$R^2$	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
	1	1	1	1	0,92	1	1	1	1	1

**Ζ)** Από τα δεδομένα του πίνακα 8, δημιουργήθηκε ο πίνακας 13 «Διακυμάνσεων\_ει» στον οποίο η διαγώνιος του απεικονίζει την διακύμανση των τυπικών σφαλμάτων ( $e_i$ ) για κάθε μια από τις μετοχές. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του συμπληρώθηκαν με το μηδέν. Λόγος της δημιουργίας του πίνακα αυτού ήταν να καταστούν δυνατοί οι υπολογισμοί για την εύρεση της διακύμανσης χαρτοφυλακίου μέσω μαθηματικών πινάκων (μήτρες).

*Πίνακας 13 Διακύμανσης των τυπικών σφαλμάτων  $e_i$*

ΜΕΤΟΧΗ	ΕΛΒΕ	ΧΑΚΟΡ	ΟΛΠ	ΑΛΦΑ	ΟΠΑΠ	ΟΤΕ	ΙΝΚΑΤ	ΙΑΣΩ	ΕΥΠΙΚ	ΕΛΠΕ
ΕΛΒΕ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΧΑΚΟΡ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΟΛΠ	0,00	0,00	0,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΑΛΦΑ	0,00	0,00	0,00	1,67	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΟΠΑΠ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,24	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΟΤΕ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,44	0,00	0,00	0,00	0,00
ΙΝΚΑΤ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
ΙΑΣΩ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00
ΕΥΠΙΚ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ΕΛΠΕ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,12

**Η)** Υπολογίσθηκε η απόδοση της κάθε μετοχής μέσω του υποδείγματος ενός δείκτη. Η απόδοση της κάθε μετοχής βρέθηκε ως το άθροισμα του σταθερού όρου ( $a_i$ ) και του γινομένου ( $B_i$ ) και της μέσης απόδοσης του γενικού δείκτη της αγοράς. Έπειτα δημιουργήθηκε ο πίνακας Weight2, ο οποίος περιέχει τις ποσοστώσεις των μετοχών και ο πίνακας Ones2, ο οποίος συμπληρώθηκε με την μονάδα. Ο λόγος δημιουργίας τους και το περιεχόμενο των πινάκων αυτών περιγράφηκε στην παράγραφο 4.2 Γ) στην σελίδα 23.

*Πίνακας 14 Αποδόσεων υποδείγματος ενός δείκτη, Βαρών και Ones2*

ΜΕΤΟΧΗ	Απόδ. Μεσώ ΥΕΔ	Weight2	Ones2
ΕΛΒΕ	0,00	0,69	1
ΧΑΚΟΡ	-0,02	0,18	1
ΟΛΠ	-0,10	0,00	1
ΑΛΦΑ	-0,20	0,00	1
ΟΠΑΠ	-0,08	0,00	1
ΟΤΕ	0,07	0,00	1
ΙΝΚΑΤ	-0,01	0,01	1
ΙΑΣΩ	0,00	0,01	1
ΕΥΠΙΚ	0,00	0,11	1
ΕΛΠΕ	-0,13	0,00	1



Θ) Δημιουργήθηκε ο πίνακας 15 στον οποίο υπολογίστηκαν οι αποδόσεις και οι τυπικές αποκλίσεις του χαρτοφυλακίου.

*Πίνακας 15 Ενδεικτική απεικόνιση υπολογισμού αποδόσεων του χαρτοφυλακίου*

Περιορισμός Σw=1	1
Διακύμανση χ/φ	0,05
Τυπική απόκλιση	0,23
Απόδοση Χ/Φ	-0,10
Απόδοση ΣΤΟΧΟΣ	-0,1

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως το γινόμενο του ανάστροφου πίνακα των βαρών με τον πίνακα των αποδόσεων και ο τύπος εύρεσής της είναι: «=(MMULT(TRANSPOSE(Weight2);Απόδοση\_ΓΔ))»

Ο τύπος υπολογισμού της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου μέσω του υποδείγματος ενός δείκτη υπολογίζεται με τον εξής τύπο:

