

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΉ ΠΡΟΣΟΜΟΪΩΣΗ ΣΤΡΩΤΗΣ ΡΟΗΣ ΡΕΥΣΤΟΎ ΣΕ ΑΠΟΤΟΜΗ ΕΚΤΟΝΩΣΗ ΑΓΩΓΟΎ»

«COMPUTATIONAL SIMULATION OF LAMINAR FLOW IN A SUDDEN EXPANSION OF A PIPE»

Θεοδώρου Ιωάννης του Χρήστου
Ρήγας Αθανάσιος του Αναστασίου

Οι υπογράφωντες υπεύθυνα δηλώνουν ότι η παρούσα εργασία με τίτλο «Υπολογιστική προσομοίωση στρωτής ροής ρευστού σε απότομη εκτόνωση αγωγού» είναι προϊόν δικής μας δουλειάς και ότι όλες οι πηγές που έχουν χρησιμοποιηθεί για τη σύνταξη της αναφέρονται πλήρως.

Θεοδώρου Ιωάννης _____

Ρήγας Αθανάσιος _____

Copyright © Ιωάννης Θεοδώρου, Αθανάσιος Ρήγας, 2017.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Νίκας

Κωνσταντίνος-Στέφανος

τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του ΑΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ.

Ευχαριστίες

Ως συγγραφείς αυτής της εργασίας και ως σπουδαστές, κρίνουμε απαραίτητο να αποδώσουμε τις ειλικρινείς μας ευχαριστίες στους ανθρώπους που μας βοήθησαν στην εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Αρχικά, θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας στον επιβλέποντα καθηγητή αυτής της εργασίας κ. Κωνσταντίνο - Στέφανο Νίκα για την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε αυτούς τους μήνες και την άψογη καθοδήγηση.

Ειλικρινείς ευχαριστίες και προς τους καθηγητές του τμήματος Μηχανολόγων-Μηχανικών ΤΕ για τις γνώσεις που μας παρείχαν όλα τα χρόνια, κατά τη διάρκεια των σπουδών.

Τέλος, θέλουμε να ευχαριστήσουμε τις οικογένειές μας, για τη στήριξη που μας παρείχαν κατά τα χρόνια της φοίτησής μας στο τμήμα Μηχανολόγων-Μηχανικών ΤΕ του ΑΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΤ.

Χωρίς τη συμβολή όλων αυτών των ανθρώπων η φοίτησή μας και η αποπεράτωση της εργασίας αυτής θα ήταν εξαιρετικά δυσκολότερη.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	3
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	8
1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ	10
1.1 Βασικοί ορισμοί.....	10
1.1.1 Ορισμός του Ρευστού.....	10
1.1.2 Συνεκτικότητα ή ιξώδες	12
1.1.3 Συμπιεστότητα.....	12
1.1.4 Είδη Ροών.....	13
1.1.5 Σύστημα και Όγκος Ελέγχου.....	14
1.2 Ανάλυση σε Μικροσκοπικό επίπεδο ή Διαφορική Ανάλυση	15
1.2.1 Διαφορική Εξίσωση Συνέχειας Διατήρηση Μάζας.....	16
1.2.2 Διαφορική Εξίσωση Ορμής.....	17
1.3 Ροή Ρευστού πάνω σε Ακίνητη-Σταθερή Πλάκα.....	18
1.3.1 Οριακό Στρώμα (Boundary layer).....	18
1.3.2 Είδη Οριακών Στρωμάτων.....	20
1.3.3 Εξισώσεις Οριακού Στρώματος.....	22
2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ (CFD).....	27
2.1 Ιστορία της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής.....	27
2.2 Ο Υπολογιστής & η Μηχανική Ρευστών.....	28
2.3 Γιατί Χρησιμοποιείται.....	31
2.4 Εφαρμογές.....	31
2.5 Περιορισμοί του CFD.....	36
2.6 Πλεονεκτήματα του CFD	36
2.7 CFD Ανάλυση: Βασικά Βήματα.....	38
2.7.1 Καθορισμός Στόχων Μοντελοποίησης.....	38
2.7.2 Καθορισμός Πεδίου που θα Επιλυθεί (Χώρος & Χρόνος).....	38
2.7.3 Σχεδιασμός & Κατασκευή του Υπολογιστικού Πλέγματος.....	38
2.7.4 Δημιουργία ενός Αριθμητικού, Μαθηματικού Μοντέλου.....	39

2.7.5 Επίλυση & Παρακολούθηση της Λύσης.....	39
2.7.6 Έλεγχος των Αποτελεσμάτων.....	40
2.8 Καθορισμός Προβλήματος & Προεπεξεργασία.....	41
2.9 Εκτέλεση των Υπολογισμών / Δημιουργία ενός Αριθμητικού Μαθηματικού Μοντέλου (Μοντελοποίηση).....	41
2.10 Γεωμετρία & Πεδίο Ορισμού.....	42
2.11 Συντεταγμένες.....	42
2.12 Συνθήκες Ροής.....	43
2.13 Αρχικές Συνθήκες (Σταθερές & μη, Ροές).....	43
2.14 Οριακές Συνθήκες.....	44
2.15 Επιλογή των Μοντέλων.....	44
2.16 Εκτέλεση των Υπολογισμών / Επίλυση & Παρακολούθηση της Λύσης.....	45
2.16.1 Αριθμητικές Μέθοδοι.....	45
2.16.2 Περιγραφικές Μέθοδοι.....	45
2.16.3 Μέθοδοι Επίλυσης (Solvers) & Αριθμητικές Παράμετροι...46	
2.16.4 Υψηλή Υπολογιστική Λειτουργία & Διαδικασία Εργασίας..46	
2.17 Γεωμετρία.....	48
2.18 Φυσική.....	48
2.19 Πλέγμα.....	48
2.20 Επίλυση & Παρακολούθηση της Λύσης.....	49
2.21 Επεξεργασία των Αποτελεσμάτων / Έλεγχος & Αναφορά των Αποτελεσμάτων.....	49
2.22 Επαλήθευση.....	50
2.23 Εργαλεία για την Εξέταση των Αποτελεσμάτων.....	50
3 TO ANSYS FLUENT.....	51
3.1 START ANSYS FLUENT.....	52
3.2 GEOMETRY.....	52
3.2.1 Saving.....	52
3.2.2 Fluid Flow (FLUENT) Project Selection.....	53
3.2.3 Analysis Type.....	54
3.2.4 Launch Design Modeler.....	54
3.2.5 Creating a Sketch.....	54

3.2.6 Modify.....	56
3.2.7 Dimensions.....	57
3.2.8 Surface Body Creation.....	58
3.3 MESH.....	59
3.3.1 Launch Mesher.....	59
3.3.2 Mapped Face Meshing.....	60
3.3.3 Edge Sizing.....	61
3.3.4 Create Named Selections.....	64
3.3.5 Save, Exit & Update.....	66
3.4 PHYSICS SETUP.....	66
3.4.1 Launch Fluent.....	67
3.4.2 Check and Display Mesh.....	68
3.4.3 Define Solver Properties.....	70
3.4.4 Define Material Properties.....	71
3.4.5 Define Boundary Conditions.....	72
3.4.6 Save.....	74
3.5 NUMERICAL SOLUTION.....	75
3.5.1 Second Order Scheme.....	75
3.5.2 Set Initial Guess.....	75
3.5.3 Set Convergence Criteria.....	76
3.5.4 Execute Calculation.....	77
3.6 NUMERICAL RESULTS.....	79
3.6.1 Velocity Vectors.....	79
3.6.2 Centerline Velocity.....	81
3.6.3 Saving the Plot.....	83
3.7 VERIFICATION AND VALIDATION	84
3.7.1 Repeat the Procedure.....	84
3.7.2 Compute the Solution.....	87
3.7.3 Velocity Profile.....	88
3.7.4 Streamline.....	90
4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ.....	92
4.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	92

4.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ.....	94
5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	95

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει ως σκοπό την εκμάθηση στη χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων για την επίλυση ρευστοδυναμικών εφαρμογών. Στόχος της πτυχιακής εργασίας είναι η προσομοίωση στρωτής ροής ρευστού σε απότομη εκτόνωση αγωγού, σε δισδιάστατο περιβάλλον. Ο σχεδιασμός και η ανάλυση επιτυγχάνεται με τη χρήση του λογισμικού πακέτου Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής ANSYS – FLUENT.

ABSTRACT

This project is aimed at learning to use computer programs to solve fluid dynamics applications. The aim of this work is to simulate sudden expansion in laminar pipe flow in two-dimensional simulation environment. The design and analysis is achieved using the CFD software package ANSYS- FLUENT.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την σχεδίαση της γεωμετρίας και την αρχική μοντελοποίηση του προβλήματος, λάβαμε υπόψη μία αντίστοιχη μελέτη του πανεπιστημίου των ΗΠΑ, Cornell University, την οποία και αντιγράψαμε ουσιαστικά. Η σχεδίαση και μοντελοποίηση, έγινε με το λογισμικό του ANSYS.

Η προσομοίωση εκτελέστηκε με το λογισμικό του ANSYS FLUENT και χρησιμοποιήθηκε φορητός υπολογιστής με επεξεργαστή Intel® Core™ i5 – 2430M CPU @ 2.40GHz 2.40 GHz με λειτουργικό σύστημα 64-bit και εγκατεστημένη μνήμη (RAM) 8,00 GB. Η μελέτη μας επικεντρώνεται στην προσομοίωση στρωτής ροής ρευστού σε απότομη εκτόνωση αγωγού.

Η συνεχής εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών είχε ως συνέπεια σοβαρές επιδράσεις στις ανθρώπινες δραστηριότητες και κατά συνέπεια στις περισσότερες επιστήμες. Η μηχανική των ρευστών ήταν από τους πρώτους επιστημονικούς κλάδους που χρησιμοποίησε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και τον έκανε αναντικατάστατο εργαλείο επίλυσης των προβλημάτων της.

Ένας από τους κλάδους της μηχανικής των ρευστών (Fluid_mechanics), είναι η υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD / Computational Fluid Dynamics). Σκοπός της είναι, χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους και αλγόριθμους, να επιλύσει και να αναλύσει τα προβλήματα που περιλαμβάνουν τις ροές των ρευστών, τη μετάδοσης θερμότητας και μάζας των χημικών αντιδράσεων και άλλων σχετικών ρευστομηχανικών και θερμοδυναμικών φαινομένων. Οι υπέρ-υπολογιστές χρησιμοποιούνται για να εκτελέσουν τα εκατομμύρια των υπολογισμών (επιλύσεις μαθηματικών εξισώσεων) που απαιτούνται για να προσομοιώσουν την αλληλεπίδραση των ρευστών και των αερίων με τις σύνθετες επιφάνειες που χρησιμοποιούνται στην εφαρμοσμένη μηχανική. Αυτός ο συνδυασμός υπολογιστή και αριθμητικής μεθοδολογίας της υπολογιστικής ρευστομηχανικής αποτελούν ισχυρά εργαλεία επίλυσης πολύπλοκων ρευστομηχανικών προβλημάτων για τους μηχανικούς εφαρμογής ή έρευνας.

Εντούτοις, ακόμη και με απλουστευμένες εξισώσεις καθώς επίσης και με τους μεγάλους υπερυπολογιστές, μόνο οι κατά προσέγγιση λύσεις μπορούν να επιτευχθούν σε πολλές περιπτώσεις. Οι ακριβέστεροι κώδικες που μπορούν με μεγάλη ακρίβεια και ταχύτητα να μιμηθούν ακόμη και τα σύνθετα σενάρια όπως η υπερηχητική και η τυρβώδης ροή, είναι ένας τρέχων τομέας της έρευνας.

ΔΟΜΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Κατά την εκπόνηση της εργασίας, αρχικά εξοικειωθήκαμε με την επιστήμη CFD, τις δυνατότητες που έχει καθώς και το εύρος των εφαρμογών της, έτσι λοιπόν μελετήσαμε και χρησιμοποιήσαμε λογισμικό εμπορικό πρόγραμμα (Fluent) το οποίο υπάρχει στο εργαστήριο εφαρμοσμένης ρευστομηχανικής και με τη βοήθειά του πραγματοποιήσαμε προσομοίωση βασικής ρευστομηχανικής εφαρμογής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

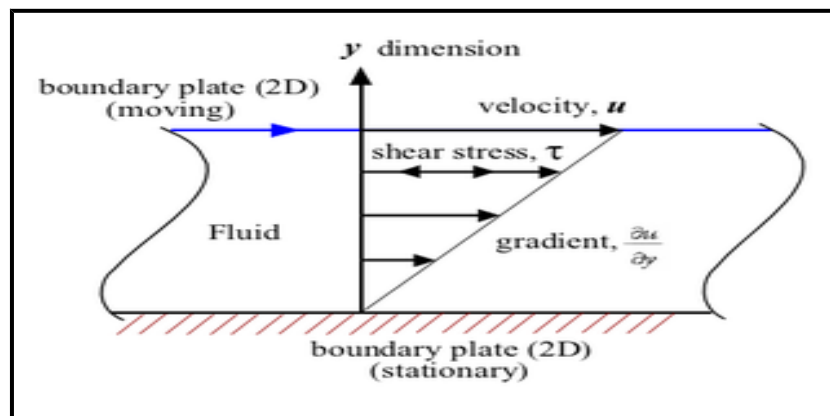
ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

1.1 ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

1.1.1 Ορισμός του Ρευστού

Ρευστό (Fluid) είναι μια ουσία που παραμορφώνεται συνεχώς όταν υφίσταται μια Διατμητική Τάση (Shear Stress) όσο μικρή και αν είναι αυτή. Διατμητική Δύναμη (Shear Force) είναι η συνιστώσα δύναμη που δρα κατά την εφαπτομένη μιας επιφάνειας και η δύναμη αυτή όταν διαιρεθεί με το εμβαδό της επιφάνειας, μας δίνει τη Μέση Διατμητική Τάση (Average Shear Stress) της επιφάνειας. Διατμητική Τάση σε κάποιο σημείο είναι το όριο του λόγου της Διατμητικής Δύναμης προς το Εμβαδόν, όταν αυτό τείνει στο μηδέν γύρω από το υπόψη σημείο.

Θεωρούμε ότι έχουμε μια ουσία η οποία βρίσκεται μεταξύ δύο πλακών (Σχήμα 1.1), με μικρή απόσταση η μία από την άλλη και μεγάλες σε μήκος ώστε να αγνοηθούν οι συνθήκες που επικρατούν στα άκρα τους. Η κάτω πλάκα είναι σταθερή ενώ στην πάνω πλάκα εφαρμόζεται μια δύναμη F , η οποία, ασκεί μια Διατμητική Τάση (Shear Stress) F/A σε κάθε σημείο μεταξύ των πλακών, όπου A είναι το εμβαδόν την επάνω πλάκας. Όταν η δύναμη F προκαλέσει την κίνηση της επάνω πλάκας με σταθερή ταχύτητα, όσο μικρό και αν είναι το μέτρο της F , συμπεραίνουμε ότι η ουσία που βρίσκεται ανάμεσα στις δύο πλάκες είναι ρευστό (Fluid). Αυτό το είδος ροής, ονομάζεται ροή Couette.



Σχήμα 1.1 Ροή Couette

Τα πειράματα έχουν δείξει ότι η F είναι ευθέως ανάλογη του A και αντιστρόφως ανάλογη του πάχους t όταν άλλα μεγέθη παραμένουν σταθερά. Αυτό εκφράζεται από

την εξίσωση: $F = \mu \frac{AU}{t}$ όπου μ ο συντελεστής αναλογίας και περιλαμβάνει την επίδραση του εξεταζόμενου ρευστού.

Αν $\tau = F/A$ η διατμητική τάση, τότε από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει:

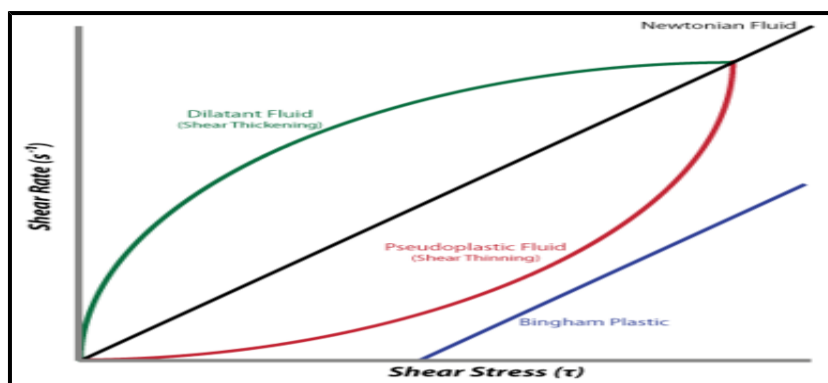
$$\tau = \mu \frac{U}{t} \quad \text{και ο λόγος} \quad \frac{U}{t} \quad \text{εκφράζει τη γωνιακή ταχύτητα (ή ρυθμό μεταβολής)}$$

της γωνιακής παραμόρφωσης του ρευστού. Η γωνιακή ταχύτητα μπορεί επίσης να γραφτεί ως du/dy , διότι το U/t αλλά και το du/dy εκφράζουν το λόγο της μεταβολής της ταχύτητας προς το μήκος στο οποίο έχουμε μεταβολή. Το κλάσμα du/dy εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο ένα στρώμα (layer) κινείται σχετικά με ένα προσκείμενο

σώμα. Οπότε η προηγούμενη εξίσωση γίνεται $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ όπου το μ ονομάζεται ιξώδες (viscosity) του ρευστού (ή συνεκτικότητα) και εκφράζει τον Νόμο του ιξώδους του Νεύτωνα.

Διαφορετικά υλικά από τα ρευστά δεν μπορεί να ικανοποιούν τον ορισμό του ρευστού. Για παράδειγμα, μια πλαστική ουσία θα παραμορφώνεται κατά ορισμένο ποσοστό ανάλογα με τη δύναμη, όχι όμως συνεχώς, όταν η επιβαλλόμενη τάση βρίσκεται κάτω από τη διατμητική τάση διαρροής. Συνεπώς, τα πλαστικά (Plastics) και τα στερεά (Solids) σώματα αποκλείονται από τα ρευστά (Fluids).

Τα ρευστά διακρίνονται σε Νευτώνεια και μη Νευτώνεια. Στα Νευτώνεια, η σχέση μεταξύ διατμητικής τάσης και ταχύτητας παραμόρφωσης είναι γραμμική, σε αντίθεση με τα μη Νευτώνεια, όπου η σχέση μεταξύ του μέτρου της επιβεβλημένης διατμητικής τάσης και της ταχύτητας παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική (Σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.2 Σύγκριση της συμπεριφοράς των τεσσάρων τύπων υγρών με ρυθμό διάτμησης σε συνάρτηση της εφαρμοζόμενης τάσης διάτμησης

1.1.2 Συνεκτικότητα ή ιξώδες

Για τη μελέτη της ροής των ρευστών, στο ιξώδες (viscosity) χρειάζεται να εξεταστεί η φύση και τα χαρακτηριστικά του καθώς και οι συντελεστές μετατροπής του απολύτου και του κινηματικού ιξώδους. Το ιξώδες είναι η ιδιότητα εκείνη του ρευστού, που του δίνει τη δυνατότητα να ανθίσταται σε διάτμηση. Ο νόμος ιξώδους

του Νεύτωνα $\left(\tau = \mu \frac{du}{dy} \right)$ αναφέρει ότι για μια δοσμένη ταχύτητα γωνιακής παραμόρφωσης του ρευστού η διατμητική τάση είναι ανάλογη προς το ιξώδες. Επί παραδείγματι, το μέλι και η πίσσα είναι ρευστά με πολύ μεγάλο ιξώδες ενώ αντίθετα το νερό και ο αέρας έχουν πολύ μικρό ιξώδες.

Το ιξώδες των αερίων αυξάνεται ενώ το ιξώδες των υγρών μειώνεται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία. Στα υγρά οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι πολύ μικρότερες από ότι στα αέρια και επομένως οι δυνάμεις συνοχής είναι πολύ μεγαλύτερες από ότι στα αέρια. Στα υγρά το ιξώδες οφείλεται κυρίως στις δυνάμεις συνοχής και αφού οι δυνάμεις μειώνονται με την αύξηση της θερμοκρασίας, μειώνεται και το ιξώδες. Αντίθετα στα αέρια, οι δυνάμεις συνοχής είναι πολύ μικρές.

Η τιμή του ιξώδους προσδιορίζεται από την εξίσωση ιξώδους του Νεύτωνα

$$\text{λύνοντας ως προς } \mu: \mu = \frac{T}{du/dy}$$

Το ιξώδες μ αποκαλείται και απόλυτο ιξώδες (absolute viscosity) ή δυναμικό ιξώδες (dynamic viscosity) για να μην μπερδεύεται με το κινηματικό ιξώδες ν

(kinematic viscosity), το οποίο είναι ο λόγος του ιξώδους προς την πυκνότητα της

μάζας, δηλαδή: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

1.1.3 Συμπιεστότητα

Άλλη μια ιδιότητα των ρευστών ιδιαίτερα σημασίας είναι η συμπιεστότητα. Συμπιεστότητα είναι η ιδιότητα των ρευστών να μεταβάλλουν την πυκνότητα τους με μεταβολή της ορθής εντατικής τους κατάστασης (πίεσης), είτε εν ηρεμία είτε εν κινήσει. Συγκεκριμένα, η αύξηση της πίεσης προκαλεί εν γένει αύξηση της πυκνότητας.

Για την περίπτωση των υγρών, λόγο της μεγάλης πυκνότητας των μορίων τους, επομένως και των μικρών τους αποστάσεων κάτω από μεγαλύτερες πιέσεις η μεταβολή του όγκου τους είναι αμελητέα. Για τον προαναφερόμενο λόγο θεωρούνται πρακτικά ασυμπίεστα ($p = \text{const}$).

Αντιθέτως στα αέρια, η απόσταση μεταξύ των μορίων είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με το μέγεθός τους, οπότε και η πυκνότητα τους είναι μικρή και δεν υφίστανται οι δυνάμεις συνοχής μεταξύ των μορίων. Άρα με την επενέργεια εξωτερικών δυνάμεων, που αυξάνουν την πίεση τους, μπορούν να μειώνουν τον όγκο τους και επομένως να αυξάνουν την πυκνότητά τους.

Η συμπιεστότητα ενός ρευστού εκφράζεται ως το αντίστροφο του μέτρου ελαστικότητας, που ορίζεται ως: $E = \frac{\Delta p}{\Delta p / p_0}$

Η συμπιεστότητα των αερίων είναι στενά συνυφασμένη με την εμφάνιση θερμικών φαινομένων στη μάζα τους. Η εσωτερική θερμική ενέργεια ενός αερίου χαρακτηρίζεται από τη θερμοκρασία του. Η σχέση που συνδέει την πίεση του αερίου, την θερμική του κατάσταση με την πυκνότητά του σε ηρεμία και σε κίνηση

ονομάζεται καταστατική εξίσωση: $\frac{P}{\rho} = RT$.

Από το γενικό ορισμό του μέτρου ελαστικότητας μπορούμε να το υπολογίσουμε για τα τέλεια αέρια στην περίπτωση της ισοθερμοκρασιακής μεταβολής: $E =$

$$\frac{\Delta p}{\Delta p/p_0} = p_0 \quad \frac{\Delta p}{\Delta p/p_0} = p_0 \quad \text{διότι για } T = \text{const έχουμε: } \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} = RT = RT_0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{p_0} = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$$

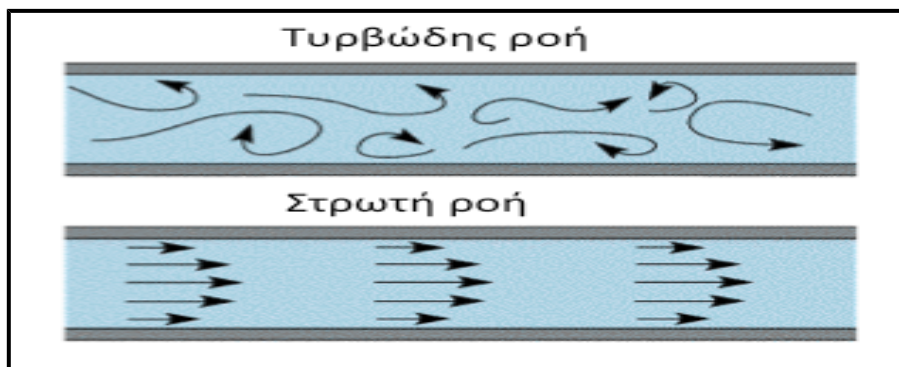
Η συμπιεστότητα των αερίων και κατ' επέκταση των ατμών αποτέλεσε γεγονός εξαιρετικής σημασίας για τους Τεχνολογικούς κλάδους, διότι κατέστη δυνατή η μετατροπή θερμικής ενέργειας σε μηχανικό έργο κατά πρόσφορο τρόπο, όπως στις θερμικές μηχανές, μηχανές εσωτερικής καύσης, στρόβιλοι, jet, πύραυλοι.

1.1.4 Είδη Ροών

Οι ροές των ρευστών χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιούμε κάθε φορά. Τα βασικά κριτήρια αναφέρονται παρακάτω:

- 1) **Άτριβη – Ιξώδης** : επίδραση του ιξώδους.
- 2) **Στρωτή / τυρβώδης**: Επίδραση των αδρανειακών δυνάμεων προς των δυνάμεων τριβής.
- 3) **Ασυμπίεστη συμπίεστη**: Επίδραση της πίεσης στην πυκνότητα (πρακτικό νόημα στα αέρια μόνο).
- 4) **Μόνιμη / Μη μόνιμη**: Μεταβολή με το χρόνο.
- 5) **Ομοιόμορφη**: Το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας είναι σταθερά κατά μήκος οποιασδήποτε ροϊκής γραμμής του πεδίου ροής.
- 6) **Περιοδική ροή**: πλήρης επαναληψιμότητα στο χώρο ή στο χρόνο.
- 7) **Μονοδιάστατη (1D), δισδιάστατη (2D) ή τρισδιάστατη (3D)**: μεταβολή ως προς 1, 2 ή 3 διευθύνσεις.

Η συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία επικεντρώνεται κυρίως στη Στρωτή και Τυρβώδη ροή των ρευστών, καθώς στη μεν Στρωτή Ροή τα σωματίδια του ρευστού κινούνται ομαλά και παράλληλα μεταξύ τους σε στοιβάδες αφού υπάρχει μόνο μοριακή μεταφορά ορμής και θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων, ενώ στη δε Τυρβώδη Ροή υπάρχουν ακανόνιστες, χαοτικές τροχιές των σωματιδίων, μακροσκοπική ανάμειξη, πάντοτε στρόβιλη πάντοτε μη –μόνιμη και μεταφορά μάζας και ενέργειας μεταξύ διαφορετικών περιοχών της ροής.



Σχήμα 1.3 Σχηματική αναπαράσταση στρωτής – τυρβώδους ροής μέσα σε αγωγό

1.1.5 Σύστημα και Όγκος Ελέγχου

Στις φυσικές και εφαρμοσμένες επιστήμες πολύ συχνά χρησιμοποιούνται οι έννοιες Σύστημα (Σ) και Όγκο Ελέγχου (OE) για τη μελέτη των διαφόρων φαινομένων.

Με τον όρο Σύστημα (Σ) εννοούμε μία διακεκριμένη ποσότητα ύλης, η μάζα της οποίας διατηρείται σταθερή με την πάροδο του χρόνου. Ότι δεν ανήκει στο σύστημα αποτελεί το περιβάλλον του συστήματος. Τα όρια του συστήματος σχηματίζουν μια (νοητή ή πραγματική) επιφάνεια, η οποία χωρίζει το σύστημα από το περιβάλλον του.

Οι Ιδιότητες του Συστήματος είναι οι εξής: α) Το σύστημα μπορεί να εναλλάσσει θερμότητα ή και έργο με το περιβάλλον, αλλά όχι μάζα. Εάν δεν εναλλάσσει ούτε θερμότητα ούτε έργο, λέγεται απομονωμένο, β) Το σύστημα ονομάζεται και κλειστό (λόγο της μη εναλλαγής μάζας) και χρησιμοποιείται συνήθως για τη μελέτη συστημάτων με στερεά σώματα.

Στη μηχανική των ρευστών, επειδή έχουμε ροή το σύστημα δεν είναι βολική έννοια. Γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιείται ο όγκος ελέγχου (OE). Με τον όρο αυτό εννοούμε ένα συγκεκριμένο όγκο (χώρο) διαμέσου του οποίου γίνεται μεταφορά μάζας του ρευστού. Η γεωμετρική επιφάνεια που χωρίζει τον όγκο ελέγχου από το περιβάλλον ονομάζεται επιφάνεια ελέγχου. Ένα όγκος ελέγχου μπορεί να είναι ακίνητος, να κινείται με σταθερή ταχύτητα ή ακόμα να επιταχύνεται.

Οι Ιδιότητες του Όγκου Ελέγχου είναι οι εξής: α) Η εναλλαγή μάζας συνεπάγεται και εναλλαγή ορμής, β) Στην θερμοδυναμική, ο όγκος ελέγχου ονομάζεται ανοικτό σύστημα.

1.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ Ή ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Στη διαφορική ανάλυση απαιτείται επαναδιατύπωση των νόμων της φυσικής έτσι ώστε αυτοί να μπορούν να εφαρμοστούν σε διαφόρους όγκους ελέγχους. Αυτό επιτυγχάνεται με το Διαφορικό Θεώρημα Μεταφοράς το οποίο περιγράφεται παρακάτω:

$$\left(\frac{d\dot{h}}{dt} \right)_{\text{σύστημα}} = \frac{\partial}{\partial t}(\dot{n}\rho) + \nabla \cdot (\dot{n}\rho \vec{V}) \quad (1.1)$$

Όπου:

- $\left(\frac{d\dot{h}}{dt} \right)_{\text{σύστημα}}$, ολικός διαφορικός ρυθμός της ιδιότητας N του ρευστού ανά μονάδα όγκου.
- $\frac{\partial}{\partial t}(\dot{n}\rho)$, διαφορικός ρυθμός μεταβολής της ιδιότητας N του ρευστού στον όγκο ελέγχου.
- $\nabla \cdot (\dot{n}\rho \vec{V})$, διαφορικός ρυθμός καθαρής εκροής της ιδιότητας N του ρευστού διαμέσου της διαφορικής επιφάνειας.
- $\dot{n}$, ποσότητα της ιδιότητας N ανά μονάδα μάζας ρευστού.
- $\dot{h}$, ποσότητα της ιδιότητας N ανά μονάδα όγκου.

1.2.1 Διαφορική Εξίσωση Συνέχειας Διατήρηση Μάζας

Εφαρμόζοντας το διαφορικό θεώρημα μεταφοράς που προαναφέραμε σε σχέση με την ιδιότητα της μάζας, προκύπτει:

$$\dot{n} = \frac{m}{m} = 1 \quad (1.2)$$

$$\frac{d\dot{h}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{m} \right) = 0 \quad (1.3)$$

Από τις παραπάνω παραδοχές (1.2.1) και (1.2.2) η εξίσωση (1.2) γίνεται:

$$\left(\frac{d\dot{m}}{dt}\right)_{\text{σύστημα}} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad \text{Διαφορική εξίσωση Συνέχειας}$$

(1.4)

Όπου:

- $\frac{\partial \rho}{\partial t}$, ογκομετρικός διαφορικός ρυθμός συσσώρευσης μάζας
- $\nabla \cdot (\rho \vec{V})$, καθαρός ογκομετρικός διαφορικός ρυθμός εκροής μάζας.

Η διαφορική εξίσωση της συνέχειας (1.4) για όλα τα πεδία ροής γίνεται:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} =$$

0 [Διαφορική Μορφή]

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \vec{V}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + (\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \quad \text{[Διανυσματική Μορφή]}$$

Εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό, $\left(\frac{D\rho}{Dt} = 0\right)$:

$$\nabla \cdot \vec{V} \Rightarrow \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

1.2.2 Διαφορική Εξίσωση Ορμής

Εφαρμόζοντας το διαφορικό θεώρημα μεταφοράς που αναφέραμε πιο πάνω σχέση (1.2) για την ιδιότητα της ορμής, προκύπτει:

$$n = \frac{\vec{J}}{m} = \frac{m\vec{V}}{m} = \vec{V}$$

Από τις παραπάνω παραδοχές η σχέση (1.2) γίνεται:

Ὅπου:

- ### Ανάλυση Διαφορικής Εξίσωσης Ορμής:

Άρα, από (i) και (ii) έχουμε την διαφορική εξίσωση ορμής:

Η σχέση **(1.3)** αναλύεται σε τρεις συνιστώσες στο σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων

$$f_x = \rho \left(\frac{du_x}{dt} + u_x \frac{du_x}{dx} + u_y \frac{du_x}{dy} + u_z \frac{du_x}{dz} \right) \quad (\text{Στον άξονα } x)$$

$$f_y = \rho \left(\frac{du_y}{dt} + u_x \frac{du_y}{dx} + u_y \frac{du_y}{dy} + u_z \frac{du_y}{dz} \right) \quad (\text{Στον άξονα } y)$$

$$f_z = \rho \left(\frac{du_z}{dt} + u_x \frac{du_z}{dx} + u_y \frac{du_z}{dy} + u_z \frac{du_z}{dz} \right) \quad (\text{Στον άξονα } z)$$

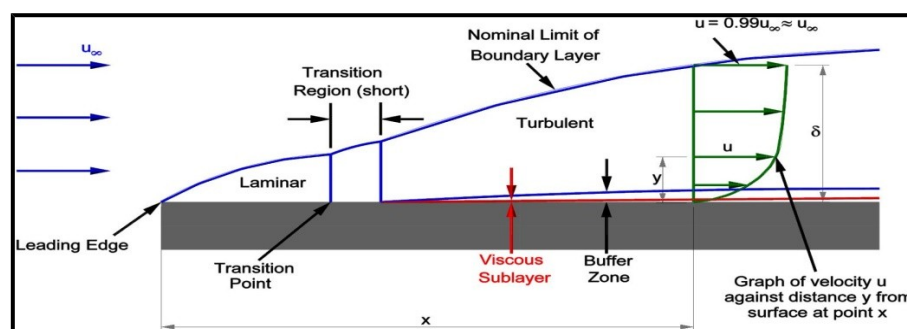
1.3 ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΠΑΝΩ ΣΕ ΑΚΙΝΗΤΗ-ΣΤΑΘΕΡΗ ΠΛΑΚΑ

1.3.1 Οριακό στρώμα (Boundary layer)

Η θεωρία του οριακού στρώματος θεμελιώθηκε από τον Prandtl το 1905, επιτυγχάνοντας να συνδέσει την ιδανική με την ιξώδη ροή. Με βάση την θεωρία του, η επίδραση του ιξώδους γίνεται ιδιαίτερα αισθητή σε ένα πολύ λεπτό στρώμα ρευστού, που ονομάζεται οριακό στρώμα, πλησίον της επιφάνειας του στερεού τοιχώματος.

Το πεδίο ροής από την κίνηση ενός ρευστού πάνω από ένα στερεό μπορεί να χωριστεί δύο περιοχές: το οριακό στρώμα και η περιοχή εκτός αυτού.

Στην περιοχή εκτός του οριακού στρώματος, η ροή διέπεται μόνο από τις δυνάμεις αδράνειας και πίεσης και μπορεί να θεωρηθεί έπειτα από πολύ καλή προσέγγιση άτριβη. Αντίθετα, στην περιοχή του οριακού στρώματος η ροή εκτός από τις προηγούμενες δυνάμεις διέπεται σε σημαντικό βαθμό από τις ιξώδεις δυνάμεις, οι οποίες είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις αδρανειακές.



Σχήμα 1.4 Ανάπτυξη οριακού στρώματος πάνω από ακίνητη επίπεδη πλάκα

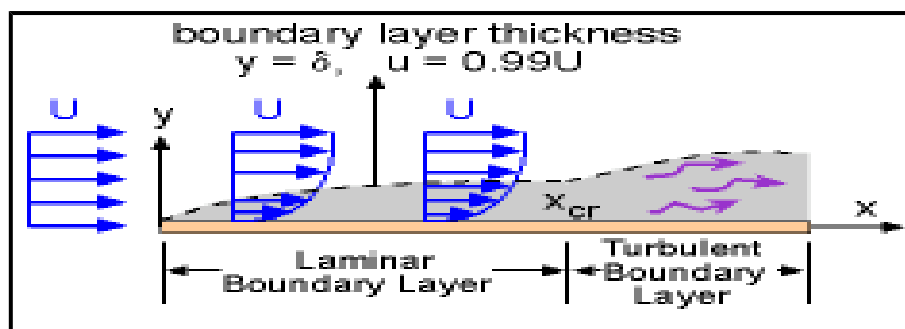
Θεωρούμε ομοιόμορφη, μόνιμη ροή πάνω από μια λεπτή επίπεδη πλάκα η οποία είναι τοποθετημένη παράλληλα προς την διεύθυνση της ροής (σχήμα 1.4).

Πριν φτάσει το ρευστό στην αρχική ακμή της πλάκας έχει μια ομοιόμορφη ταχύτητα u_∞ . Η παρουσία της πλάκας έχει ως αποτέλεσμα το ρευστό πάνω σε αυτή να έχει ίση ταχύτητα με αυτή της πλάκας, λόγω της ιξώδους φύσης του ρευστού.

Από την αρχική ακμή της πλάκας αναπτύσσεται μια διατμητική τάση με αποτέλεσμα να προκαλείται επιβράδυνση της ροής. Έτσι σε διάφορα σημεία της πλάκας αναπτύσσεται κατανομή της ταχύτητας, όπως αυτή που φαίνεται στο (σχήμα 1.4).

Για τη μελέτη ροών γύρω από στερεά σώματα σημαντικό ρόλο παίζουν τα τρία ακόλουθα χαρακτηριστικά μεγέθη του οριακού στρώματος:

Πάχος οριακού στρώματος (boundary layer thickness), (δ): το πάχος, δ , περιγράφει τη γειτονική περιοχή ως προς την πλάκα σε κάθετη διεύθυνση στην οποία παρατηρείται μεταβολή της ταχύτητας του ρευστού δεν είναι σταθερό κατά την αξονική ως προς την πλάκα διεύθυνση, αλλά γενικά αυξάνεται καθώς μεγάλες ποσότητες ρευστού επιβραδύνονται υπό την επίδραση διατμητικών τάσεων εντός του οριακού στρώματος.

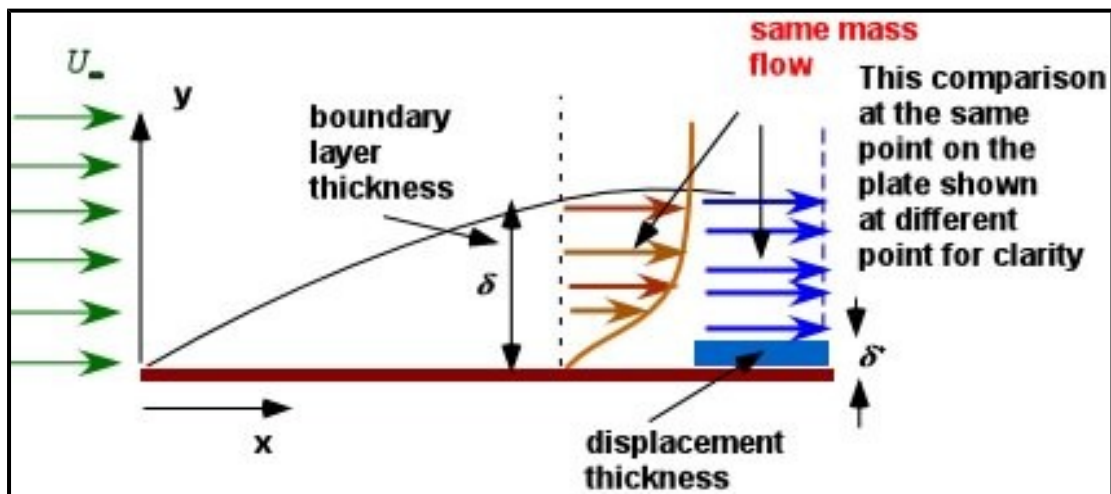


Σχήμα 1.5 Πάχος οριακού στρώματος (δ)

Πάχος μετατόπισης (displacement thickness), δ_1 : ως πάχος μετατόπισης, δ_1 , ορίζεται το πάχος ενός ιδεατού στρώματος ρευστού, ταχύτητας ίσης με την αντίστοιχη της ελεύθερης ροής, μέσα στο οποίο η παροχή του ρευστού είναι ίση με τη

μείωση της παροχής μέσα στο οριακό στρώμα, λόγω επιβράδυνσης της ροής. $\delta_1 =$

$$\int_h^{h+\delta} (1-u/U) dy$$



Σχήμα 1.6 Πάχος μετατόπισης (δ_1)

Πάχος ορμής (momentum thickness), δ_2 : ως πάχος ορμής, δ_2 , ορίζεται το πάχος ενός ιδεατού στρώματος ρευστού, ταχύτητας ίσης με του ελεύθερου ρεύματος, για το οποίο η εισροή ορμής είναι ίση με την αντίστοιχη μείωση αυτής δια μέσου του

οριακού στρώματος, λόγω επιβράδυνσης της ροής.
$$\delta_2 = \int_h^{h+\delta} u/U \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

1.3.2 Είδη Οριακών Στρωμάτων

- **Στρωτό οριακό στρώμα (Laminar Boundary Layer)**

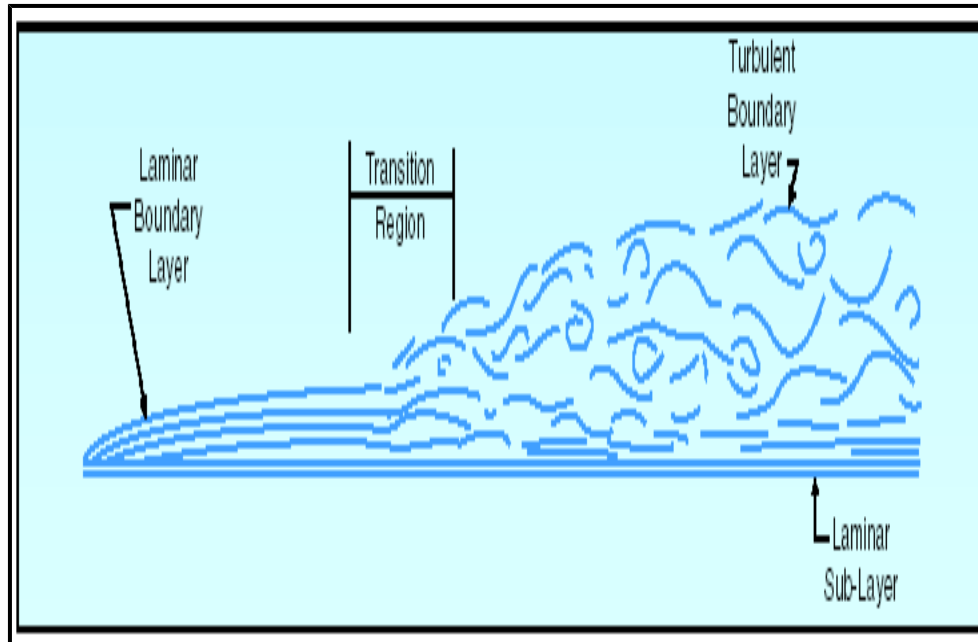
Η Περιοχή μέσα στην οποία για μια μικρή απόσταση από την αρχική ακμή της πλάκας όλα τα στοιχεία του ρευστού κινούνται παράλληλα προς την επιφάνεια και μεταξύ τους.

- **Μεταβατική Περιοχή (Transition Region)**

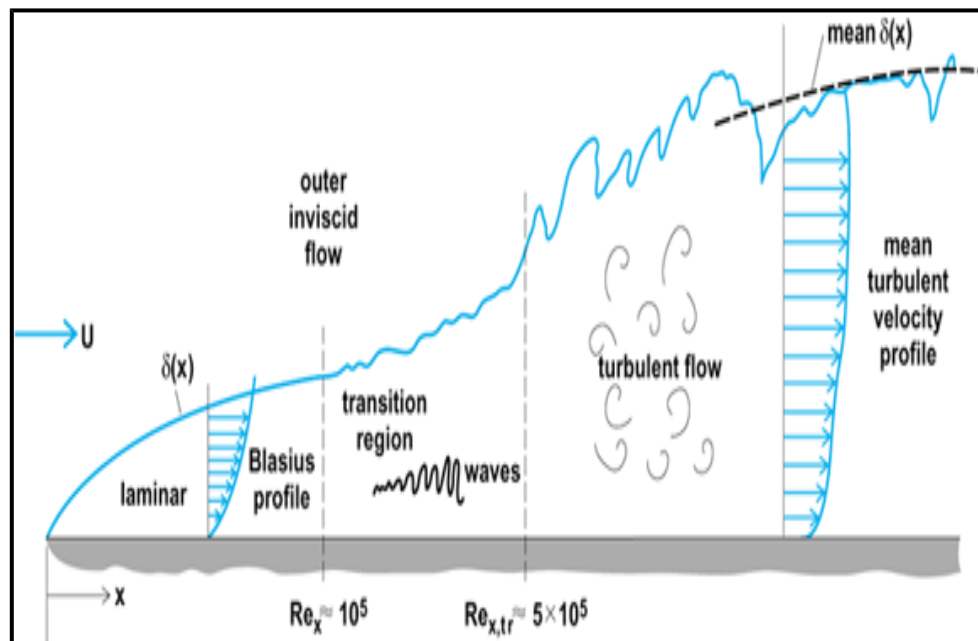
Είναι η περιοχή όπου η ροή παρουσιάζει κάποια σημάδια αστάθειας με την άτακτη και ακανόνιστη γένεση δινών με αύξουσα συχνότητα.

- **Τυρβώδες οριακό στρώμα (Turbulent Boundary Layer)**

Στο τυρβώδες οριακό στρώμα όλη η περιοχή χαρακτηρίζεται από υψηλά επίπεδα τύρβης εκτός μιας πολύ λεπτής ζώνης γνωστής ως στρωτό υπόστρωμα, η οποία βρίσκεται πολύ κοντά και σε επαφή με το στερεό τοίχωμα.



Σχήμα 1.7 Αναπαράσταση ειδών οριακών στρωμάτων



Σχήμα 1.8 Κρίσιμος αριθμός Reynolds στις μεταβατικές περιοχές του οριακού στρώματος

Στην περίπτωση ροής πάνω από πλάκα η κρίσιμη τιμή Re για τη μετάβαση από τη στρωτή στη μεταβατική περιοχή είναι $2 \cdot 10^5$, ενώ για τη μετάβαση από τη μεταβατική στην πλήρως τυρβώδη είναι $5 \cdot 10^5$.

1.3.3 Εξισώσεις Οριακού Στρώματος

Η εύρεση των εξισώσεων του οριακού στρώματος ήταν μια από τις πιο σημαντικές προόδους στην δυναμική των ρευστών.