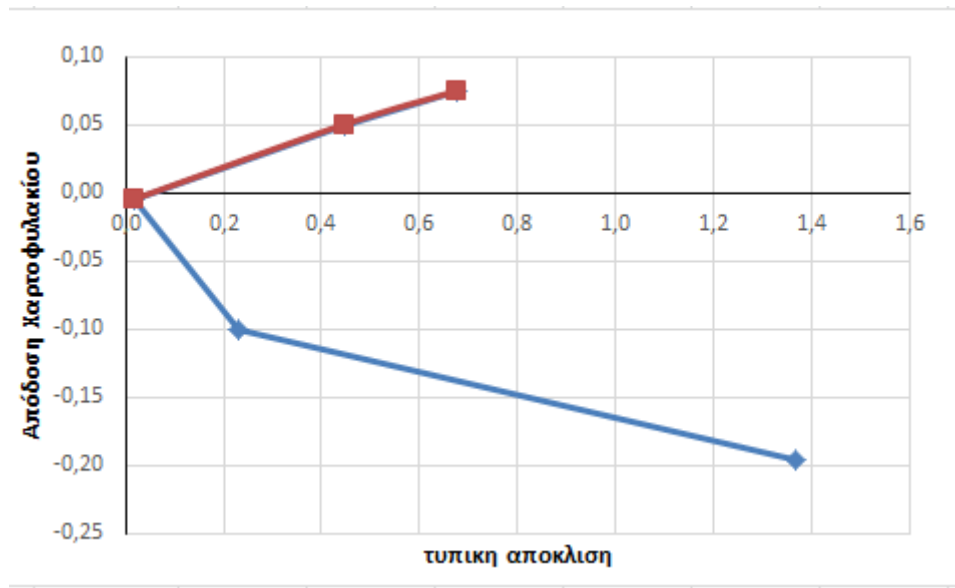
“=(POWER(G34;2))\*VAR.P(L3:L14)+MMULT(MMULT(TRANSPOSE(Weight2); Διακυμάνσεων\_ei);Weight2)”

Όπου με την συνάρτηση “(POWER(G34;2))” υπολογίζεται το τετράγωνο του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου. Επίσης, με την συνάρτηση VAR.P(L3:L14) υπολογίζεται η διακύμανση του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών που χρησιμοποιήθηκε.

Ι) Στον πίνακα 16 παρουσιάζεται το νέο σύνολο τιμών, αποδόσεων – κινδύνου του χαρτοφυλακίου που βρέθηκε συμπεριλαμβανόμενου και του καθολικά ελάχιστου χαρτοφυλακίου διακύμανσης. Με το σύνολο τιμών, δημιουργήθηκε το διάγραμμα διασποράς, όπου με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται το αποτελεσματικό σύνολο.

*Πίνακας 16 Σύνολο τιμών απόδοσης - κινδύνου του χαρτοφυλακίου μέσω υποδείγματος ενός δείκτη*

Απόδοση χ/φ	-0,20	-0,10	-0,005	0,05	0,07
Τυπική αποκλιση	1,37	0,23	0,016	0,45	0,68



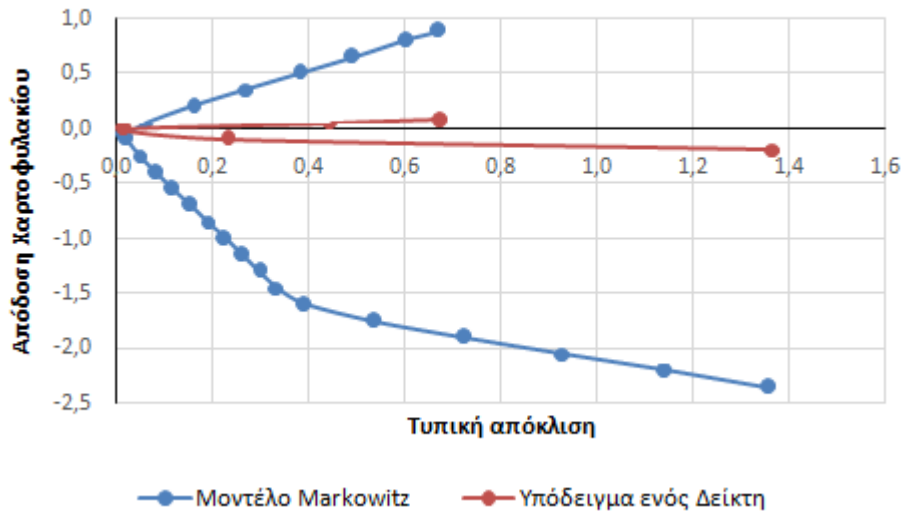
## 5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων υποδείγματος Markowitz και ενός δείκτη