Χρησιμοποιώντας μια διάταξη ανάλυσης μεγέθους, η γνώση που διέπει τις εξισώσεις Navier-Stokes σαν ιξώδη ροή ρευστού μπορούν να απλοποιηθούν σημαντικά εντός του οριακού στρώματος. Συγκεκριμένα, το χαρακτηριστικό των μερικών διαφορικών εξισώσεων γίνεται παραβολική, παρά την ελλειπτική μορφή της πλήρους εξίσωσης Navier-Stokes. Αυτό απλοποιεί σημαντικά τη λύση των εξισώσεων. Κάνοντας την προσέγγιση του οριακού στρώματος, η ροή διαιρείται σε ένα ιξώδες τμήμα (το οποίο είναι εύκολο να λυθεί από έναν αριθμό μεθόδων) και του οριακού στρώματος.

Οι εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes σε ένα δισδιάστατο σύστημα (x,y) και θεωρώντας ότι η ροή είναι ασυμπίεστη έχουμε:

Εξίσωση συνέχειας σε διαφορική μορφή:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Εξισώσεις κίνησης Navier-Stokes:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Όπου u και v οι συνιστώσες της ταχύτητας, ρ η πυκνότητα, p η πίεση και ν το κινηματικό ιξώδες του υγρού σε ένα σημείο.

Με την προϋπόθεση ότι η ροή είναι ασυμπίεστη και μεγάλου αριθμού Reynolds, οι παραπάνω εξισώσεις Navier-Stokes για την διεύθυνση x καταλήγουν στην παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Και αν το ρευστό είναι ασυμπίεστο (όπως τα υγρά υπό κανονικές συνθήκες):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Στην συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση της παράλληλης ροής πάνω σε επίπεδη πλάκα στην οποία η στατική πίεση (εξωτερική) είναι σταθερή, δηλαδή:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Οι διαφορικές εξισώσεις του συστήματος είναι:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Με οριακές συνθήκες : $u(y=0)=v(y=0)=0$ και $u(y=\infty)=u_\infty$

Αριθμός Reynolds- Κίνηση αντικειμένων σε ρευστά

Το κριτήριο για το εάν ένα ρευστό κατά τη ροή του συμπεριφέρεται στρωτά ή τυρβώδη προκύπτει από τον υπολογισμό ενός αδιάστατου μεγέθους, του αριθμού Reynolds. Ο αριθμός Reynolds είναι ένα ημι – εμπειρικό μέγεθος, εκφράζει τον λόγο

του διπλασιασμού της κινητικής ενέργειας ενός στοιχειώδους όγκου του ρευστού δια των απωλειών του σε τριβή:

$$Re = \frac{2 E_{κιν}}{W_{τριβή}}$$

Όσο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του ρευστού τόσο ασταθής γίνεται η ροή, ενώ η τριβή του, επιδρά ισορροπητικά στην ροή του ρευστού.

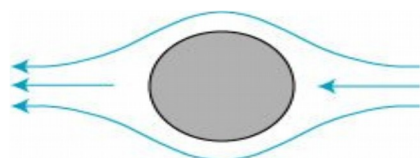
- Για μικρές τιμές του αριθμού Reynolds, δηλαδή για $E_{κιν} \ll W_{τριβή}$ η ροή είναι στρωτή.
- Για $E_{κιν} \gg W_{τριβή}$ εμφανίζονται στροβιλισμοί στη ροή του ρευστού με αποτέλεσμα να γίνεται τυρβώδης.

Για τον υπολογισμό των συνθηκών που εκφράζουν τη ροή του ρευστού εισάγεται ένα χαρακτηριστικό μήκος L, το οποίο περιγράφει τη γεωμετρία του πεδίου ροής.

Ο αριθμός Reynolds ορίζεται πλέον ως :

$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$, όπου V η μέση ταχύτητα ροής, ρ η πυκνότητα και ο συντελεστής τριβής (ιξώδες).

Μετάβαση στρωτής σε τυρβώδη ροή στην κίνηση σφαίρας μέσα σε ρευστό:

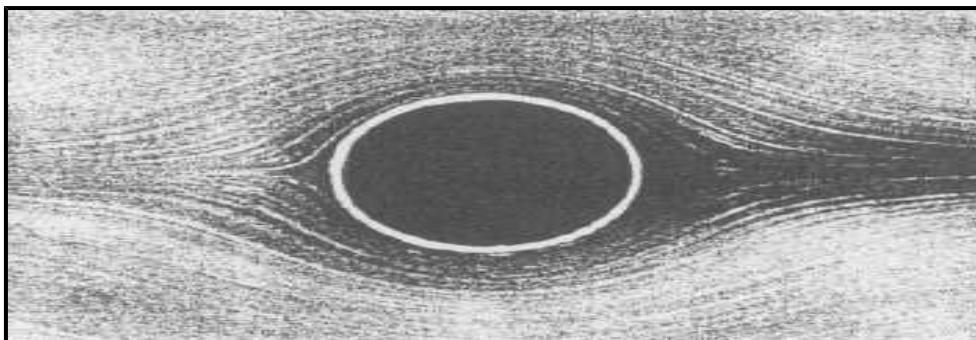


Για κίνηση σφαίρας μέσα σε ρευστό, το L περιγράφει την διάμετρο της σφαίρας, δηλαδή,

$$L=2 \cdot r \Rightarrow Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta} = \frac{\rho \cdot V \cdot 2 \cdot r}{\eta}$$

Έχει αποδειχθεί ότι η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή πραγματοποιείται σε πολύ μικρές τιμές του αριθμού Reynolds. Πειραματικά, έχει δειχθεί ότι η κρίσιμη του είναι περίπου η μονάδα : $R_{κρίσιμη} \approx 1$

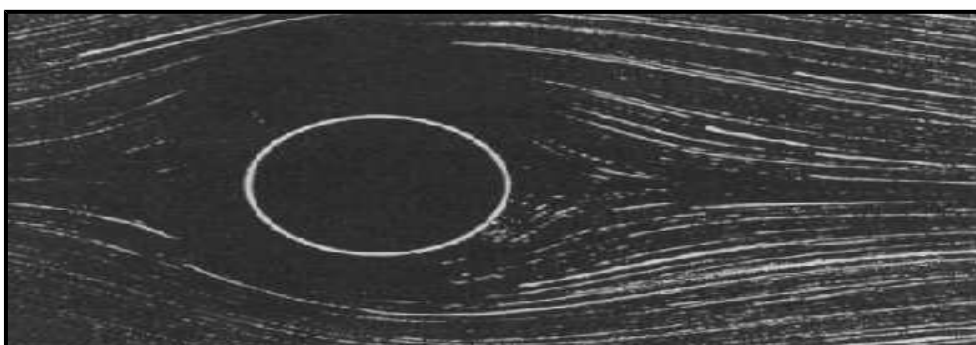
- $Re \ll 1$:



($\mathcal{R}=0,16$)

Η ροή είναι ιζώδης και σχεδόν συμμετρική ανάντη και κατόντη της σφαίρας

- $\text{Re} \approx 1$:



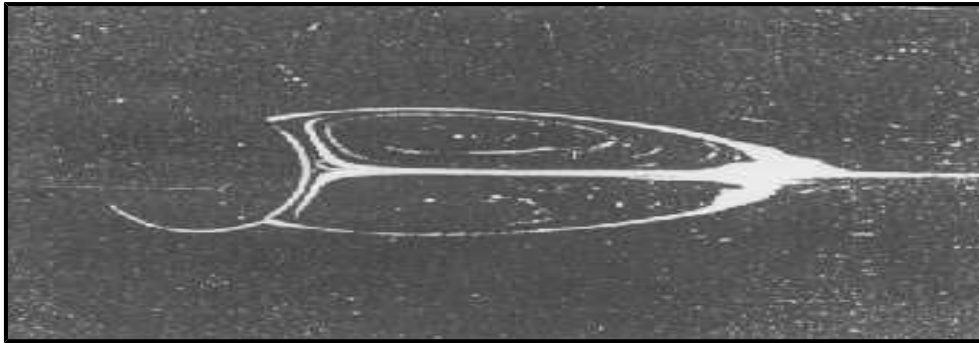
($\mathcal{R}=1,54$)

Ελαφρά αναπτυσσόμενη ασυμμετρία

- $10 \leq \mathcal{R} \leq 41$:



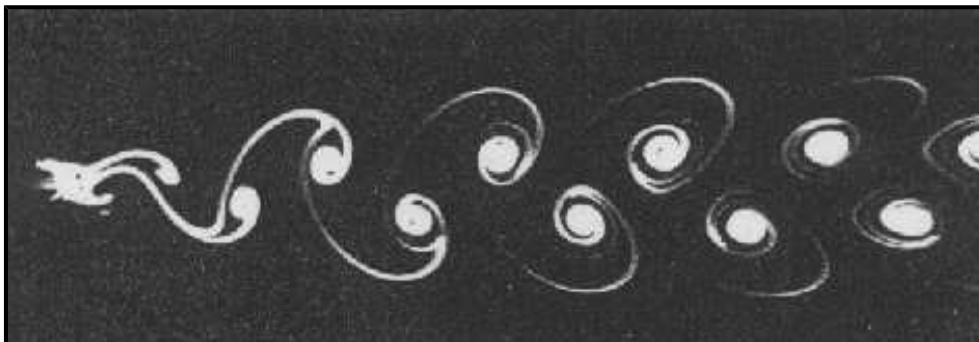
($\mathcal{R}=26$)



($\mathcal{R} = 41$)

Ο χωρισμός εμφανίζεται, με συνέπεια δύο αντιθέτως περιστρεφόμενες δύνες στα ίχνη του κυλίνδρου. Η ροή ακόμα σταθερή και στρωτή.

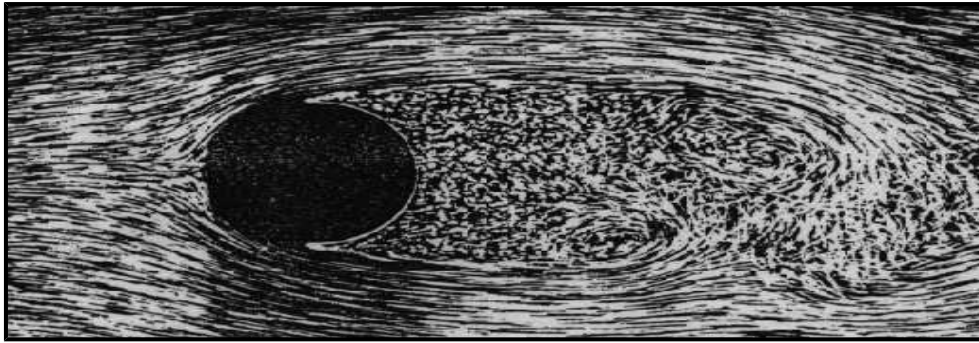
- $41 \leq \mathcal{R} \leq 10^3$:



($\mathcal{R} = 105$)

Ασταθής στρωτή ροή με αντιθέτως περιστρεφόμενες δίνες. Η ροή ακόμα είναι προβλέψιμη.

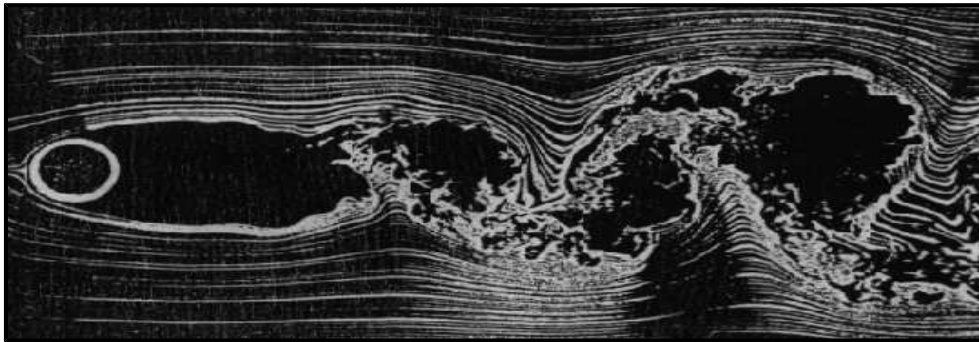
- $\mathcal{R} > 10^3$:



($\mathcal{R} = 2000$)

Οι δίνες είναι ακόμα ασταθείς και η ροή μεταπίπτει σε τυρβώδη

- $\text{Re} \approx 10^4$:



($\mathcal{R} = 10000$)

Πλήρως τυρβώδης ροή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

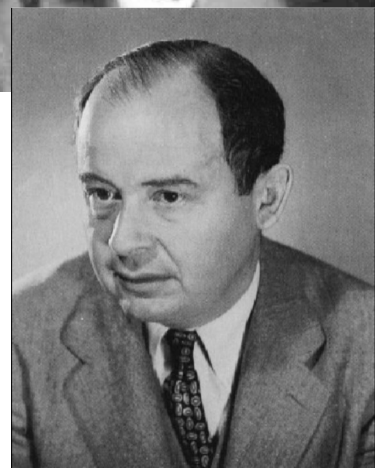
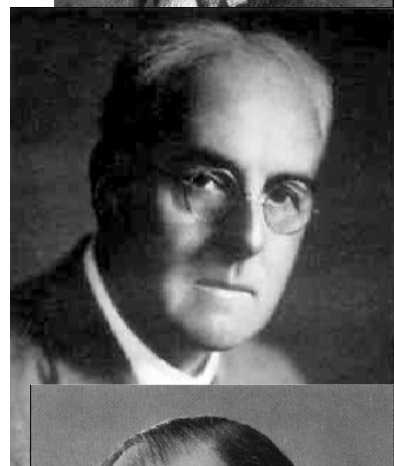
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ (CFD)

Στο παρακάτω κεφάλαιο γίνεται λόγος για την τεχνολογία CFD και πιο συγκεκριμένα αναφέρεται γιατί χρησιμοποιείται, ποιες οι εφαρμογές της, καθώς και ποιά είναι τα βασικά στάδια μιας ανάλυσης CFD κατά την διαδικασία επίλυσης μιας ρευστομηχανικής εφαρμογής.

2.1 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Πρώτη εργασία υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD) πραγματοποιήθηκε από τον L.F. Richardson (1910) με την εξής θεματολογία:

- Αντί για H/Y η αριθμητική επίλυση γινόταν από ανθρώπους.
- Επαναληπτική επίλυση της εξίσωσης Laplace χρησιμοποιώντας μέθοδο πεπερασμένων διαφορών για τη ροή γύρο από κύλινδρο, κλπ.
- Προσδιορισμός λάθους.
- Μέθοδοι υποχαλάρωσης (1920-50).
- Βασικό άρθρο από τους Courant, Friedrichs και Lewy για τις υπερβολικές εξισώσεις (1928).
- Ανάλυση ευστάθειας κατά Von Neumann για παραβολικά προβλήματα (1950).
- Οι Harlow και Fromm (1963) υπολόγισαν χρονικά μεταβαλλόμενη ροή (vortex street) με υπολογιστή.
- Δημοσίευσαν ένα άρθρο στο Scientific America (1965) για τη χρήση του CFD σε αριθμητικά πειράματα.
- 1960-1970, δημιουργία κωδίκων οριακού στρώματος (boundary layer) πχ, GENMIX από τους Patankar και Spalding στα 1972.
- Τεχνικές επίλυσης για ασυμπίεστες ροές στη δεκαετία 1970 (πχ. αλγόριθμοι SIMPLE από Patankar και Spalding).
- Jameson υπολόγισε ροή τύπου Euler σε ένα ολόκληρο αεροπλάνο (1981).



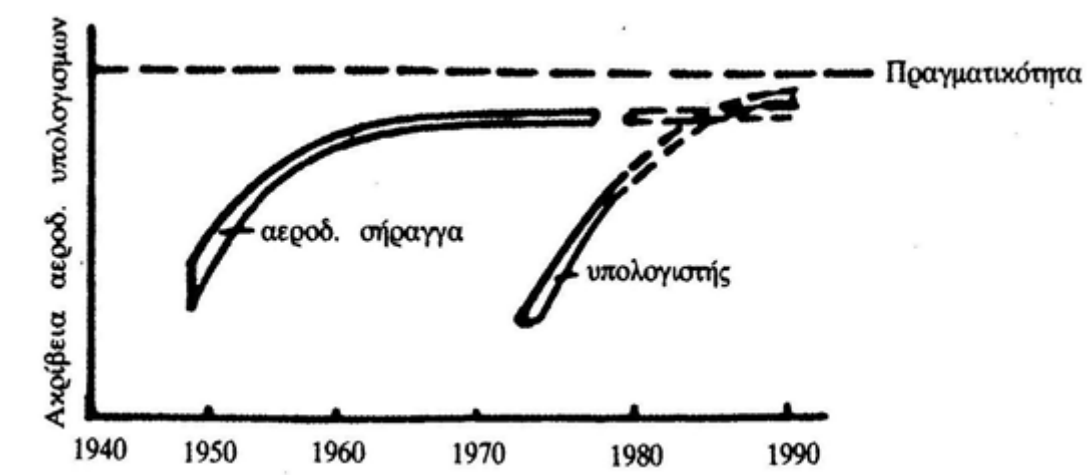
2.2 Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗΣ & Η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

Η ανάπτυξη και η εκτεταμένη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών τα τελευταία 30 χρόνια είχε αρκετή επίδραση σχεδόν σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, τεχνικό, κοινωνικό, επιστημονικό. Η επίδραση των υπολογιστών στον τομέα της Μηχανικής των Ρευστών υπήρξε αρκετά σημαντική. Μέχρι το τέλος της δεκαετίας του 1960 οι λύσεις των προβλημάτων της ρευστομηχανικής προέρχονταν, είτε από πειραματική προσομοίωση των προβλημάτων σε αεροδυναμική σήραγγα, είτε από αναλυτικές λύσεις απλοποιημένων εξισώσεων με παραδοχές, των οποίων η αξιοπιστία ήταν αμφισβητήσιμη.

Η αεροδυναμική σήραγγα, η οποία έχει τόσο πλατιά χρήση στη μελέτη των αεροδυναμικών φαινομένων μπορεί να θεωρηθεί σαν μηχανισμός ολοκλήρωσης των διαφορικών εξισώσεων που εκφράζουν το πεδίο ροής. Συνήθως, τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από την αεροδυναμική σήραγγα αναφέρονται σε ολοκληρωτικά μεγέθη του πεδίου ροής, όπως συντελεστής άνωσης, C_L και αντίστασης του αεροσκάφους, C_D , σπανιότερα δε σε σημειακά μεγέθη του πεδίου ροής, όπως ταχύτητες και πιέσεις σε διάφορες θέσεις. Σήμερα, η συμμετοχή του ηλεκτρονικού υπολογιστή στη λύση των προβλημάτων της μηχανικής των ρευστών είναι σχεδόν πρωταρχική, σε ορισμένες δε περιπτώσεις οι λύσεις που παρέχει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι αρκετά αξιόπιστες και δεν κρίνεται αναγκαίος ο έλεγχος των αριθμητικών αποτελεσμάτων με μετρήσεις.

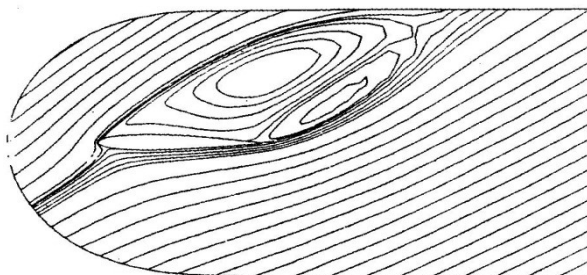
Η εξέλιξη της υπολογιστικής ισχύος των μηχανών σε συνδυασμό με την ακρίβεια των μαθηματικών μοντέλων προσομοίωσης φαίνεται, ότι σύντομα θα οδηγήσει στην κατάσταση, όπου η αξιοπιστία των ρευστομηχανικών υπολογισμών να είναι μεγαλύτερη από την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της πειραματικής προσομοίωσης.

Σήμερα, χωρίς σοβαρές απλουστευτικές παραδοχές, μπορούν να επιλυθούν, αριθμητικά, δισδιάστατα τυρβώδη πεδία ροής, όπως αυτό που η λύση του παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.2, να επιχειρείται και η επίλυση τρισδιάστατων πεδίων ροής, όπως της δυναμικής ροής γύρω από ολόκληρο το αεροσκάφος ή της τρισδιάστατης ροής γύρω από ολόκληρο αυτοκίνητο.



Σχήμα 2.1 : Σύγκριση αξιοπιστίας H/Y και Αεροδυναμικής Σήραγγας

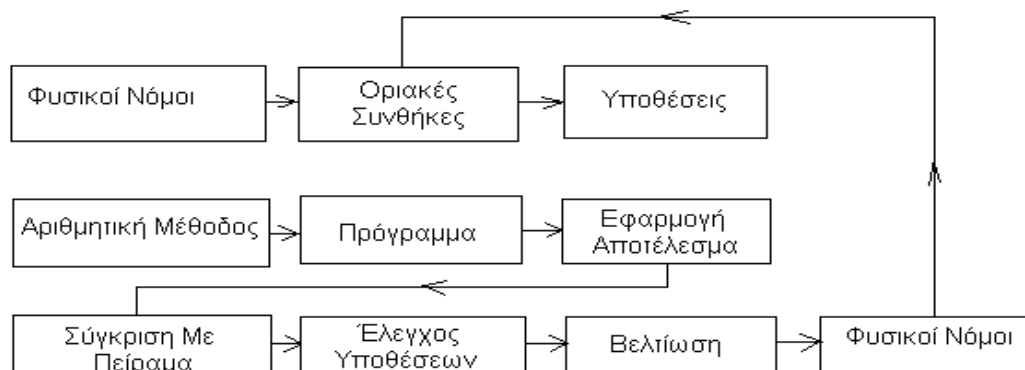
Σήμερα, η μελέτη ή η εκλογή της κατάλληλης αεροτομής για τις διάφορες εφαρμογές στην Αεροναυπηγική βιομηχανία γίνεται θεωρητικά με την αριθμητική επίλυση (με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή) της δυναμικής ροής γύρω από την αεροτομή ή με τη σχεδίαση εκείνης της αεροτομής που ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος, «π.χ. μέγιστο Q με ελάχιστο CD ».



Σχήμα 2.2 : Αεροτομή σε μεγάλη γωνία πρόσπτωσης με καθολική αποκόλληση

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, όταν μπορεί αξιόπιστα να επιλύσει ένα πεδίο ροής, έχει πολύ μεγαλύτερες δυνατότητες από την εναλλακτική λύση της φυσικής προσομοίωσης του πεδίου ροής σε Αεροδυναμική σήραγγα, γιατί η πειραματική προσομοίωση του πεδίου ροής συνήθως δεν μπορεί να είναι πλήρης, όπως στην περίπτωση της προσομοίωσης της διηθητικής ροής, λόγω του φαινομένου της αλληλεπίδρασης της ροής με τα τοιχώματα της σήραγγας ή της αδυναμίας της

σύγχρονης προσομοίωσης των αριθμών Reynolds και Mach της ροής. Ο υπολογιστής, όπως είναι φανερό δεν έχει τέτοιες δεσμεύσεις μια και μπορεί να προσομοιώσει οποιεσδήποτε καταστάσεις ροής. Ο μόνος προς το παρόν περιορισμός του είναι η ταχύτητα εκτέλεσης των πράξεων και η χωρητικότητα της μνήμης του.



Σχήμα 2.3 : Διαδικασία ελέγχου φυσικών υποθέσεων

Πολλές φορές συζητείται εκτενώς η δυνατότητα του υπολογιστή να αντικαταστήσει μελλοντικά πειράματα. Προς το παρόν τόσο ο υπολογιστής όσο και η πληθώρα των πειραματικών εφαρμογών αλληλοσυμπληρώνονται. Ο υπολογιστής όμως έχει πολύ μεγαλύτερο ρυθμό εξέλιξης αλλά και μείωσης του κόστους εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων. Στο μέλλον, όταν οι υπολογιστικές μέθοδοι θα έχουν βελτιωθεί και η ταχύτητα και η μνήμη των υπολογιστών θα έχει αυξηθεί, προβλέπεται ότι το μεγαλύτερο τμήμα της σχεδίασης των πειραματικών εφαρμογών θα γίνεται με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή και μόνο σε ορισμένες οριακές περιπτώσεις θα ελέγχονται πειραματικά. Τέλος, ο ηλεκτρονικός υπολογιστής εκτός από τη χρησιμότητα του ως εργαλείο επίλυσης προβλημάτων πρακτικού ενδιαφέροντος συμβάλλει σημαντικότερα στον έλεγχο της ορθότητας των φυσικών υποθέσεων που συνυπάρχουν στις βασικές ρευστομηχανικές εξισώσεις ή σε απλουστευμένες μορφές τους. Ενδεικτικά η όλη μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων με υπολογιστή φαίνεται διαγραμματικά στο Σχήμα 2.3, όπου τα θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την αριθμητική λύση συγκρίνονται με πειραματικά. Η συμφωνία ή η διαφωνία της αριθμητικής και της πειραματικής λύσης οδηγεί στην βελτίωση των φυσικών υποθέσεων. Σήμερα, η μεγάλη ερευνητική προσπάθεια που καταβάλλεται διεθνώς

εντοπίζεται στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων προσομοίωσης της τυρβώδους ροής.

2.3 ΓΙΑΤΙ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

- Ανάλυση και σχεδιασμός

◊ Η τεχνολογία CFD χρησιμοποιείται για την προσομοίωση βασισμένη στο σχεδιασμό, παρέχοντας ακριβή αποτελέσματα όσον αφορά τη ροή ρευστού μέσα ή γύρω από μια επιφάνεια.

◊ Χρησιμοποιείται επίσης για περιπτώσεις κατά τις οποίες είναι σχεδόν αδύνατο να διεξαχθεί πείραμα ώστε να πάρουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα, (προσομοίωση φυσικών φαινομένων) όπως π.χ.:

Προσομοίωση σε πραγματικές διαστάσεις και συνθήκες (αεροπλάνα, πλοία, κ.α.)

Περιβαλλοντολογικές συνθήκες (αέρας, καιρός, κ.α.)

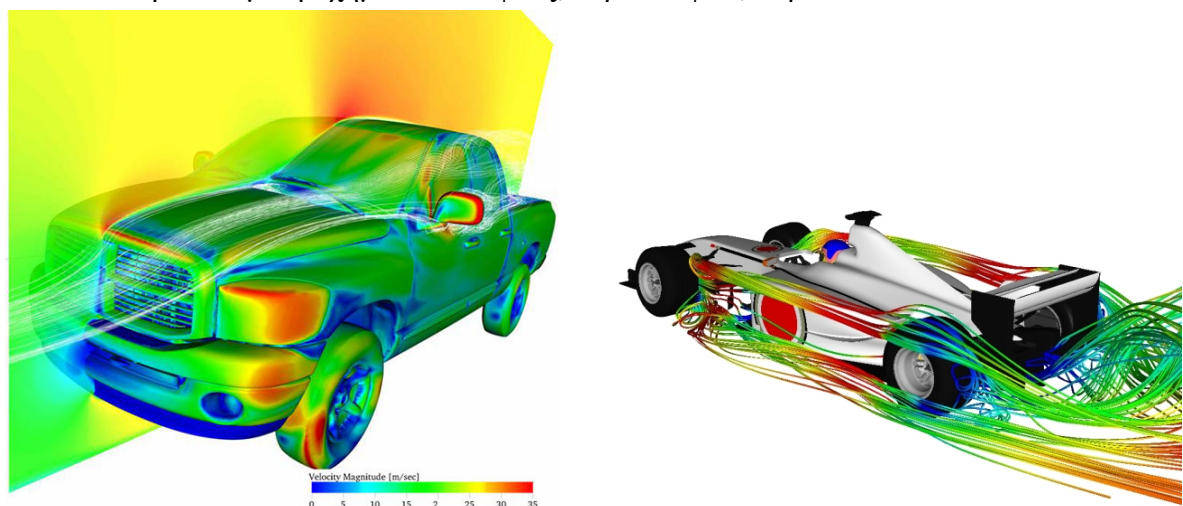
Επικίνδυνες δραστηριότητες (εκρήξεις, ραδιενέργεια, κ.α.)

Φυσική (πλανητικές στοιβάδες, αστρική εξέλιξη, κ.α.)

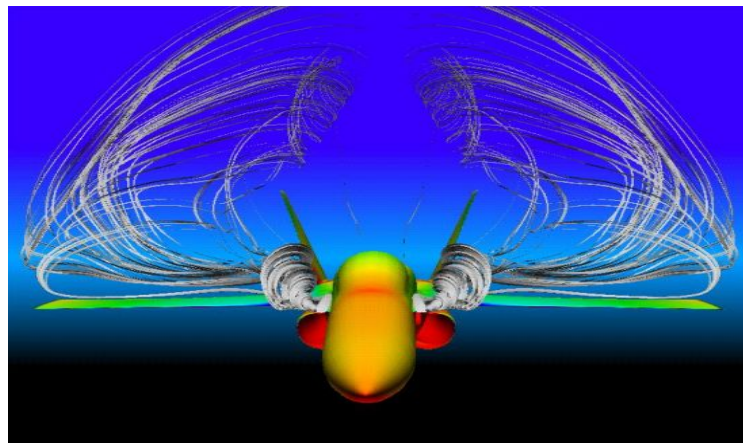
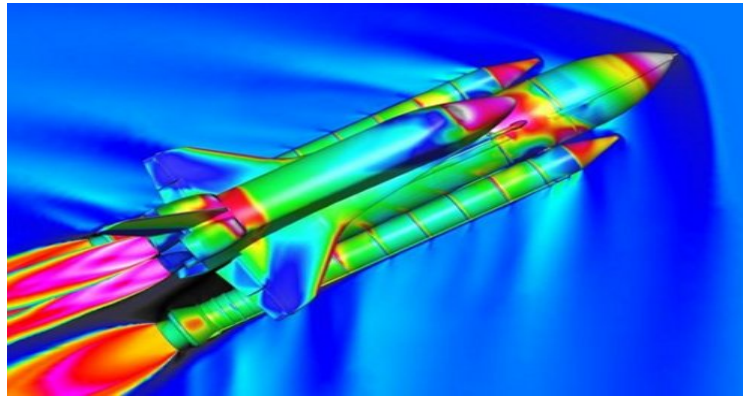
2.4 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Οι εφαρμογές της τεχνολογίας CFD είναι πραγματικά αμέτρητες. Ορισμένες από αυτές αναφέρονται παρακάτω :

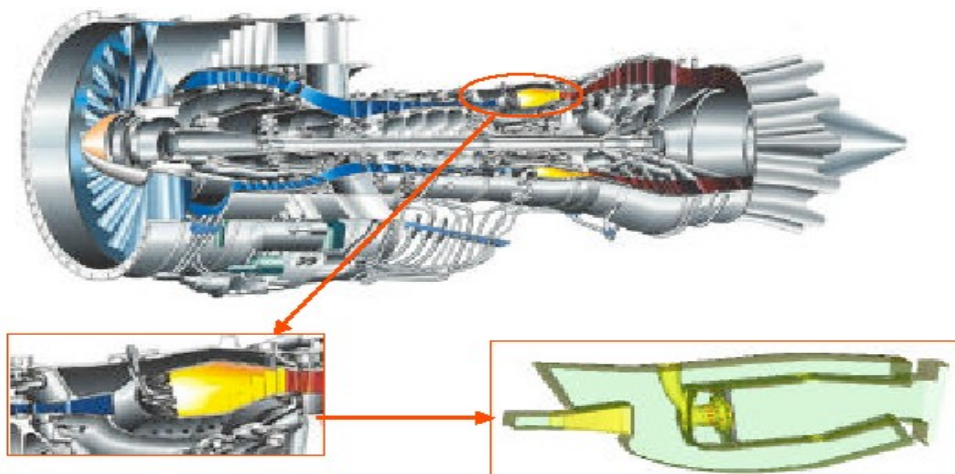
- Αεροδυναμική οχημάτων εδάφους, αεροσκαφών, πυραύλων



- Υδροδυναμική των σκαφών
- Ροές μηχανών - μηχανές ολοκληρωμένου κυκλώματος και αεριωθούμενες μηχανές

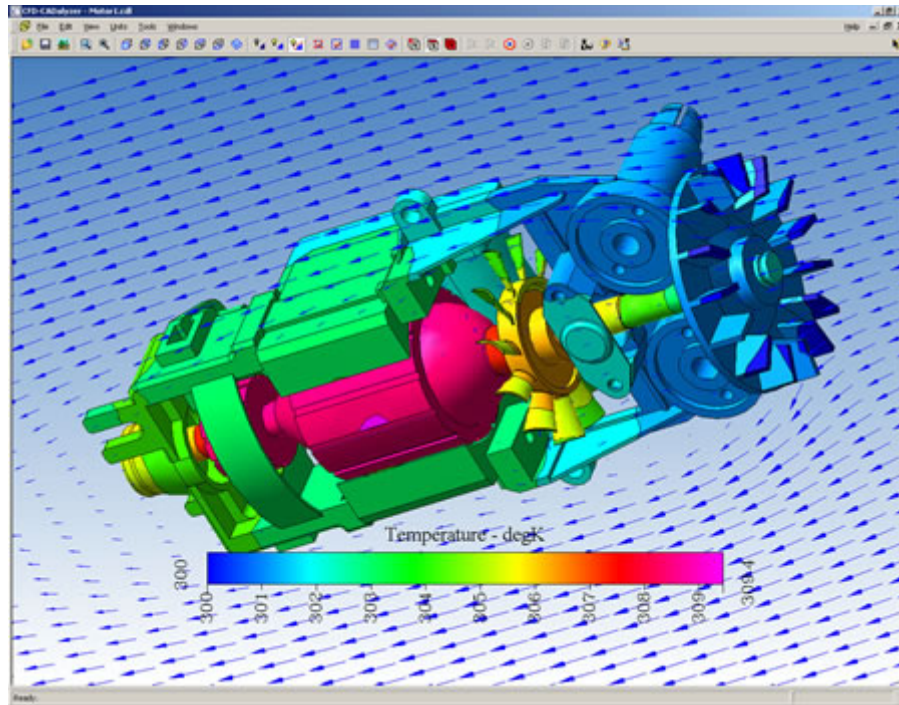


- Στροβιλοκίνητες μηχανές - αντλίες και στρόβιλοι

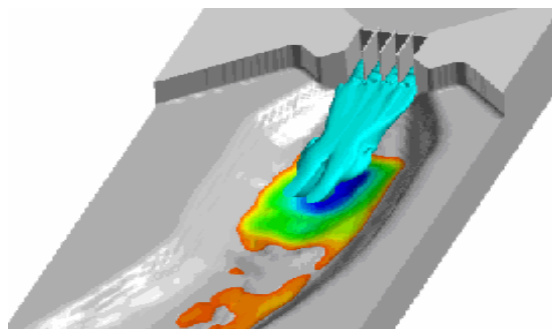


- Μεταφορά θερμότητας - θέρμανση και συστήματα ψύξης

- Ροή ρευστού και μετάδοση θερμότητας σε βιομηχανικές διεργασίες (λέβητες, εναλλάκτες, συσκευές καύσης, αντλίες, ανεμιστήρες, σωληνώσεις, κ.λπ.)



- Εφαρμοσμένη μηχανική διαδικασία - αναμιγνύοντας και αντιδρούσες χημικές ουσίες
- Φόρτωση αέρα - δυνάμεις και δυναμική απάντηση των δομών
- Εξαερισμός κτηρίων

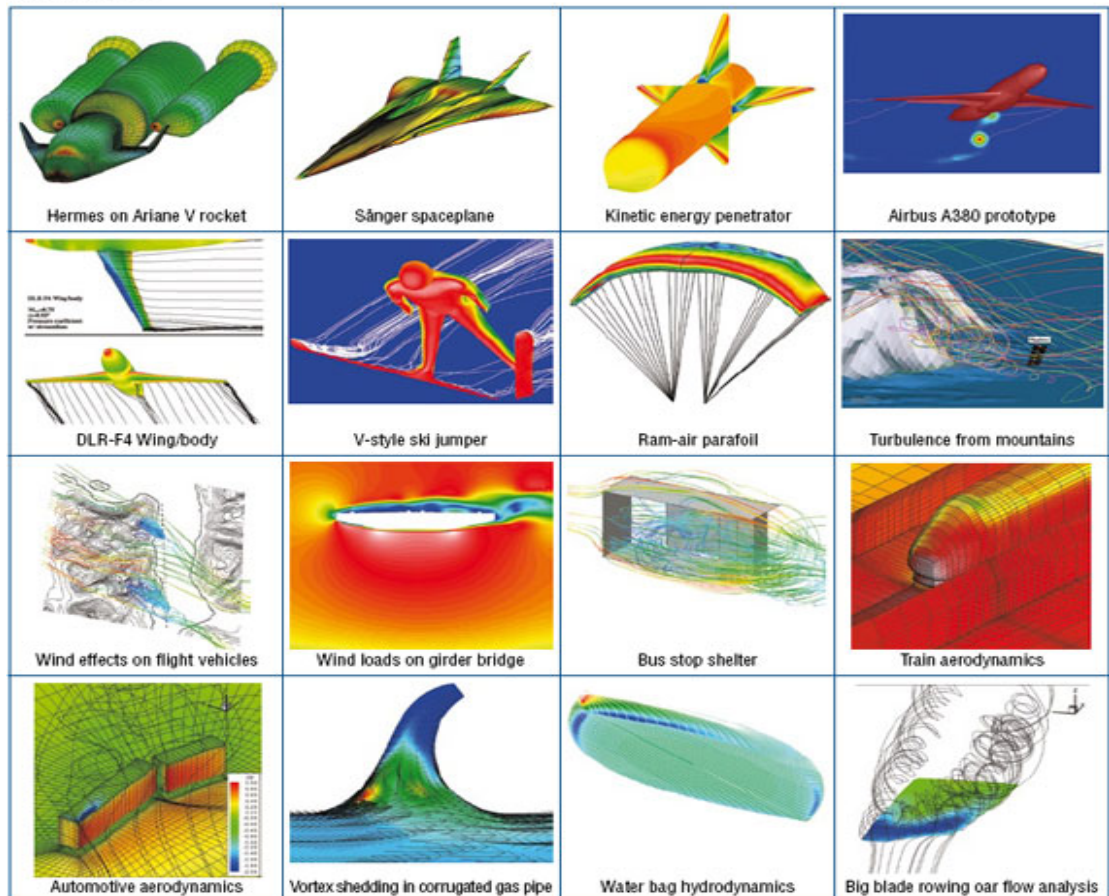


- Περιβαλλοντική εφαρμοσμένη μηχανική - μεταφορά των ρύπων και των αποβλήτων αποχέτευσης

- Παράκτια εφαρμοσμένη μηχανική - φόρτωση στις παράκτιες και θαλάσσιες δομές
- Υδραυλική - δίκτυα σωλήνων, δεξαμενές, κανάλια
- Μεταφορά ιζημάτων
- Υδρολογία - ροή στους ποταμούς και τα υδροφόρα στρώματα
- Ωκεανογραφία - παλιρροιακές ροές, ωκεάνια ρεύματα
- Μετεωρολογία - αριθμητική καιρική πρόβλεψη
- Φυσική υψηλής ενέργειας
- Βιοϊατρική εφαρμοσμένη μηχανική - ροή αίματος στην καρδιά, τις φλέβες και τις αρτηρίες
- Μετάδοση θερμότητας για ψύξη ηλεκτρονικών συστημάτων

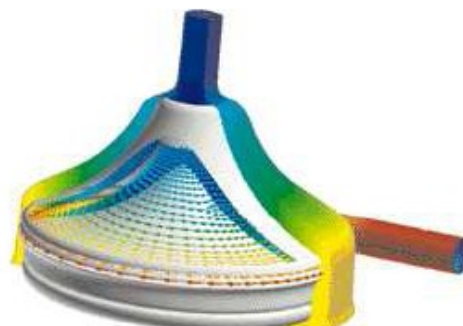
Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται ορισμένες από τις εφαρμογές που αναφέρθηκαν...

From Lift-off ...



... to Splash-down

Η βιοϊατρική (όπως έχουμε ήδη αναφέρει), είναι ένας τομέας, ταχύτατα εξελισσόμενος, ο οποίος χρησιμοποιεί την τεχνολογία CFD για να μελετήσει το κυκλοφοριακό και το αναπνευστικό σύστημα. Στην παρακάτω εικόνα αναπαρίσταται η διαμόρφωση της πίεσης σε μια όψη σε τομή, στην οποία φαίνονται τα διανύσματα της ταχύτητας κατά την άντληση αίματος, το οποίο μας δείχνει τη σημασία της καρδιάς κατά την εγχείρηση ανοιχτής καρδιάς.



Σχήμα 2.4 : Κατανομή πίεσης σε βαλβίδα καρδιάς (βιοϊατρική)

Η τεχνολογία CFD προσελκύει την βιομηχανία καθώς είναι περισσότερο αποτελεσματική αλλά και συμφέρουσα οικονομικά σε σχέση με την πραγματοποίηση ενός πειράματος, σε πολλές περιπτώσεις. Παρόλα αυτά πρέπει να σημειωθεί ότι σε αρκετά δύσκολες και περίπλοκες προσομοιώσεις ροής, πολύ συχνά εμφανίζονται σφάλματα, τα οποία απαιτούν μεγάλη εξειδίκευση και τεχνική-μηχανική κατάρτιση, ώστε να εξασφαλιστούν τα λιγότερα δυνατά σφάλματα σε συνδυασμό με τα ακριβέστερα αποτελέσματα.

Ο ρόλος της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής είναι πρωτεύουσας σημασίας καθώς τα αποτελέσματα μιας ανάλυσης CFD είναι δεδομένα τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

- <> Στην αρχική μελέτη νέων σχεδίων (conceptual design)
- <> Στη λεπτομερή ανάπτυξη προϊόντων (detailed development)
- <> Στην ανίχνευση προβλημάτων (troubleshooting)

Συμβάλλοντας έτσι:

- <> Στον ανασχεδιασμό – βελτιστοποίηση (redesign – optimization)

2.5 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΟΥ CFD

Στο CFD υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί. Στα μαθηματικά μοντέλα, οι επιλύσεις βασίζονται σε μοντέλα των πραγματικών φαινομένων (π.χ. μοντέλα τυρβώδους, συμπίεστότητας, χημικών αντιδράσεων, πολυφασικής ροής, κ.λπ.) και η ακρίβεια των λύσεων που αποκτώνται εξαρτάται από το πόσο θα είναι ακριβή τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται.

Η επίλυση με τον H/Y αναπόφευκτα εισάγει αριθμητικά σφάλματα. Πιο συγκεκριμένα, σφάλματα στρογγυλοποίησης εξαιτίας της πεπερασμένης μνήμης αποθήκευσης των αριθμών και σφάλματα αποκοπής εξαιτίας της προσέγγισης κατά τη διακριτοποίηση (μετατροπή διαφορικών εξισώσεων σε αλγεβρικές). Τα σφάλματα στρογγυλοποίησης θα υπάρχουν πάντα (αν και συνήθως είναι μικρά) ενώ τα

σφάλματα αποκοπής τείνουν στο μηδέν με την πύκνωση του πλέγματος ή με τη χρήση σχημάτων μεγαλύτερης ακρίβειας.

Ακόμα έχουμε κάποια σφάλματα στις οριακές συνθήκες. Όπως με τα μαθηματικά μοντέλα, η ακρίβεια της λύσης είναι τόσο καλή όσο και οι αρχικές/οριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν (δηλ. πόσο ρεαλιστικές είναι). Για παράδειγμα η ροή σε αγωγό με απότομη διεύρυνση. Τέλος το προφίλ της ταχύτητας στην είσοδο είναι πιο ρεαλιστικό να αντιστοιχεί σε αναπτυγμένη ροή, παρά να είναι ομοιόμορφη.

2.6 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ CFD

Η σημασία του πειράματος είναι δεδομένη. Μία ανάλυση CFD σε καμία περίπτωση δεν αντικαθιστά ένα πείραμα. Στην πραγματικότητα το συμπληρώνει. Βέβαια υπερέχει αυτού καθώς :

- Είναι φθηνότερη και πιο γρήγορη στη διεξαγωγή.

Η διεξαγωγή ενός πειράματος, ταυτίζεται με μια χρονοβόρα διαδικασία καθώς επίσης συνεπάγεται και έναν δαπανηρό προϋπολογισμό. Μια ανάλυση CFD είναι σαφώς πιο γρήγορη στη διεξαγωγή της, από την συντέλεση ενός πραγματικού πειράματος, μιας και η προσομοίωση του, αλλά και τα εκατομμύρια των υπολογισμών, πραγματοποιούνται σε πολύ πιο σύντομο χρονικό διάστημα, εν συγκρίσει με την πραγματική διαδικαστική μέθοδο. Μικρός χρονικός κύκλος σημαίνει ότι χρήσιμα δεδομένα μπορεί να εισαχθούν νωρίτερα στο στάδιο της σχεδίασης και βέβαια, σε κάθε περίπτωση είναι πιο οικονομική από την πραγματική διαδικασία καθώς οι αριθμητικές προσομοιώσεις είναι σχετικά οικονομικές, με πτωτική τάση κόστους λόγω της συνεχώς μειούμενης τιμής των Η/Υ.

- Πραγματοποιείται σε πραγματική κλίμακα, χωρίς περιορισμούς και όρια.

Οι αναλύσεις υπολογιστικής ρευστομηχανικής έχουν την δυνατότητα προσομοίωσης πραγματικών συνθηκών και σε πραγματική κλίμακα όπως για παράδειγμα είναι μια πυρηνική αντίδραση, μια υπερηχητική ροή και άλλες πολλές πραγματικές εφαρμογές, οι οποίες βέβαια σε καμία περίπτωση δεν θα μπορούσαν να αναλυθούν και να μελετηθούν με πειραματική διαδικασία. Έτσι λοιπόν, αμέτρητες

εφαρμογές που στην πράξη θα ήταν πολύ δύσκολο και σε αρκετές περιπτώσεις αδύνατο να μελετηθούν, πλέον με την βοήθεια του CFD, η μελέτη τους καθίσταται δυνατή.

- Δίνει πληροφορίες σε όλο το χώρο και όχι μόνο σε μεμονωμένα σημεία

Ένα ακόμη βασικό πλεονέκτημα του CFD είναι ότι, ενώ με ένα πείραμα τα αποτελέσματα που παίρνουμε είναι περιορισμένα, δηλαδή το εύρος του συστήματος προς ανάλυση είναι περιορισμένο, τα αποτελέσματα που μας δίνει το CFD αναφέρονται σαφώς σε ευρύτερο πεδίο του συστήματος, γεγονός που επιτυγχάνεται με τη δημιουργία του πλέγματος και με την πυκνότητα του. (Όσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα, τόσο περισσότερα είναι τα κελιά του, άρα τόσο περισσότερα και τα σημεία προς ανάλυση). Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματά μας.