Παρατηρείται μεγάλη απόκλιση τόσο στις αποδόσεις όσο και στις τυπικές αποκλίσεις που βρέθηκαν μέσω των δύο διαφορετικών υποδειγμάτων, του Markowitz και του υποδείγματος ενός δείκτη. Αν και ο βαθμός του συντελεστή συσχέτισης των μετοχών μέσω του υποδείγματος του ενός δείκτη είναι κοντά στην μονάδα, εντούτοις το χαρτοφυλάκιο δεν καταφέρνει να πλησιάσει τις αποδόσεις που βρέθηκαν μέσω υποδείγματος Markowitz. Συγκεκριμένα μέσω του υποδείγματος ενός δείκτη η μέγιστη απόδοση του χαρτοφυλακίου που βρέθηκε είναι 0,07 σε σύγκριση με την 0,89 μέσω του Markowitz και αντίστοιχα η μεγαλύτερη αρνητική απόδοση ισούταν με -0,19 σε σύγκριση με -2,35 μέσω του Markowitz. Απόρροια των μεγάλων αποκλίσεων είναι η εύρεση δυο διαφορετικών αποτελεσματικών συνόρων τα οποία δεν συγκλίνουν μεταξύ τους. Οι αποκλίσεις αυτές ωθούν στην διερεύνηση των αιτιών τους. Η μεγάλη απόκλιση που παρατηρείται μεταξύ των δύο μεθόδων οφείλεται στην μη προηγουμένως ανάλυση των διαθεσίμων μετοχών του χρηματιστηρίου και στην τυχαία επιλογή των δέκα μετοχών. Επιπρόσθετα, ο μικρός αριθμός μετοχών που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο δεν είναι επαρκής για να δημιουργηθεί ένα πλήρως διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο.

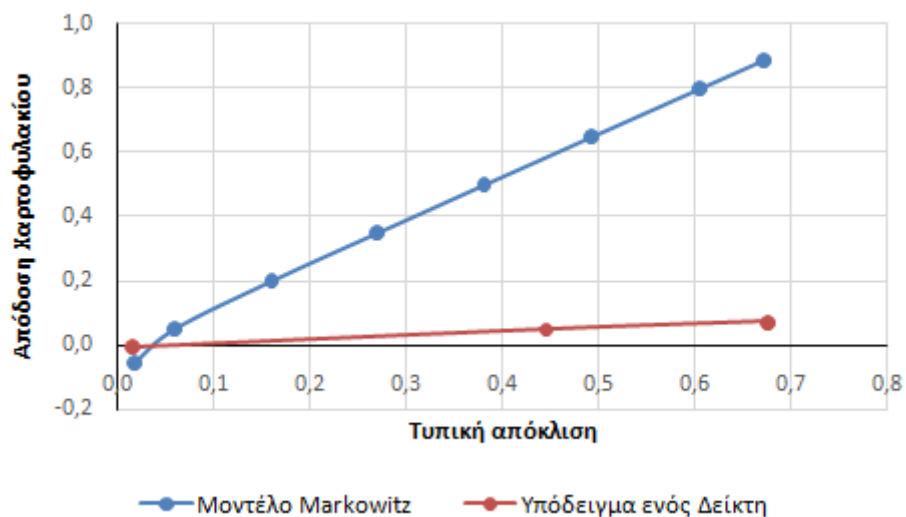
Ακολουθεί διαγραμματική απεικόνιση:

- 1) των εφικτών συνόλων των χαρτοφυλακίων και
- 2) των αποτελεσματικών συνόρων που βρέθηκαν με τα υποδείγματα του Markowitz και το υπόδειγμα ενός δείκτη.