2.7 CFD ΑΝΑΛΥΣΗ: ΒΑΣΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ

Στην παράγραφο αυτή θα ασχοληθούμε με την βασική διαδικασία που ακολουθούμε, καθώς μελετούμε μια πραγματική εφαρμογή με τη βοήθεια του CFD. Έτσι λοιπόν, τα βασικά βήματα κατά την ανάλυση προβλήματος με τη βοήθεια υπολογιστικής ρευστοδυναμικής είναι συνοπτικά τα ακόλουθα :

2.7.1 Καθορισμός στόχων μοντελοποίησης

- Τί είδους αποτελέσματα ζητούμε και πώς θα τα χρησιμοποιήσουμε
- Ποία μαθηματικά μοντέλα θα χρειαστεί να ενσωματώσουμε στην ανάλυση
- Τί βαθμό ακρίβειας χρειαζόμαστε
- Πόσο γρήγορα χρειαζόμαστε τα αποτελέσματα

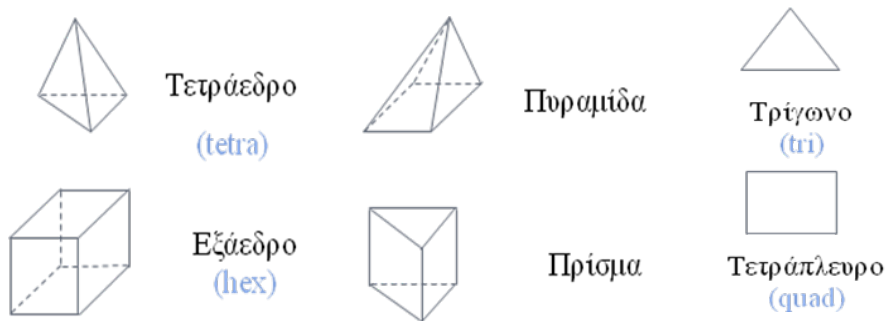
2.7.2 Καθορισμός πεδίου που θα επιλυθεί (χώρος & χρόνος)

- Πώς θα απομονωθεί ένα κομμάτι του ολικού φυσικού συστήματος
- Πού θα αρχίζει και θα τελειώνει το υπολογιστικό πεδίο
- Τί είδους οριακές συνθήκες θα χρειαστούν

- Μπορεί το πρόβλημα να απλοποιηθεί στις δυο διαστάσεις, υπάρχει ροϊκή και γεωμετρική συμμετρία

2.7.3 Σχεδιασμός & κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος

- Θα χρησιμοποιηθεί εξαεδρικό / τετραπλευρικό ή τετραεδρικό / τριγωνικό πλέγμα, υβριδικό, μη συμβατό πλέγμα
- Τί βαθμός ανάλυσης (resolution) πλέγματος απαιτείται σε κάθε τμήμα του πεδίου
- Θα χρησιμοποιηθεί προσαρμογή του πλέγματος για αύξηση της ανάλυσης (resolution)
- Πόσα στοιχεία πλέγματος απαιτούνται για το πρόβλημα



2.7.4 Δημιουργία ενός αριθμητικού, μαθηματικού μοντέλου

- Για κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να:
 - Επιλέξουμε τα κατάλληλα μαθηματικά μοντέλα.
 - ↳ Τυρβώδους, καύσης, πολυφασικής ροής, κ.λπ.
 - Να ορίσουμε τις ιδιότητες των υλικών.
 - ↳ Ρευστά
 - ↳ Στερεά
 - ↳ Μίγματα
 - Να προδιαγράψουμε τις συνθήκες λειτουργίας (π.χ. βαρύτητα, πίεση λειτουργίας).

- Να προδιαγράψουμε τις οριακές συνθήκες σε όλα τα όρια.
- Να δώσουμε μία αρχική λύση.
- Να ρυθμίσουμε τη διαδικασία της επίλυσης (solver controls).
- Να ρυθμίσουμε την παρακολούθηση της λύσης.

2.7.5 Επίλυση & παρακολούθηση της λύσης

- Οι διακριτοποιημένες (αλγεβρικές) εξισώσεις επιλύονται επαναληπτικά.
 - Απαιτείται ένας αριθμός επαναλήψεων, έως ότου πάρουμε λύση με σύγκλιση.
- Η σύγκλιση επιτυγχάνεται όταν:
 - Οι αλλαγές μεταξύ λύσεων διαδοχικών επαναλήψεων είναι αμελητέες.
 - ☞ Τα υπόλοιπα είναι ένας καλός δείκτης για τη σύγκλιση.
 - Overall property conservation is achieved.
- Η ακρίβεια μιας λύσης που έχει συγκλίνει εξαρτάται από:
 - Την καταλληλότητα και την ακρίβεια των μαθηματικών μοντέλων.
 - Την πυκνότητα του πλέγματος (ανεξαρτησία)
 - Το "στήσιμο" του προβλήματος (Problem setup)

2.7.6 Έλεγχος των αποτελεσμάτων

- Εξετάζουμε τα αποτελέσματα για να ελέγξουμε τη λύση για χρήσιμα συμπεράσματα.
- Η οπτικοποίηση μπορεί να δώσει πολύτιμες πληροφορίες για:
 - Το πως είναι η βασική δομή της ροής
 - Το αν υπάρχει αποκόλληση
 - Το αν δημιουργούνται κρουστικά κύματα, διατμητικές στοιβάδες, κ.λπ.

- Το αν έχουν προβλεφθεί τα βασικά στοιχεία του προβλήματος
- Το αν τα μαθηματικά μοντέλα και οι οριακές συνθήκες είναι κατάλληλες
- Το αν υπάρχει τοπικό πρόβλημα σύγκλισης
- Τα εργαλεία για αριθμητική αναφορά των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται για ποσοτικές απαντήσεις για:
 - Την άνωση και την οπισθέλκουσα (γενικά για δυνάμεις σε τοιχώματα)
 - Μέση τιμή συντελεστή μετάδοσης θερμότητας
 - Μέσες τιμές σε επιλεγμένες επιφάνειες/όγκους

2.8 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ & ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Στο στάδιο αυτό καθορίζουμε το πρόβλημα και ασχολούμαστε με την προεπεξεργασία. Έτσι λοιπόν ξεκινώντας καθορίζουμε αρχικά τους στόχους μοντελοποίησης και στη συνέχεια το πεδίο στο οποίο θα επιλυθεί (δηλαδή το χώρο και το χρόνο). Αφού ολοκληρώσουμε το μέρος αυτό, συνεχίζουμε με το σχεδιασμό και στην κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος.

2.9 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΕΝΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ (ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ)

Τα βασικά βήματα σε αυτό το στάδιο είναι η δημιουργία ενός αριθμητικού μοντέλου και η επίλυση και παρακολούθηση της λύσης. Για κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να:

- Επιλέξουμε τα κατάλληλα μαθηματικά μοντέλα (Τυρβώδη, καύσης, πολυφασικής ροής, κ.λπ.)
- Ορίσουμε τις ιδιότητες των υλικών.

(Ρευστά / Στερεά / Μίγματα)

- Προδιαγράφουμε τις συνθήκες λειτουργίας (π.χ. βαρύτητα, πίεση λειτουργίας).
- Προδιαγράφουμε τις οριακές συνθήκες σε όλα τα όρια.
- Δώσουμε μία αρχική λύση.
- Ρυθμίσουμε τη διαδικασία της επίλυσης (solver controls).
- Ρυθμίσουμε την παρακολούθηση της λύσης

Μοντελοποίηση είναι η φυσικομαθηματική διατύπωση του προβλήματος σύμφωνα με τις συνεχείς αρχικές οριακές συνθήκες του προβλήματος / initial boundary value problem (IBVP)

Οι (IBVP) βρίσκονται σε μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων με τις κατάλληλες αρχικές οριακές συνθήκες.

Η μοντελοποίηση περιλαμβάνει :

- ◊ Γεωμετρία και πεδίο ορισμού.
- ◊ Συντεταγμένες.
- ◊ Εξισώσεις.
- ◊ Συνθήκες ροής.
- ◊ Αρχικές & οριακές συνθήκες.
- ◊ Επιλογή του μοντέλου (για τις διάφορες εφαρμογές).

2.10 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ & ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ

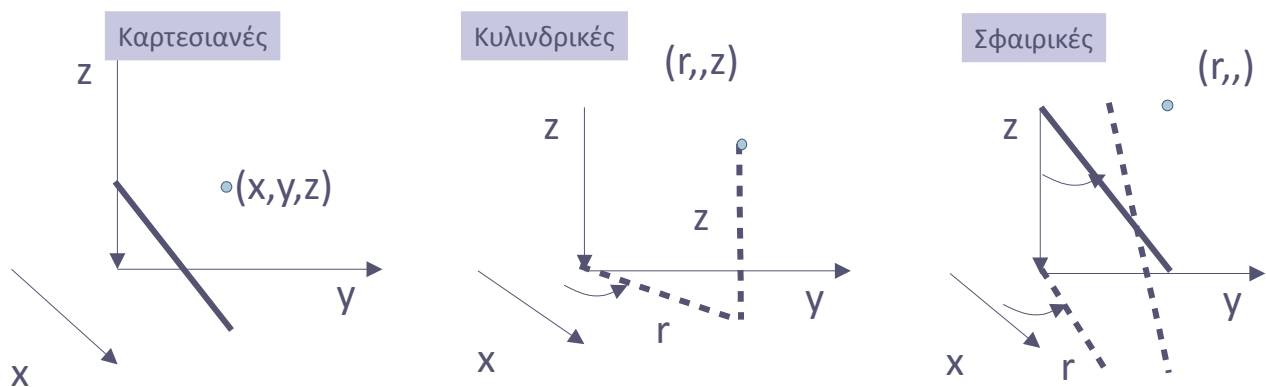
- Οι απλές γεωμετρίες μπορούν εύκολα να κατασκευαστούν από ελάχιστες γεωμετρικές παραμέτρους (π.χ. κυλινδρικός σωλήνας).
- Οι σύνθετες γεωμετρίες μπορούν να κατασκευαστούν είτε από τις διαφορικές εξισώσεις είτε καθώς εισάγονται οι βάσεις δεδομένων (database) της γεωμετρίας, στο λογισμικό του υπολογιστή (π.χ. αεροτομή).
- Όσον αφορά το πεδίο ορισμού, μας ενδιαφέρει το σχήμα και το μέγεθος.
- Τυπικές μέθοδοι

- Γεωμετρική προσέγγιση
- Ενοποίηση CAD/CAE : χρήση βιομηχανικών προτύπων όπως τα Parasolid, ACIS, STEP, or IGES, κ.α.

2.11 ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

Διακρίνουμε τρία συστήματα συντεταγμένων :

- Καρτεσιανό (x, y, z),
- Κυλινδρικό (r, θ, z), και
- Σφαιρικό (r, θ, Φ), καθένα από τα οποία πρέπει να επιλέγεται κατάλληλα, για την ορθότερη ανάλυση της γεωμετρίας (π.χ. κυλινδρικό σύστημα για ένα κυλινδρικό σωλήνα).



Σχήμα 2.5: Συστήματα Συντεταγμένων.

2.12 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΡΟΗΣ

Βασισμένη στα φυσικά φαινόμενα της ρευστομηχανικής, η υπολογιστική ρευστοδυναμική διακρίνεται σε διαφορετικές κατηγορίες, χρησιμοποιώντας διαφορετικά κριτήρια :

- Ιξώδες ρευστού (παχύρρευστο ή λεπτόρρευστο)
- Εξωτερική - Εσωτερική ροή (όρια τοιχώματος)
- Τυρβώδης - Στρωτή ροή (αριθμός Reynolds)
- Ασυμπίεστη- Συμπιεστή

- Απλή-Πολυφασική
- Φαινόμενα που εξαρτώνται από θερμοκρασία-πυκνότητα
- Ελεύθερη επιφανειακή ροή και επιφανειακή τάση
- Χημικές αντιδράσεις και καύση

2.13 ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ (ΣΤΑΘΕΡΕΣ & ΜΗ, ΡΟΕΣ)

- Οι αρχικές συνθήκες δεν πρέπει να επηρεάζουν το τελικό αποτέλεσμα, παρά μόνο την διαδικασία της ανάλυσης, π.χ. ο αριθμός των επαναλήψεων (σταθερή ροή), ή ο χρόνος των βημάτων (μη σταθερή ροή).
- Περισσότερες δικαιολογημένες υποθέσεις επιταχύνουν τη διαδικασία.
- Για σύνθετα προβλήματα ασταθούς ροής, πολλές φορές τρέχουμε το πρόγραμμα σαν να είχαμε πρόβλημα σταθερής ροής για περισσότερες επαναλήψεις, έτσι ώστε να πάρουμε καλύτερες αρχικές συνθήκες.

2.14 ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Όσον αφορά τις οριακές συνθήκες, αυτές πρέπει να δηλώνονται πάνω στη δεδομένη γεωμετρία, π.χ. τα τοιχώματα (walls), η είσοδος και η έξοδος του ρευστού ή των σωματιδίων ανάλογα, π.χ. [inlet (velocity inlet, mass flow rate, constant pressure, κ.τ.λ.), Outlet ή Outflow (constant pressure, velocity convective, numerical beach, zero-gradient, κ.τ.λ.).]

2.15 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Οι κώδικες CFD έχουν σχεδιαστεί /προγραμματιστεί ώστε να επιλύουν βασικά φαινόμενα μηχανικής ρευστών, εφαρμόζοντας διαφορετικά μοντέλα. Τέτοια μοντέλα είναι τα μοντέλα τυρβώδους ροής και τα μοντέλα ελεύθερης επιφανειακής ροής.

Τυρβώδεις ροές με μεγάλο αριθμό Reynolds συνήθως περιλαμβάνουν μικρές και μεγάλες κλίμακες στροβιλοειδών κατασκευών καθώς και πολύ λεπτό οριακό στρώμα δίπλα στο τοίχωμα.

- Μοντέλα τυρβώδους ροής

Τα μοντέλα αυτά είναι πιο ακριβή όσον αφορά την επίλυση εξισώσεων, αλλά πιο ακριβή για τις τυρβώδεις ροές ενώ παράλληλα κάνουν προβλέψεις για τη ροή, αποτελεσματικές (αξιόπιστες) μέσα στο οριακό στρώμα, αλλά όχι τόσο ακριβείς και στην χωρισμένη περιοχή.

- Μοντέλα ελεύθερης επιφανειακής ροής

Στα μοντέλα αυτής της μορφής, το πλέγμα μετακινείται καταλαμβάνοντας την ελεύθερη επιφάνεια, περιορισμένο σε πλάγια κυματοειδή μορφή.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι μέσα στις επιλογές του χρήστη, συμπεριλαμβάνεται και η επιλογή των μοντέλων τα οποία προσχεδιάζονται από τους κώδικες, ενώ οι αρχικές και οριακές συνθήκες :δεν προσχεδιάζονται από τους κώδικες και πρέπει να οριστούν από τον χρήστη, ανάλογα με τις εφαρμογές

2.16 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ / ΕΠΙΛΥΣΗ & ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Αφού έχει ολοκληρωθεί η δημιουργία του αριθμητικού μοντέλου, επόμενο βήμα είναι η επίλυση και η παρακολούθηση της λύσης, η οποία γίνεται με τις παρακάτω μεθόδους :

2.16.1 Αριθμητικές μέθοδοι

Οι συνεχείς αρχικές οριακές συνθήκες χαρακτηρίζονται από αλγεβρικές εξισώσεις, οι οποίες επιλύουν το σύστημα με προσεγγιστικές λύσεις.

Οι αριθμητικές μέθοδοι περιλαμβάνουν :

Περιγραφικές μεθόδους.

Μεθόδους επίλυσης (Solvers) και αριθμητικές παραμέτρους

- Δημιουργία πλέγματος και μετασχηματισμό του.
- Μεγάλης ακρίβειας υπολογισμούς.

2.16.2 Περιγραφικές μέθοδοι

- Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (όταν πρόκειται για πλέγμα καθορισμένης μορφής) και μέθοδος πεπερασμένων όγκων (για πλέγμα ακανόνιστης μορφής).

- Κάθε μια από τις παραπάνω μεθόδους αποφέρει την ίδια λύση, εάν το πλέγμα είναι αρκετά καλό. Ωστόσο, τότε η μια μέθοδος και τότε η άλλη, είναι περισσότερο χρήσιμη (και κατά συνθήκη κατάλληλη) από την άλλη, ανάλογα με τη χρήση.

- Οι περισσότερο ποιοτικές αριθμητικές μέθοδοι συνήθως αποφέρουν αποτελέσματα με μεγάλη ακρίβεια αλλά μάλλον ασταθή εξαιτίας λιγότερης αριθμητικής dissipation.

- Explicit μέθοδοι μπορούν εύκολα να εφαρμοστούν αλλά θα δώσουν μόνο κατά συνθήκη σωστές μερικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιορίζονται από το χρόνο του βήματος.

- Η περιγραφική μέθοδος θεωρείται ευσταθής αν δεν μεγαλώνει τα σφάλματα τα οποία εμφανίζονται κατά τη διαδικασία της αριθμητικής επίλυσης.

- Pre-conditioning μέθοδος χρησιμοποιείται όταν είναι αδύνατο να επιλυθεί το γραμμικό σύστημα, όπως π.χ. περιπτώσεις πολυφασικής ροής.

2.16.3 Μέθοδοι επίλυσης (solvers) & αριθμητικές παράμετροι

◊ Τα είδη των Solvers μπορούν να είναι PETSC solver, tridiagonal, pentadiagonal solvers, solution-adaptive solver, πολλαπλού πλέγματος(multi-grid solvers) κ.α.

◊ Οι μέθοδοι επίλυσης (Solvers) μπορούν να είναι είτε άμεσες είτε επαναληπτικές. Οι αριθμητικές παράμετροι πρέπει να είναι καθορισμένες, για τον έλεγχο των υπολογισμών.

◊ Οι αριθμητικές παράμετροι πρέπει να προσδιορίζονται 'ώστε να ελέγχουν τους υπολογισμούς.

- Διαφορετική απεικόνιση αριθμητικών συμβόλων
- Αλλαγές των αποτελεσμάτων μεταξύ των επαναλήψεων
- Αριθμός επαναλήψεων για σταθερή ροή ή αριθμός βημάτων για μεταβλητή ροή
- Απλές / Διπλές ακρίβειες.

2.16.4 Υψηλή υπολογιστική λειτουργία & διαδικασία εργασίας

Οι υπολογισμοί μιας ανάλυσης CFD απαιτούν υψηλή υπολογιστική ικανότητα η οποία επιτυγχάνεται με τους υπερ_υπολογιστές με μια μέθοδο πολλαπλών περασμάτων (multi-block technique).

Όπως απαιτείται, με την multi-block technique, οι CFD κώδικες πρέπει να αναπτυχθούν μέσα από μια λειτουργία [Message Passing Interface] (MPI) Standard, ώστε να μεταφέρουν δεδομένα μεταξύ διαφορετικών. Επίσης, όσον αφορά στην πρόβλεψη των αποτελεσμάτων (περίγραμμα, βέλη ταχύτητας, γραμμές ροής), η χρησιμότητα των CFD κωδίκων ποικίλει και διαφέρει ανάλογα με τις εφαρμογές, όπως για παράδειγμα, έρευνα αλληλεπίδρασης ρευστών σε ροή με φυσαλίδες, μελέτη μεγάλων, χωρισμένων κυματοειδών ροών σε ελεύθερη επιφάνεια.

Η διαδικασία εξαρτάται από τον σκοπό και καθορίζεται από τις συνθήκες ροής του προβλήματος. Έτσι, ανάλογα με την εφαρμογή, επιλέγονται και διαφορετικοί κώδικες (π.χ. αεροσκάφη, πλοία, πολυφασικές ροές, καύση κ.α.).

Έτσι λοιπόν κάθε φορά που επιλέγουμε τους ανάλογους CFD κώδικες, τα στάδια από τα οποία περνάμε, για την επίλυση του προβλήματος, είναι τα εξής:



Η διαδικασία της CFD ανάλυσης, μπορεί να παρουσιαστεί συνοπτικά, με το παρακάτω σχεδιάγραμμα:

Σχήμα 2.6 : Σχεδιάγραμμα αναπαράστασης CFD διαδικασίας

2.17 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Στο στάδιο αυτό της γεωμετρίας, μας ενδιαφέρει η επιλογή κατάλληλου συστήματος συντεταγμένων. Πιο αναλυτικά ασχολούμαστε με τον καθορισμό του μεγέθους και του σχήματος, δηλαδή με την επιλογή των κατάλληλων σχημάτων που χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν για την καλύτερη επίλυση της γεωμετρίας.

Όσον αφορά στους εμπορικούς κώδικες, η γεωμετρία κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας εμπορικό λογισμικό, όπως π.χ. το Fluent.

2.18 ΦΥΣΙΚΗ

Με την επιστήμη της φυσικής, θα μελετήσουμε έννοιες όπως οι συνθήκες ροής και οι ιδιότητες των ρευστών. Λέγοντας συνθήκες ροής, ασφαλώς κάνουμε λόγο για το είδος της ροής, δηλαδή για το αν έχουμε στρωτή ή τυρβώδη ροή, ενώ οι ιδιότητες των ρευστών οι οποίες θα μας απασχολήσουν είναι η πυκνότητα, το ιξώδες και άλλες.

Οι συνθήκες ροής και οι ιδιότητες των ρευστών συνήθως αναπαρίστανται σε μη αδιάστατη μορφή με βιομηχανικό εμπορικό λογισμικό, συμπεριλαμβανομένων και αδιάστατων μεταβλητών.

2.19 ΠΛΕΓΜΑ

Τα πλέγματα θα πρέπει να είναι κατάλληλα κατασκευασμένα έτσι ώστε να μπορούν να επιλύουν χαρακτηριστικά ροής τα οποία εξαρτώνται από παραμέτρους συνθηκών ροής (π.χ. αριθμός Reynolds).

Το πλέγμα μπορεί να δημιουργηθεί είτε από εμπορικούς κώδικες ,είτε με διερευνητικούς /έπειτα από μελέτη (σύμφωνη σχεδίαση). Επίσης, το πλέγμα μαζί με τις οριακές συνθήκες πρέπει να εξαχθούν από εμπορικό λογισμικό, σε βασικό σχήμα και διάταξη (format), το οποίο θα αναγνωρίζεται (υποστηρίζεται) από τους παραπάνω διερευνητικούς κώδικες, ή από άλλο εμπορικό λογισμικό.

2.20 ΕΠΙΛΥΣΗ & ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Οι διακριτοποιημένες (αλγεβρικές) εξισώσεις επιλύονται επαναληπτικά. Γι' αυτό απαιτείται ένας αριθμός επαναλήψεων, έως ότου πάρουμε λύση με σύγκλιση. Η σύγκλιση επιτυγχάνεται όταν οι αλλαγές μεταξύ λύσεων διαδοχικών επαναλήψεων είναι αμελητέες.

Η ακρίβεια μίας λύσης που έχει συγκλίνει εξαρτάται από την καταλληλότητα και την ακρίβεια των μαθηματικών μοντέλων, από την πυκνότητα του πλέγματος (ανεξαρτησία), από το " στήσιμο" του προβλήματος (Problem setup). Τέλος, σημαντικό ρόλο παίζουν η επιλογή των απαραίτητων αριθμητικών παραμέτρων αλλά και η επιλογή των κατάλληλων Solvers.

Μία λύση που έχει συγκλίνει και είναι ανεξάρτητη του πλέγματος, ενός καλά "στημένου" μοντέλου μας δίνει χρήσιμα αποτελέσματα.

2.21 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ / ΈΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΦΟΡΑ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΣΜΑΤΩΝ

Στο στάδιο του ελέγχου ασχολούμαστε με την εξέταση των αποτελεσμάτων, έτσι ώστε να ελέγξουμε τη λύση με σκοπό να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα. Η οπτικοποίηση μπορεί να δώσει πολύτιμες πληροφορίες για το πως είναι η βασική δομή της ροής και για το αν υπάρχει αποκόλληση. Επίσης μπορούμε να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα για το αν δημιουργούνται κρουστικά κύματα, διατμητικές στοιβάδες, κ.λπ. Ακόμα, για το αν έχουν προβλεφθεί τα βασικά στοιχεία του προβλήματος, αν τα μαθηματικά μοντέλα και οι οριακές συνθήκες είναι κατάλληλες

ακόμα και για το αν υπάρχει τοπικό πρόβλημα σύγκλισης.

Τα εργαλεία για αριθμητική αναφορά των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται για ποσοτικές απαντήσεις για την άνοση και την οπισθέλκουσα (γενικά για δυνάμεις σε τοιχώματα), για μέση τιμή συντελεστή μετάδοσης θερμότητας και για μέσες τιμές σε επιλεγμένες επιφάνειες ή όγκους.

2.22 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ

Οι τυπικές μέθοδοι επίλυσης ενός προβλήματος CFD για την διασφάλιση μιας αξιόπιστης λύσης ξεκινούν με μια αρχική υπόθεση κ μια πορεία εκτέλεσης ή επαναλήψεων, μέχρις ότου επιτευχθεί μια τέτοια λύση. Το μέγεθος στο οποίο θα σταματήσει η σειρά των συνεχόμενων πράξεων καθώς και τα τελικά επίπεδα επίλυσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως κριτήρια τέλους στις επαναληπτικές μεθόδους επίλυσης.

2.23 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΞΕΤΑΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν ύστερα από ένα πείραμα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, παρουσιάζονται με διάφορες μορφές, με σκοπό να βοηθήσουν τον εκάστοτε χρήστη να έχει όσο το δυνατόν ολοκληρωμένη εικόνα των δεδομένων που προέκυψαν. Έτσι λοιπόν τα αποτελέσματα ενός πειράματος, μπορεί να έχουν τη μορφή γραφημάτων πλέγματος, ισοϋψών και ανυσμάτων, γραμμές ροής και τροχιές σωματιδίων, διαγράμματα XY, καθώς και με κινούμενα αποτελέσματα (animations). Επίσης μπορούν να παρουσιάζονται σαν δεδομένα αριθμητικής αναφοράς, τα οποία έχουν να κάνουν με ισοζύγια μάζας και θερμότητας, ολοκληρώματα και μέσες τιμές σε σημεία, γραμμές, επιφάνειες & όγκους, καθώς και με δυνάμεις και ροπές σε στερεά τοιχώματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Το ANSYS FLUENT

Το ANSYS Fluent, είναι ένα πακέτο λογισμικού μοντελοποίησης και παρέχει ένα μεγάλο εύρος δυνατοτήτων μοντελοποίησης ροών, μετάδοσης θερμότητας και αντιδράσεων για βιομηχανικές εφαρμογές. Ειδικά μοντέλα για την προσομοίωση της καύσης μέσα σε κυλίνδρους Μ.Ε.Κ., την αεροακουστική, των στροβιλομηχανών και των πολυφασικών συστημάτων έχουν εξυπηρετήσει την διεύρυνση του πεδίου των δυνατοτήτων που παρέχει το εν λόγω λογισμικό.

Πολλές επιχειρήσεις, έχουν ενσωματώσει το ANSYS Fluent, στα πλαίσια του σχεδιασμού των προϊόντων τους και της βελτιστοποίησης της παραγωγικής διαδικασίας. Χαρακτηριστικά του λογισμικού, είναι η δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας δεδομένων (parallel processing), η παραγωγή κινούμενων ή παραμορφούμενων πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων και η δυνατότητα εισαγωγής

των συναρτήσεων από το χρήστη (User Defined Functions), πράγμα που επιτρέπει την υλοποίηση νέων μοντέλων και την επεκτεινόμενη προσαρμογή των υπαρχόντων.

Άλλες δυνατότητες είναι η παύση των υπολογισμών (calculation pause), η μετεπεξεργασία (post - processing), αλλαγή των ρυθμίσεων και συνέχιση των υπολογισμών από το σημείο παύσης. Τα δεδομένα και αποτελέσματα της κάθε προσομοίωσης μπορούν να δημοσιευθούν στο ANSYS CFD Post για επιπλέον ανάλυση με ειδικά εργαλεία μετεπεξεργασίας (post processing tools) και σύγκριση με άλλες παρόμοιες μελέτες.



Θεωρούμε μια ροή ρευστού μέσα από μια ξαφνική εκτόνωση στον αγωγό του παραπάνω σχήματος. Η ροή είναι στρωτή και αξονοσυμμετρική. Λόγω της συμμετρίας, ο υπολογιστικός τομέας καλύπτει μόνο το ήμισυ του σωλήνα. Ο άξονας συμμετρίας είναι η πλευρά BD, η ακτίνα $R1 = 1\text{m}$, $R2 / R1 = 2$, $L1 / R1 = 20$ και $L2 / R2 = 50$. Η ταχύτητα εισόδου στην πλευρά AB είναι ομοιόμορφη, $U1 = 0.277\text{ m / s}$. Το υγρό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα που βρίσκεται σε πίεση $P=1\text{ atm}$ από την πλευρά CD.

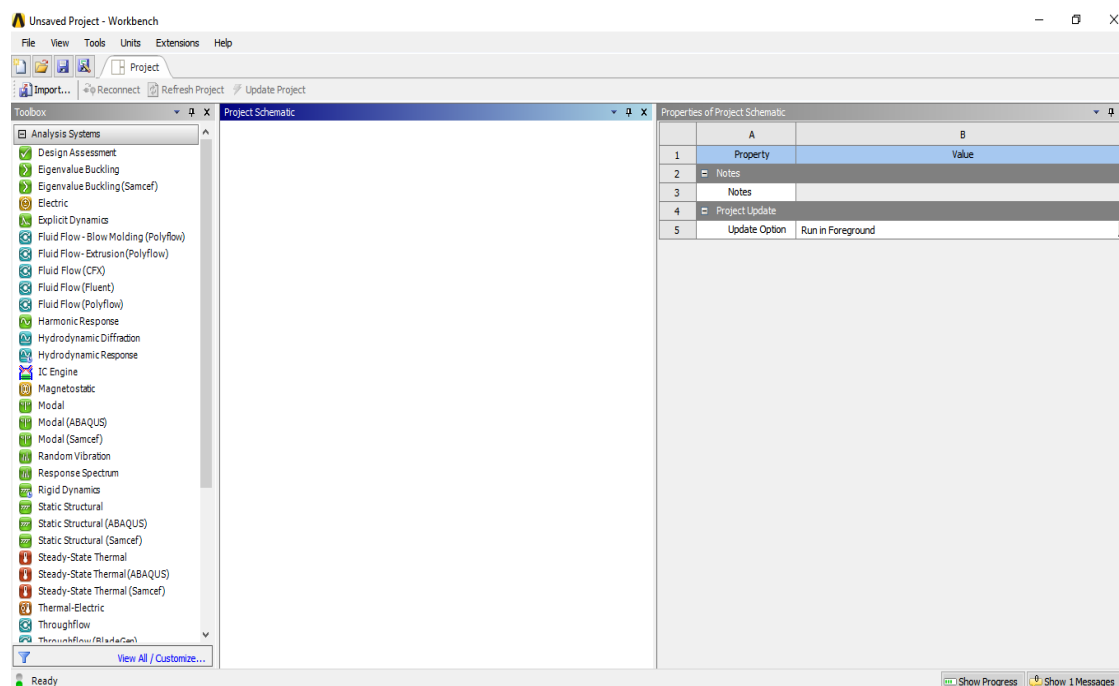
Η πυκνότητα $\rho = 1\text{ kg / m}^3$, και το δυναμικό ιξώδες είναι: $\mu = 0,01\text{ kg / (ms)}$.

Ο αριθμός Reynolds Re στην AB $= (2 R1 \rho U1) / \mu = 55.4$.

Αυτή η τιμή Re επιλέγεται για να ταιριάζει με μία από τις πειραματικές περιπτώσεις από το πείραμα που διεξήγαγε ο Hammad et al. (1999).

3.1 START ANSYS FLUENT

Αυτό είναι το παράθυρο που εμφανίζεται κατά την εκκίνηση του ANSYS Fluent στο Workbench (**Start** $\square$ **All Programs** $\square$ **ANSYS** $\square$ **Workbench**) :



Σχήμα 3.1 : Παράθυρο εκκίνησης του ANSYS Fluent

3.2 GEOMETRY

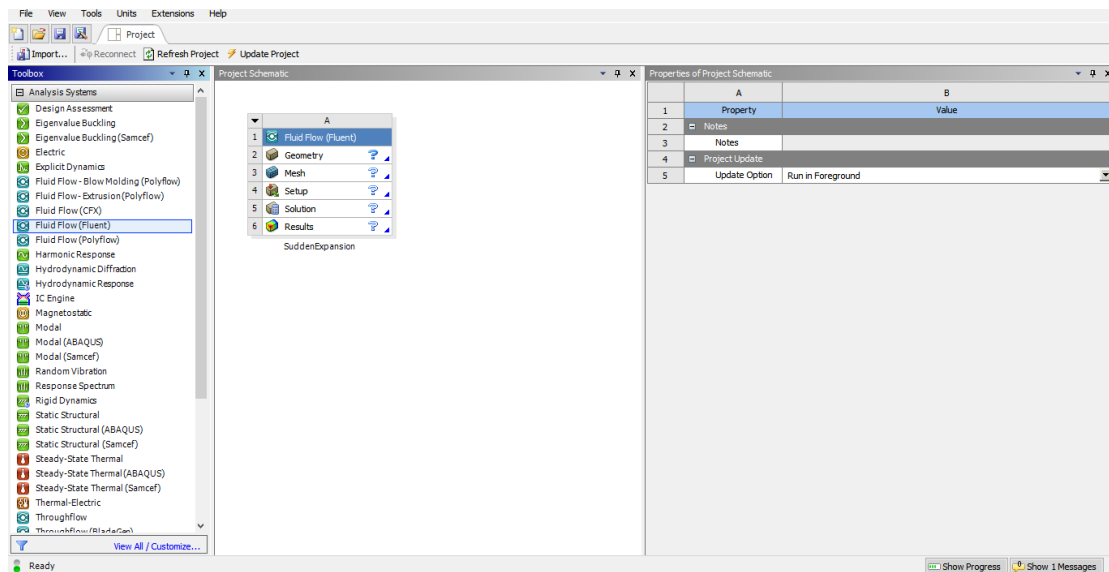
3.2.1 Saving

Αρχικά, δημιουργούμε φάκελο και το ονομάζουμε όπως επιθυμούμε με σκοπό την αποθήκευση του project μας. Στο *Workbench Project Page* που βλέπουμε παραπάνω πατάμε *Save as* (**File** $\square$ **Save as**) και ονομάζουμε το αρχείο μας *SuddenExpansionFlow*. Σημαντικό είναι να διατηρήσουμε όλα τα αρχεία που θα δημιουργηθούν κατά την αποθήκευση με σκοπό να μπορέσουμε να ξανανοίξουμε το Project μας.

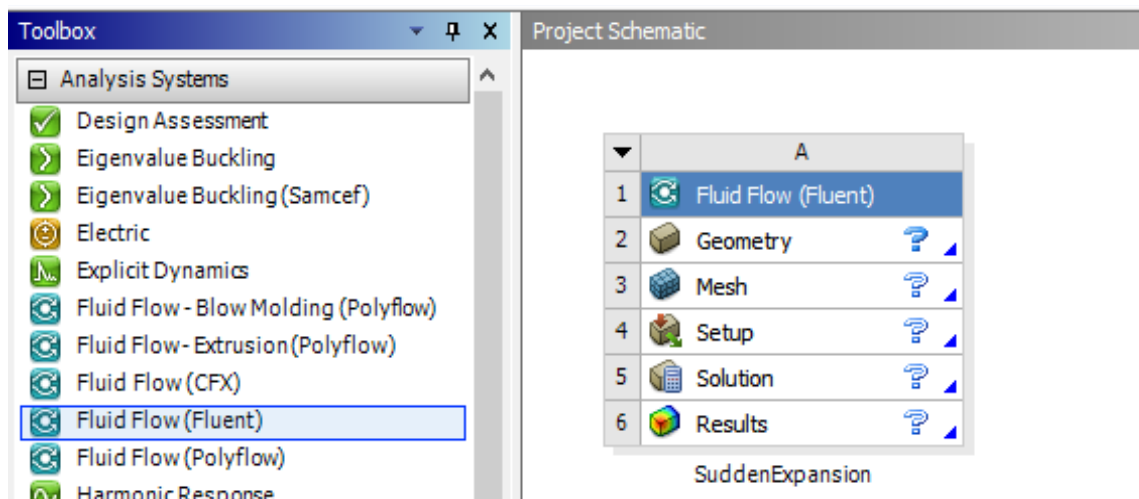
3.2.2 Fluid Flow (FLUENT) Project Selection

Στο αριστερό μέρος του παραθύρου του *Workbench* παρατηρούμε ότι υπάρχει μία εργαλειοθήκη γεμάτη με ποικιλία συστημάτων ανάλυσης. Στα δεξιά, υπάρχει μία κενή επιφάνεια εργασίας. Εκεί θα τοποθετήσουμε και θα οργανώσουμε το *Project* μας. Στο κάτω μέρος του παραθύρου θα εμφανίζονται μηνύματα από το ANSYS. Κατόπιν πατάμε και κρατάμε αριστερό κλικ στο *Fluid Flow (FLUENT)* και σέρνουμε

το εικονίδιο στη κενή επιφάνεια εργασίας. Το παράθυρο του *ANSYS* θα πρέπει να μοιάζει ακριβώς, όπως η παρακάτω εικόνα.



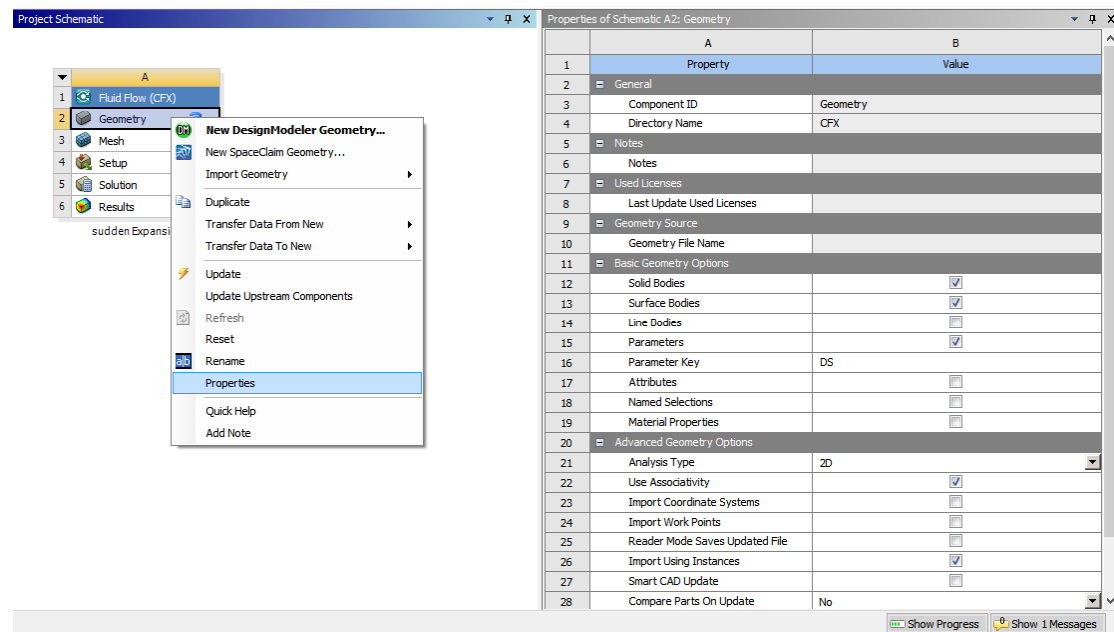
Τώρα μετονομάζουμε το αρχείο μας σε *SuddenExpansion*, όπως θα δούμε στην παρακάτω εικόνα.



3.2.3 Analysis Type

Στο παράθυρο του *Workbench* μέσα στο *Project Schematic* πατάμε δεξί κλικ στο *Geometry* και επιλέγουμε *Properties*, όπως φαίνεται παρακάτω. Στο μενού που έχει

εμφανιστεί στο δεξί μέρος του παραθύρου, κάτω από το *Advance Geometry Options* και αλλάζουμε το *Analysis Type* από 3D σε 2D, όπως και στην εικόνα μας.



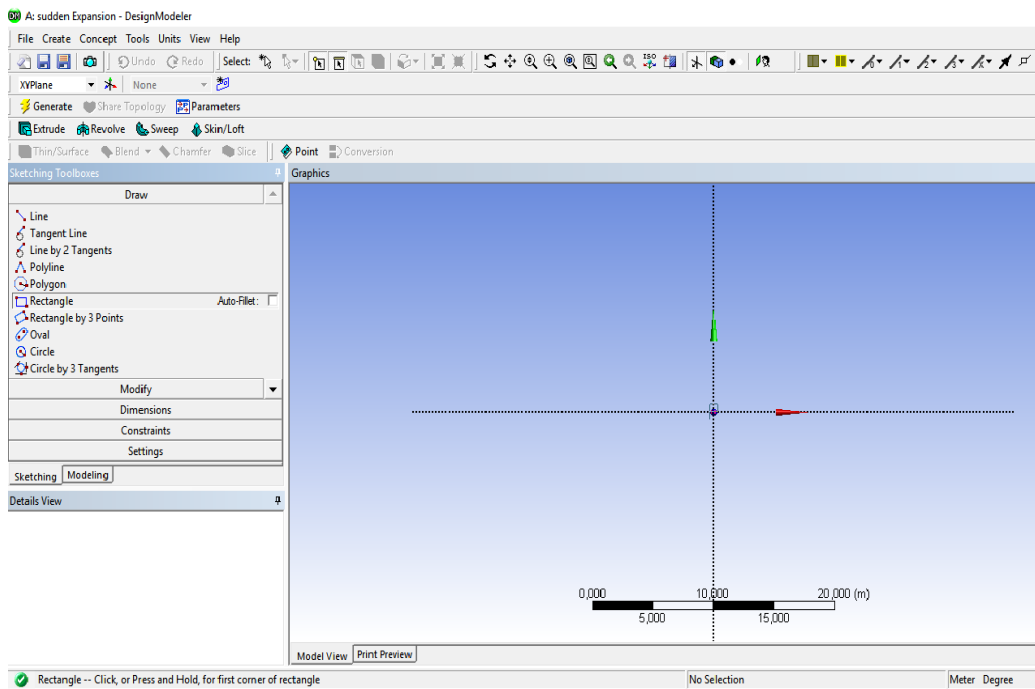
3.2.4 Launch Design Modeler

Μέσα στο *Project Schematic*, πατάμε διπλό κλικ στο *Geometry* για την προετοιμασία εκκίνησης του.

3.2.5 Creating a Sketch

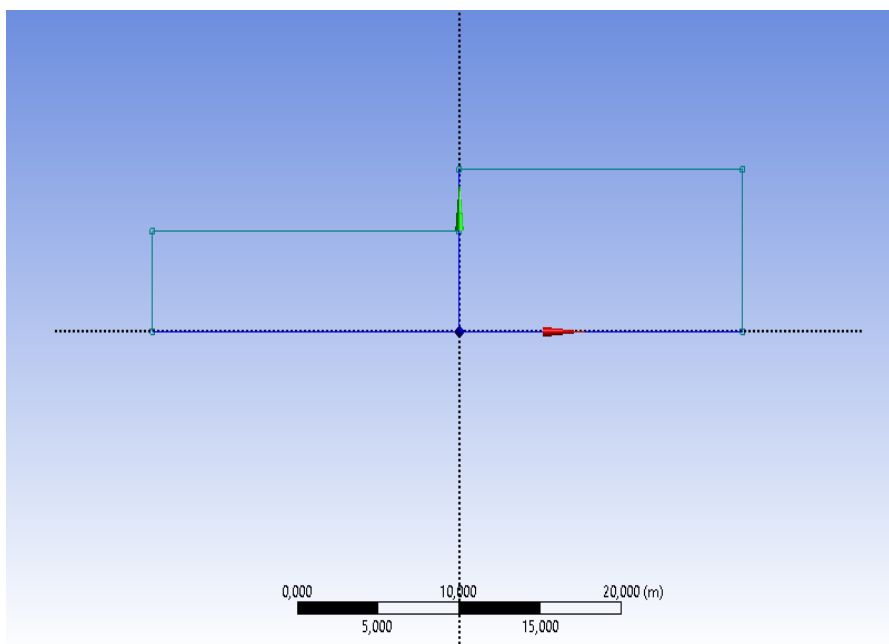
Η δημιουργία του σχεδίου θα γίνει στον XY άξονα. Κάτω από το *Tree Outline*, επιλέγουμε *XY plane*, μετά πατάμε στο *Sketching* που βρίσκεται δεξιά από το *Details View* και αυτό θα μας εμφανίσει τα *Sketching Toolboxes*.

Κάνουμε κλικ στον Z άξονα που βρίσκεται κάτω δεξιά του παραθύρου *Graphics* ώστε να έχουμε μία κανονική όψη του *XY Plane*.



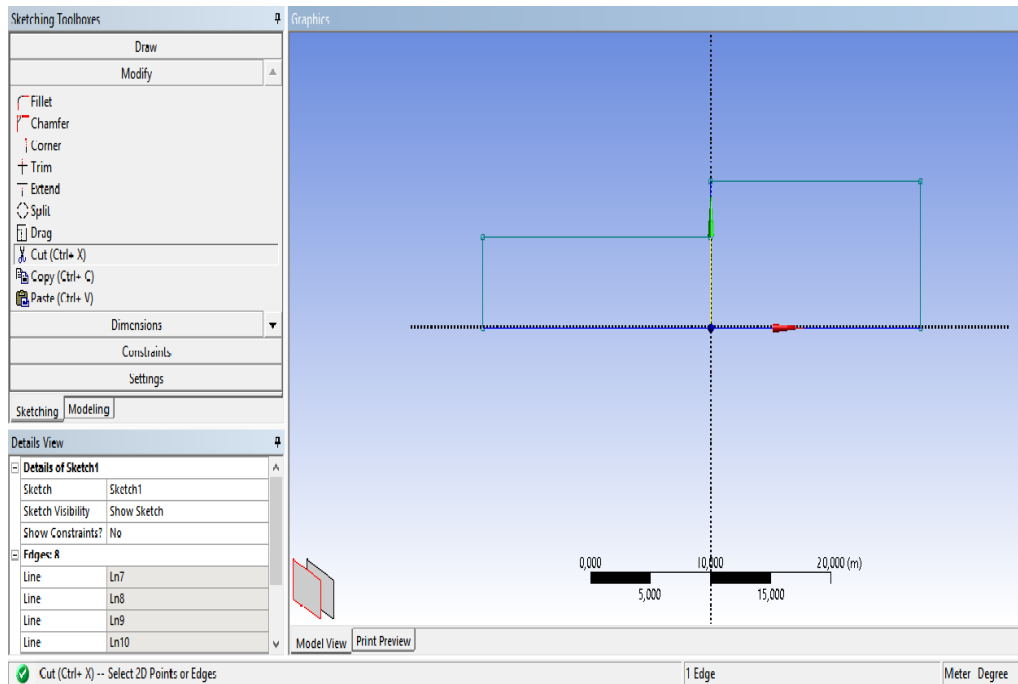
Σχήμα 3.2 : Παράθυρο εκκίνησης δημιουργίας σχεδίου στο Geometry

Στα *Sketching toolboxes*, επιλέγουμε *Rectangle*. Στο παράθυρο *Graphics*, θα δημιουργήσουμε ένα ορθογώνιο ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων (γνωρίζουμε ότι ξεκινάμε από την αρχή των αξόνων γιατί εμφανίζεται το γράμμα P πάνω από το ποντίκι μας) στον θετικό άξονα XY και κατόπιν άλλο ένα ορθογώνιο στον αρνητικό άξονα X, όπως φαίνεται παρακάτω.