## Εφικτά σύνολα



## Αποτελεσματικά σύννορα



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 6.1 Μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν

Για τον προσδιορισμό του αποτελεσματικού συνόρου του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιήθηκαν τα υποδείγματα του Markowitz και του ενός δείκτη. Παρατηρήθηκαν μεγάλες αποκλίσεις στην εύρεση των αποτελεσματικών συνόρων ανάμεσα στα δύο υποδείγματα, γεγονός που οδήγησε στην απόρριψη των δεδομένων που βρέθηκαν μέσω του υποδείγματος ενός δείκτη. Το υπόδειγμα του ενός δείκτη απαιτεί λιγότερους υπολογισμούς από το υπόδειγμα του Markowitz, όμως υστερεί σε ακρίβεια. Η διαφορά ανάμεσα στα δύο αποτελεσματικά σύνορα οφείλεται τόσο στην τυχαία επιλογή των μετοχών για να συνθέσουν το χαρτοφυλάκιο, όσο και στον μικρό αριθμό μετοχών γεγονός που δεν διαφοροποιεί πλήρως το χαρτοφυλάκιο.

Ο μικρός αριθμός των μετοχών καθώς και η μη ανάλυση των διαθεσίμων μετοχών απέφεραν χαμηλότερες αποδόσεις στο χαρτοφυλάκιο, από την απόδοση του στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Για το λόγο αυτό, δεν έγινε επέκταση του αποτελεσματικού συνόρου, σύμφωνα με τη θεωρία της γραμμής της κεφαλαιαγοράς.

### 6.2 Ο ρόλος της διαχείρισης χαρτοφυλακίου στη σημερινή εποχή

Το 2014 επικρατούσε μια πτωτική πορεία στο χρηματιστήριο λόγω ύφεσης. Όπως φαίνεται από την έκθεση της athexclear για το έτος 2014, “ο Γενικός Δείκτης του ΧΑ έκλεισε την 31.12.2014 στις 826,2 μονάδες μειωμένος κατά 29% από τις 1.162,7 μονάδες της αρχής του 2014, ενώ η κεφαλαιοποίηση του ΧΑ μειώθηκε κατά €13,6 δις ή 20% στα €53,0 δις”. Συγκεκριμένα στο χαρτοφυλάκιο που σχηματίστηκε παραπάνω, μόνο δύο από τις δέκα μετοχές είχαν θετική ετήσια απόδοση. Εδώ επέρχεται και ο ρόλος της διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Μέσω της διαφοροποίησης επιτεύχθηκε σε μεγάλο βαθμό ο επιμερισμός στις απώλειες του χαρτοφυλακίου λόγω μειωμένων αποδόσεων μεμονωμένων αξιογράφων. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει το πόσο ουσιώδης είναι η τεχνική της διαφοροποίησης των κεφαλαίων του κάθε επενδυτή, αναλογιζομένου και την αβεβαιότητα που επικρατεί στις χρηματιστηριακές αγορές.

## Βιβλιογραφία

Harry, Markowitz. «Portfolio Selection.» *Journal of Finance*, 1952: 77-91.

William F. Sharpe, Gordon J. Alexander, Jeffery V. Bailey. *INVESTMENTS*. Prentice Hall, 1999.

William, Sharpe. «A simplified model for portfolio analysis.» *Management Science*, 1963: 277-293.

Βασιλείου Δημήτρης, Ηρειώτης Νικόλαος. *Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου*. Rosili, 2015.

Κιόχος Πέτρος, Παπανικολάου Γεώργιος, Κιόχος Απόστολος. *Διαχείριση χαρτοφυλακίων & χρηματοοικονομικών κινδύνων*. Αθήνα: Συγχρονή Εκδοτική, 2003.

Παπαδήμου, Στέφανος. *Διαχείριση χαρτοφυλακίου μια σύγχρονη προσέγγιση*. Αθήνα: Gutenberg, 2009.

Συριόπουλος, Κ. *Διεθνείς Κεφαλαιαγορές Τόμος Ι - Θεωρία και Ανάλυση*. ΑΝΙΚΟΥΛΑ, 1999.

Χαλκός, Γεώργιος Εμμ. *ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ θεωρία, Εφαρμογές και Χρήση Στατιστικών προγραμμάτων σε Η/Υ*. Αθήνα: Τυπωθήτω, 2005.

## Διαδικτυακές πηγές

<http://www.investopedia.com>

<https://www.euretirio.com>

<https://www.capital.gr>