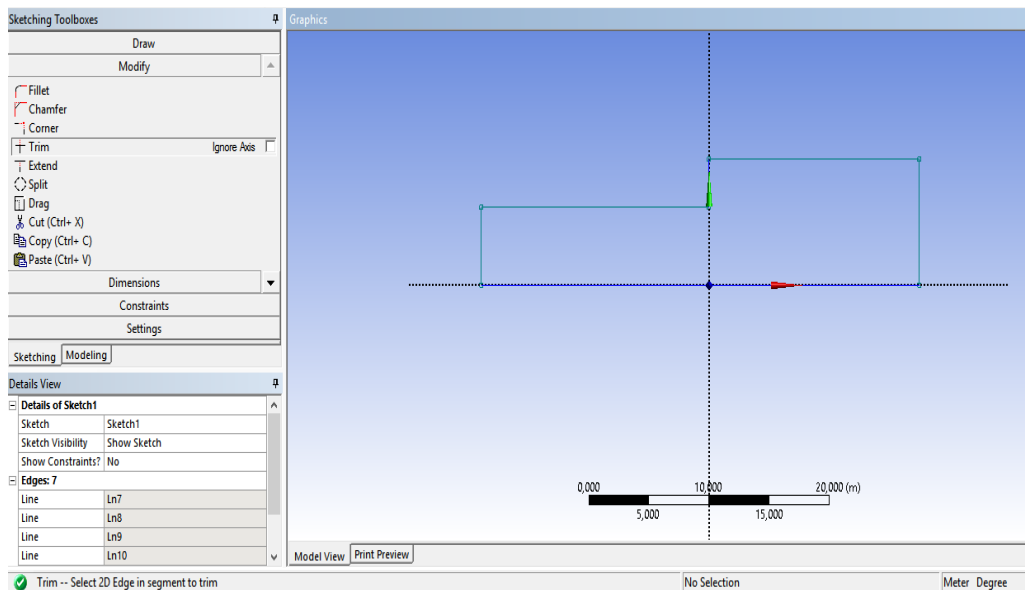


3.2.6 Modify

Θα χρειαστεί να διαγράψουμε τις κοινές γραμμές από τα δύο ορθογώνια διότι επικαλύπτονται. Κάτω από το *Sketching Toolboxes*, πατάμε στην καρτέλα *Modify* και κατόπιν *Cut* στις γραμμές που εμφανίζονται όπως στην παρακάτω εικόνα.

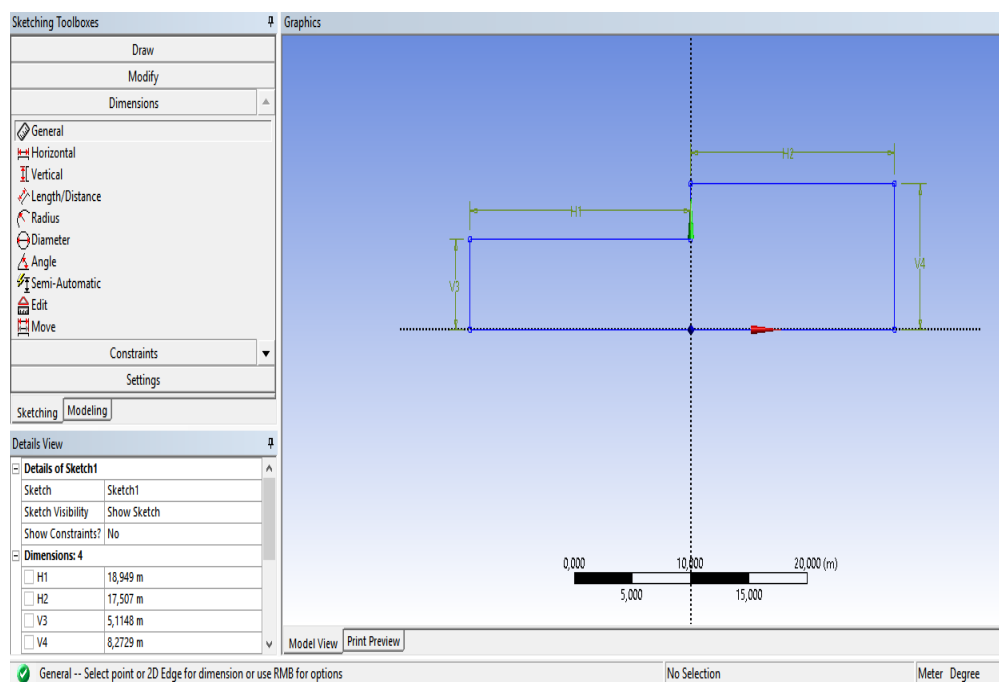


Τέλος, πατάμε *Trim* και έτσι θα διαγραφεί το πλάτος από το μεγαλύτερο ορθογώνιο το οποίο επικαλύπτει το μικρότερο. Έτσι, θα έχουμε την παρακάτω εικόνα.



3.2.7 Dimensions

Σε αυτό το σημείο θα διαστασιολογήσουμε το σχήμα μας. Κάτω από τα *Sketching Toolboxes* επιλέγουμε την καρτέλα *Dimensions* και χρησιμοποιούμε το *General*. Οι διαστάσεις του σχήματος φαίνονται στις παρακάτω εικόνες και κάτω από το *Details View* (H1=20m, H2=100m, V3=1m, V4=2m).

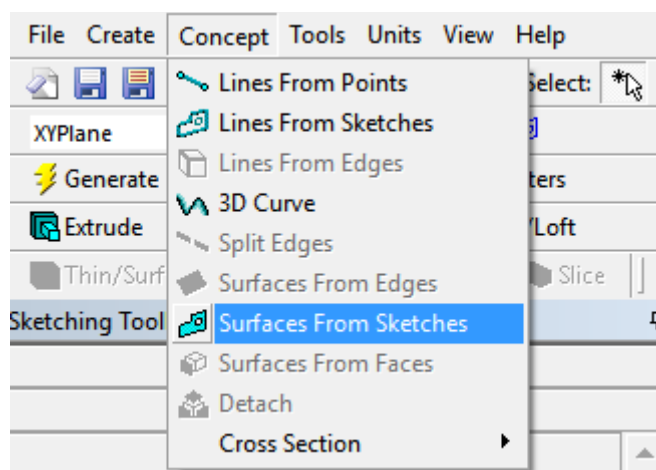


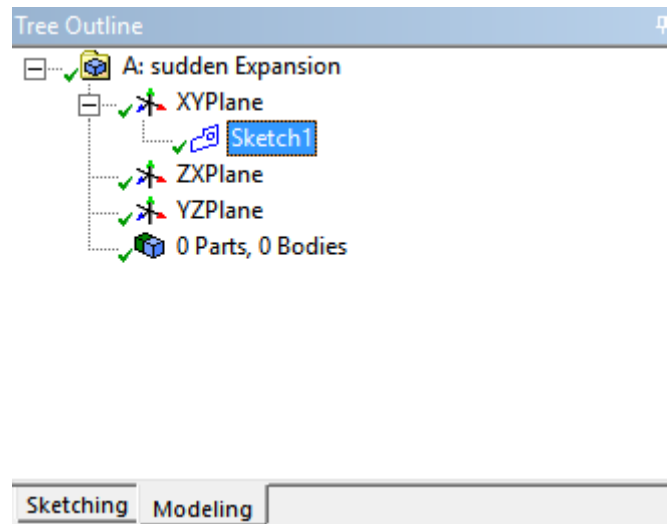
Σχήμα 3.3 : Διαστασιολόγηση του σχήματος

Details View		
[-] Dimensions: 4		
☐	H1	20 m
☐	H2	100 m
☐	V3	1 m
☒	V4	2 m
[-] Edges: 7		
	Line	Ln7
	Line	Ln8
	Line	Ln9
	Line	Ln10
	Line	Ln11
	Line	Ln12
	Line	Ln13

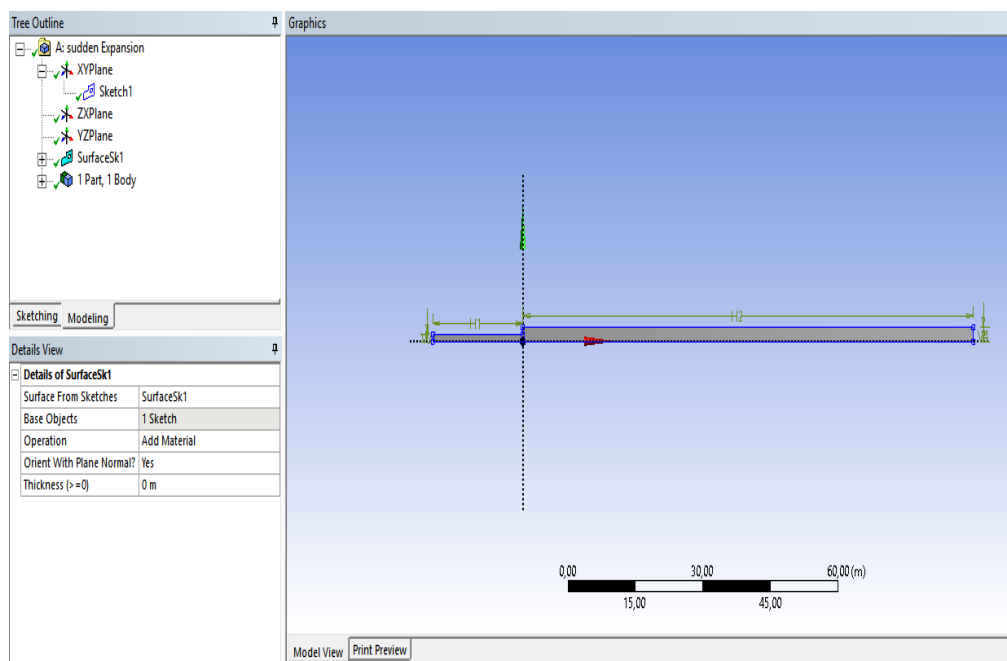
3.2.8 Surface Body Creation

Για να δημιουργήσουμε την επιφάνεια σώματος, πρώτα πατάμε *Concept* $\square$ *Surface From Sketches*, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.





Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα δημιουργούμε μία νέα επιφάνεια που ονομάζεται *SurfaceSK1*. Κάτω από το *Details View*, επιλέγουμε *Sketch1* και μετά κάτω από το *Surface Body* επιλέγουμε το πάχος (thickness) στα 0.1m και πατάμε *Apply*. Τέλος, πατάμε δεξί κλικ στο *SurfaceSK1* και επιλέγουμε *Generate* για να δημιουργηθεί επιφάνεια. Θα πρέπει να φαίνεται “1 part, 1Body” μετά από αυτό κάτω από το *SurfaceSK1*.

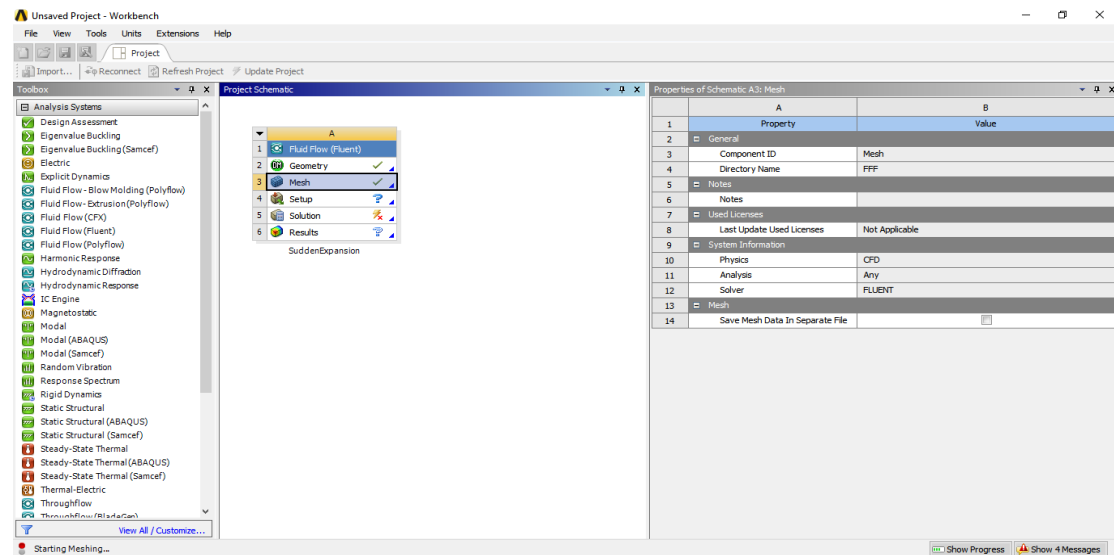


Σε αυτό το σημείο μπορούμε να κλείσουμε το *Design Modeler*, και να πάμε πίσω στο *Workbench Project Page*. Παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο πράσινες ενδείξεις δίπλα από το *Geometry* και το *Mesh*. Πατάμε *Refresh Project* και *Update Project*, κατόπιν σώζουμε την εργασία μας.

3.3 MESH

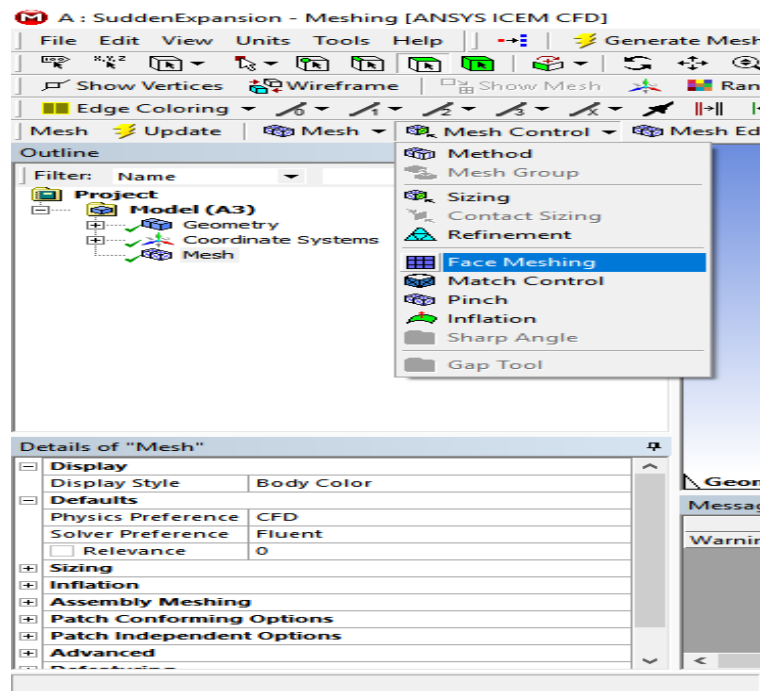
3.3.1 Launch Mesher

Για να ξεκινήσουμε τη διαδικασία του *Meshing*, πηγαίνουμε στο *Workbench Project Page*, και μετά πατάμε διπλό κλικ στο *Mesh*.

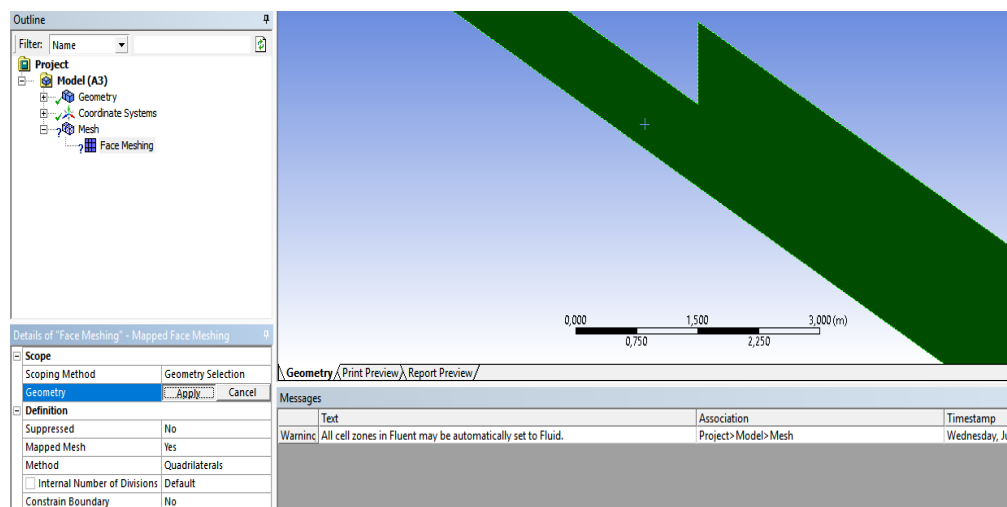


3.3.2 Mapped Face Meshing

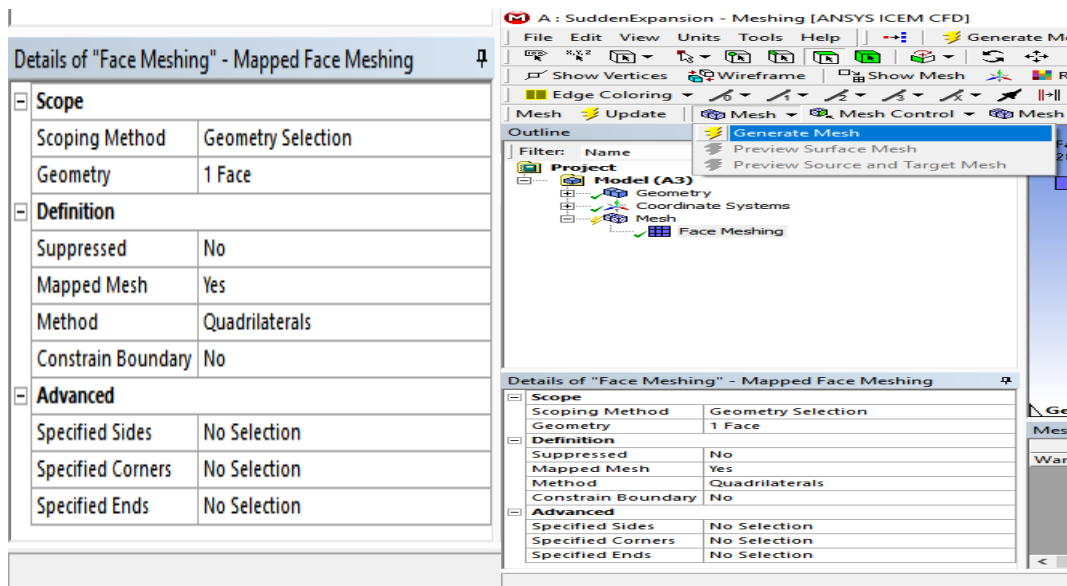
Σε αυτή την ενότητα, θα δημιουργήσουμε ένα πλέγμα σύνδεσης το οποίο μπορεί να συνδεθεί με έναν ορθογωνικό τομέα. Αυτό το είδος της σύνδεσης, ονομάζεται *Mapped Face Meshing*. Με σκοπό να ενσωματώσουμε αυτό το είδος πλέγματος πατάμε κλικ στο *Mesh Control* $\square$ *Face Meshing*, όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω.



Τώρα, πρέπει να ενσωματώσουμε στην γεωμετρία του σωλήνα μας το *Mapped Face Meshing*. Για να γίνει αυτό, πατάμε κλικ πάνω στο σώμα του σωλήνα και αυτό θα πρέπει να πάρει πράσινο χρώμα. Μετά πατάμε *Apply* στο *Details of Mapped Face Meshing*, όπως φαίνεται παρακάτω.

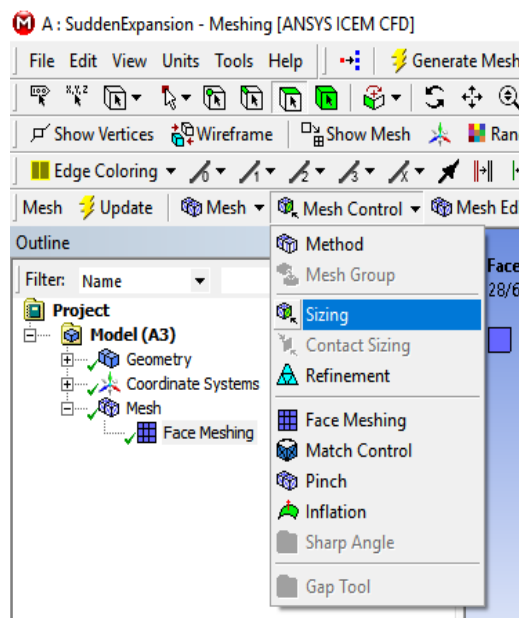


Αφού πατήσουμε *Apply*, θα πρέπει να βλέπουμε “*Geometry: IFace*”. Τώρα, πατάμε *Mesh* $\Rightarrow$ *Generate Mesh*, όπως βλέπουμε παρακάτω για να δημιουργήσουμε τη σύνδεση του.



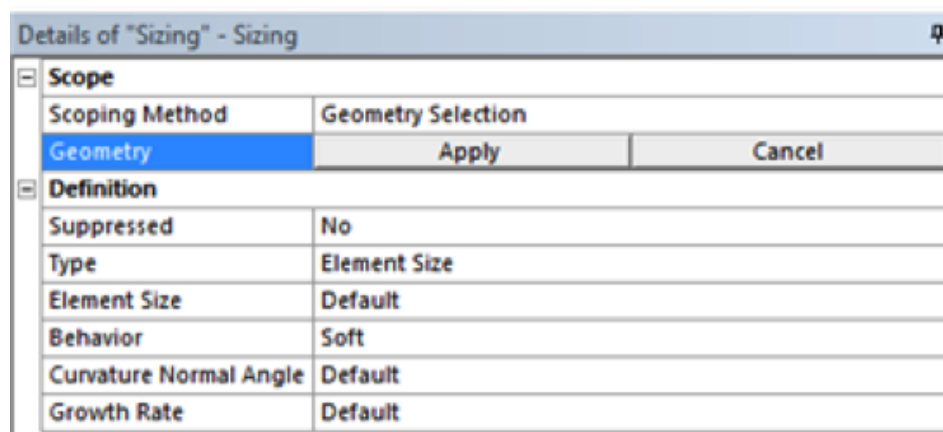
3.3.3 Edge Sizing

Το επιθυμητό πλέγμα έχει συγκεκριμένο αριθμό τμημάτων τόσο στην ακτινική όσο και στην αξονική κατεύθυνση του. Με σκοπό να έχουμε τον επιθυμητό αριθμό τμημάτων, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το *Edge Sizing*. Τα τμήματα της αξονικής κατεύθυνσης θα χρειαστεί να προσδιοριστούν πρώτα. Τώρα, για να εισάγουμε το *Edge Sizing* θα πρέπει να κάνουμε κλικ στο *Mesh Control* , όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

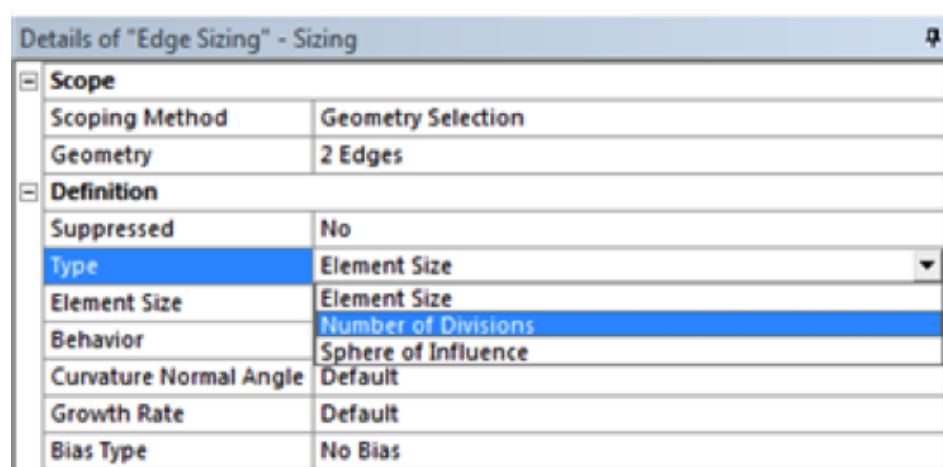


Τώρα, η γεωμετρία καθώς και ο αριθμός των τμημάτων πρέπει να προσδιοριστούν. Πρώτα, πατάμε το *Edge Selection Filter* , το οποίο βρίσκεται

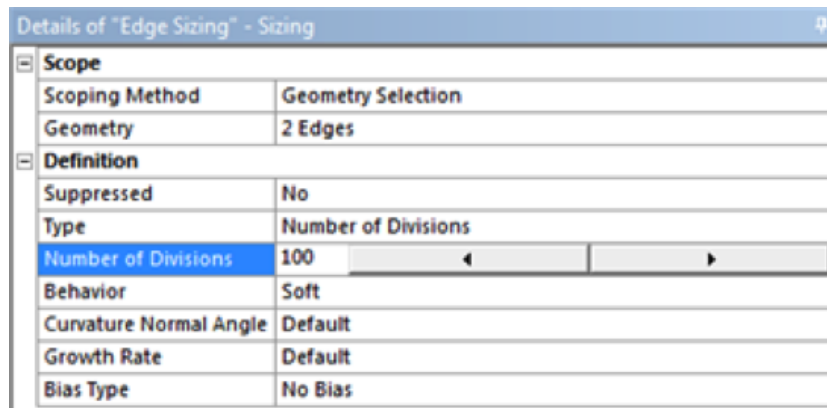
στην πάνω εργαλειοθήκη και κρατώντας πατημένο το *Ctrl* πατάμε κλικ στις επιφάνειες **AF** και **BG** του παρακάτω σχήματος. Αμέσως οι δύο επιφάνειες θα γίνουν πράσινες και κατόπιν πατάμε *Apply* κάτω από το *Details of Sizing*, όπως φαίνεται παρακάτω.



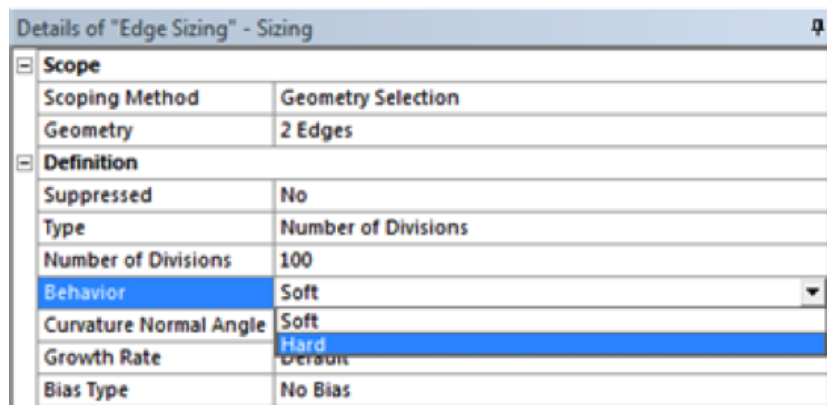
Τώρα, αλλάζουμε στο Type το Element Size σε Number of Divisions, όπως θα δούμε παρακάτω.



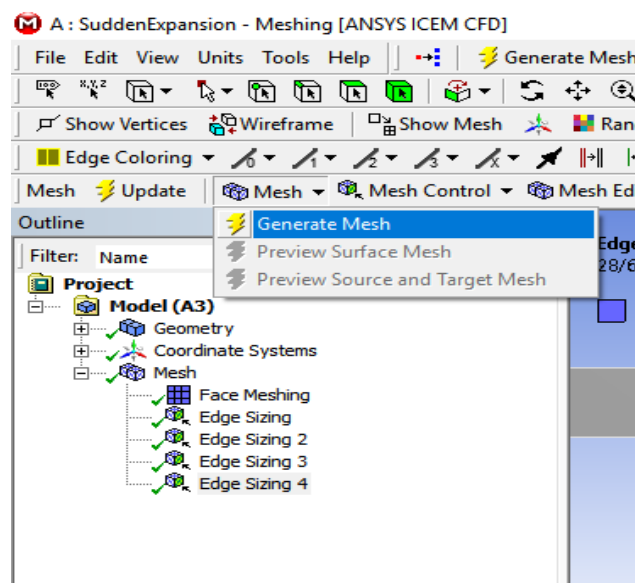
Έπειτα, θέτω το Number of Divisions σε 100, όπως φαίνεται παρακάτω.

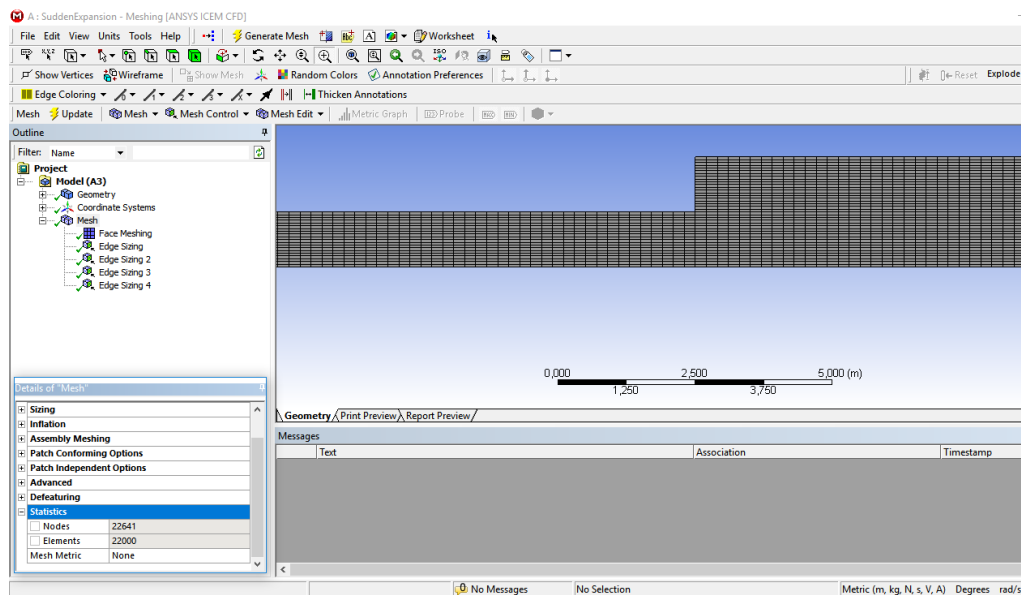


Μετά, αλλάζουμε το Behavior σε Hard



Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία και για τις υπόλοιπες πλευρές θέτοντας τις ανάλογες διαστάσεις όπως δείξαμε προηγουμένως. Φυσικά, θα πρέπει κάθε φορά να πατάμε *Mesh Control* $\Rightarrow$ *Sizing* για κάθε διάσταση που θέτουμε. Για την παραγωγή του πλέγματος, αφού ολοκληρώσουμε την διαστασιολόγηση θα πατήσουμε *Mesh* $\Rightarrow$ *Generate Mesh*. Τελικά, θα λάβουμε το παρακάτω αποτέλεσμα.





Όπως βλέπουμε στην παραπάνω εικόνα, κάτω από το *Details of Mesh* στο *Statistics* υπάρχουν 22000 στοιχεία στο πλέγμα.

3.3.4 Create Named Selections

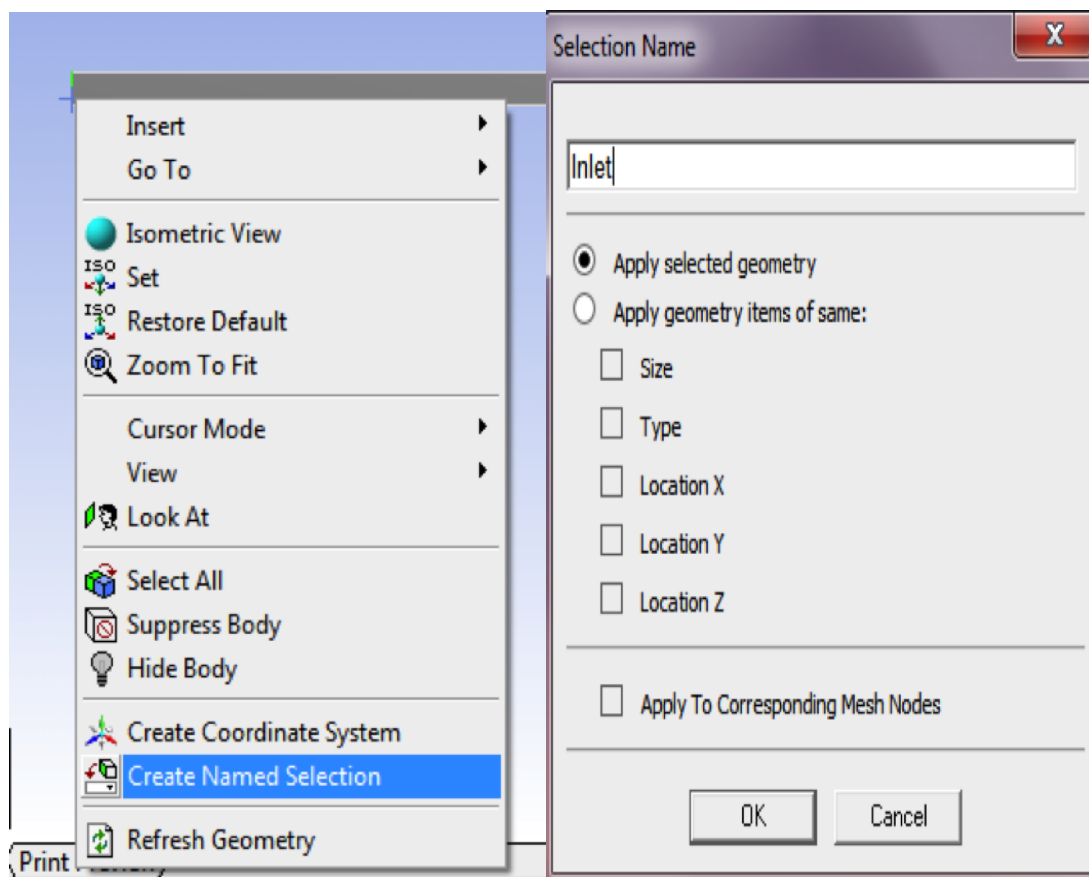
Σε αυτή την ενότητα, θα ονοματίσουμε τις πλευρές του σχήματος μας ώστε να θέσουμε αργότερα οριακές συνθήκες για την ροή. Το αριστερό τμήμα του σωλήνα θα ονομάζεται “*Inlet*” και το δεξί “*Outlet*”. Η κάτω πλευρά θα ονομάζεται “*CenterLine*” και οι υπόλοιπες πλευρές “*Wall*”, όπως στο σχήμα 3.4.



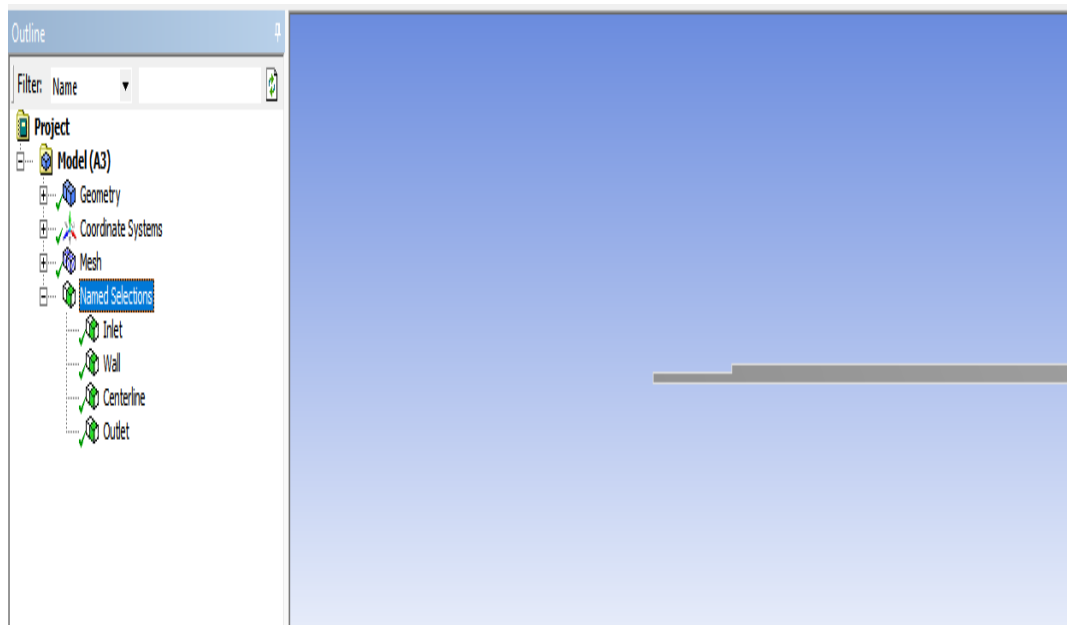
Σχήμα 3.4 : Ονομασία τμημάτων του σχήματος

Για να ονοματίσουμε τις πλευρές πατάμε το *Edge Selection Filter* . Μετά κλικάρουμε στην αριστερή πλευρά του ορθογωνίου και θα πρέπει να πάρει πράσινο

χρώμα. Στη συνέχεια, πατάμε δεξί κλικ στην ίδια πλευρά του ορθογωνίου και επιλέγουμε *Create Named Selection*, όπως βλέπουμε παρακάτω.



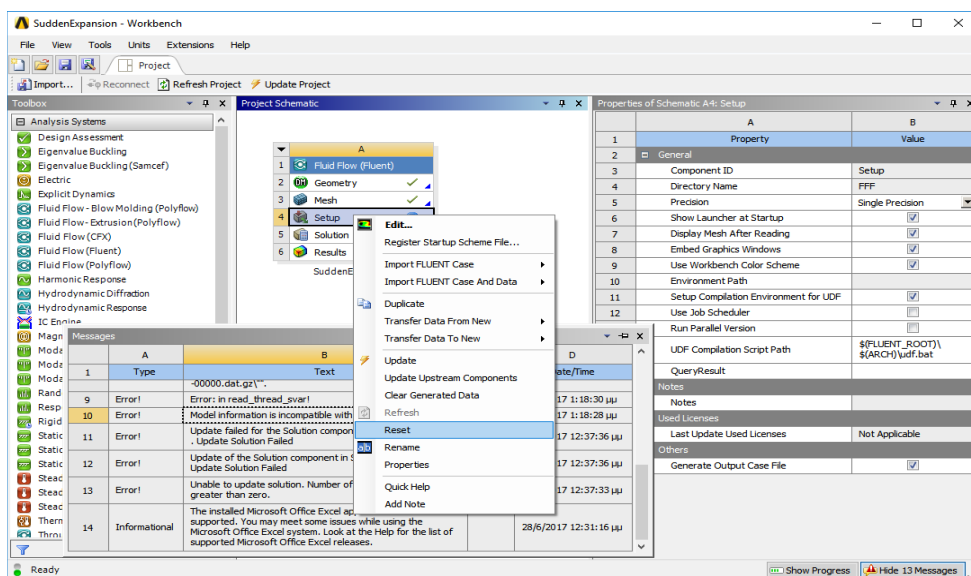
Τώρα, ακολουθούμε την ίδια διαδικασία για τις υπόλοιπες πλευρές και τις ονομάζουμε όπως στο σχήμα 3.4. Επειδή, η “*Centerline*” αποτελείται από δύο πλευρές και η “*Wall*” από τρεις για να τις επιλέξουμε πρέπει να έχουμε πατημένο το “*Ctrl*”, για να έχουμε το αποτέλεσμα της παρακάτω εικόνας.



3.3.5 Save, Exit & Update

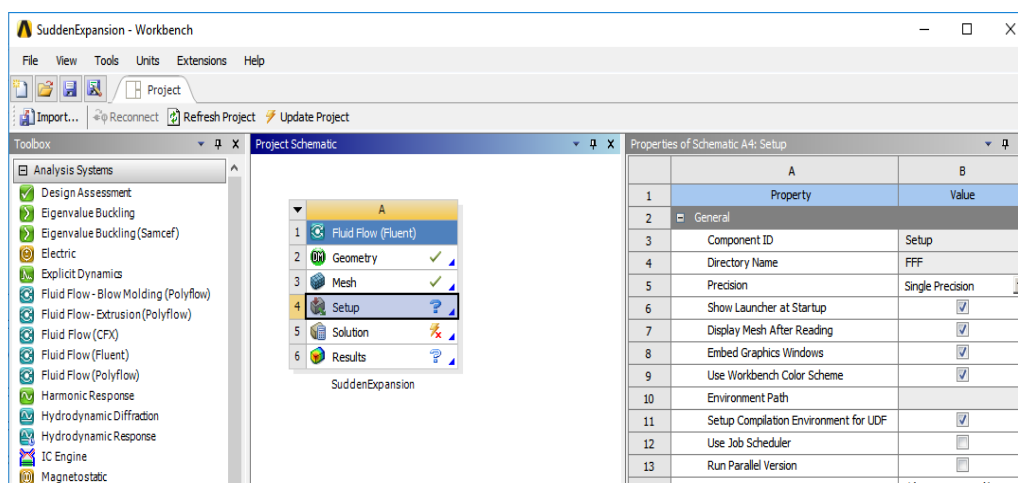
Στην πάνω αριστερή γωνία του *Mesher* πατάμε *File* *Save Project* και έπειτα κλείνουμε το παράθυρο του *Mesher*. Επιστρέφουμε στο *Workbench Project Page* και κάνουμε κλικ στο κουμπί *Update Project* **Update Project**.

Αν κατά την διαδικασία αυτή εμφανιστεί το παρακάτω μήνυμα λάθους “Model information is incompatible with incoming mesh” πατάμε δεξί κλικ στο *Setup* και επιλέγουμε *Reset* και έπειτα πατάμε *Update Project* ξανά, όπως στην παρακάτω εικόνα.



3.4 PHYSICS SETUP

Το τρέχων *Workbench Project Page*, θα πρέπει να είναι πανομοιότυπο με την παρακάτω εικόνα ανεξαρτήτως του αν έχουμε κατεβάσει ή όχι τα αρχεία που έχουμε δημιουργήσει, θα πρέπει να υπάρχουν πράσινες ενδείξεις στα δεξιά του *Geometry* και του *Mesh*.

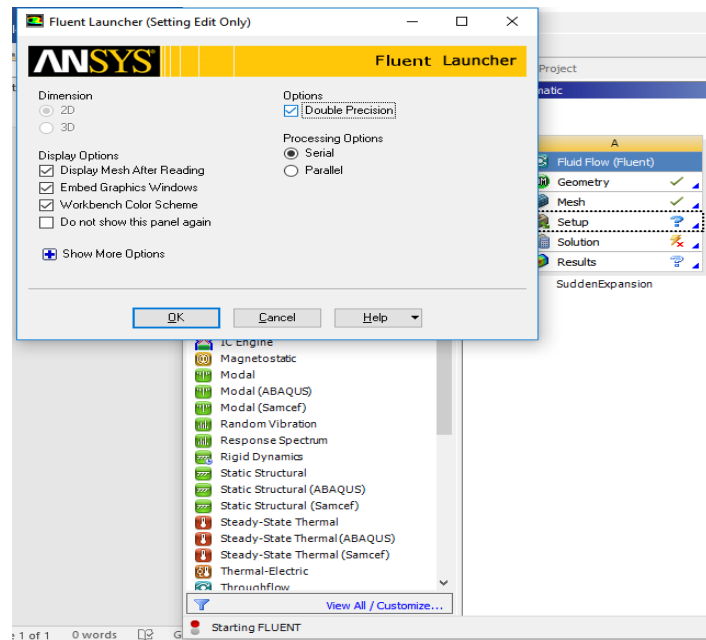


Έπειτα, τα δεδομένα του *Mesh* και του *Geometry* θα πρέπει να διαβάζονται μέσα στο *FLUENT*. Για να διαβάσετε τα δεδομένα πατάμε *Refresh Project* στο *Workbench Project Page*.

Ύστερα κάνουμε κλικ στο *Update*, ένα ερωτηματικό θα πρέπει να εμφανιστεί δεξιά από το κελί του *Setup*. Αυτό το σημάδι δείχνει ότι η επεξεργασία του *Setup* δεν έχει ολοκληρωθεί.

3.4.1 Launch Fluent

Αρχικά, πατάμε διπλό κλικ στο *Setup* μέσα στο *Workbench Project Page*, το οποίο θα καλέσει το *FLUENT Launcher*. Όταν το *FLUENT Launcher* εμφανιστεί θα πρέπει να αλλάξουμε την επιλογή του σε “Double Precision” και να πατήσουμε κλικ στο *OK*, όπως στο σχήμα 3.5. Η επιλογή αυτή της διπλής ακρίβειας χρησιμοποιείται για να επιλέξουμε την επίλυση διπλής ακρίβειας. Σε αυτή την επίλυση, κάθε αριθμός αντιπροσωπεύεται χρησιμοποιώντας 64 bits, σε αντίθεση με το αν χρησιμοποιήσουμε μονής ακρίβειας επίλυση που χρησιμοποιεί 32 bits. Τα επιπλέον bits αυξάνουν όχι μόνο την ακρίβεια αλλά και το εύρος των μεγεθών, τα οποία αντιπροσωπεύονται. Το αρνητικό του να χρησιμοποιούμε την διπλή ακρίβεια είναι ότι απαιτείται περισσότερη μνήμη.

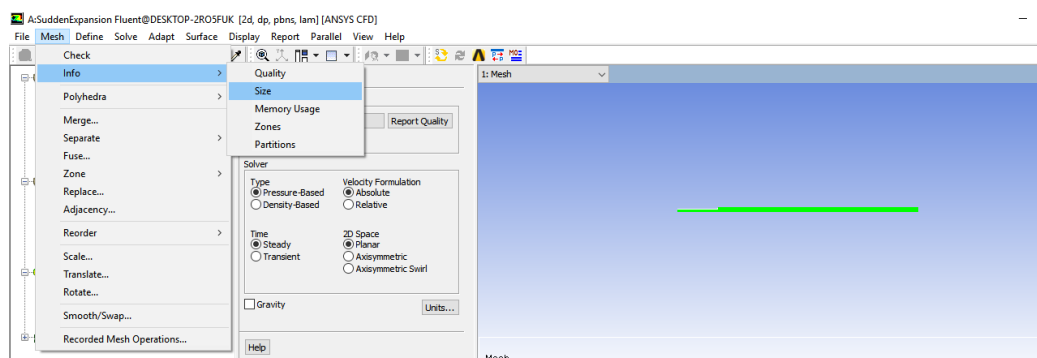


Σχήμα 3.5 : Επιλογή Double Precision στο Fluent Launcher

Όταν η επιφάνεια εργασίας του εκκινήσει θα προσδιορίσουμε τις ισχύουσες εξισώσεις και τα δεσμευτικά δεδομένα για το δικό μας πρόβλημα. Στο αριστερό μέρος της επιφάνειας εργασίας του *FLUENT*, βλέπουμε ότι υπάρχει μία λίστα με διάφορα στοιχεία κάτω από το *Problem Setup*. Εμείς, θα εργαστούμε από πάνω προς τα κάτω στα στοιχεία του *Problem Setup* ώστε να θέσουμε τα φυσικά δεδομένα του δικού μας προβλήματος. Στο δεξί μέρος, έχουμε τον τομέα των *Graphics* και κάτω από αυτό τον τομέα του *Command*.

3.4.2 Check and Display Mesh

Πρώτα, θα πρέπει να ελέγξουμε το *Mesh* ώστε να πιστοποιήσουμε ότι έχει εισαχθεί κανονικά από το *Workbench*. Για να λάβουμε τα στατιστικά στοιχεία που αφορούν το *Statistics* θα πρέπει να πατήσουμε *Mesh* $\square$ *Info* $\square$ *Size*, όπως φαίνεται παρακάτω.



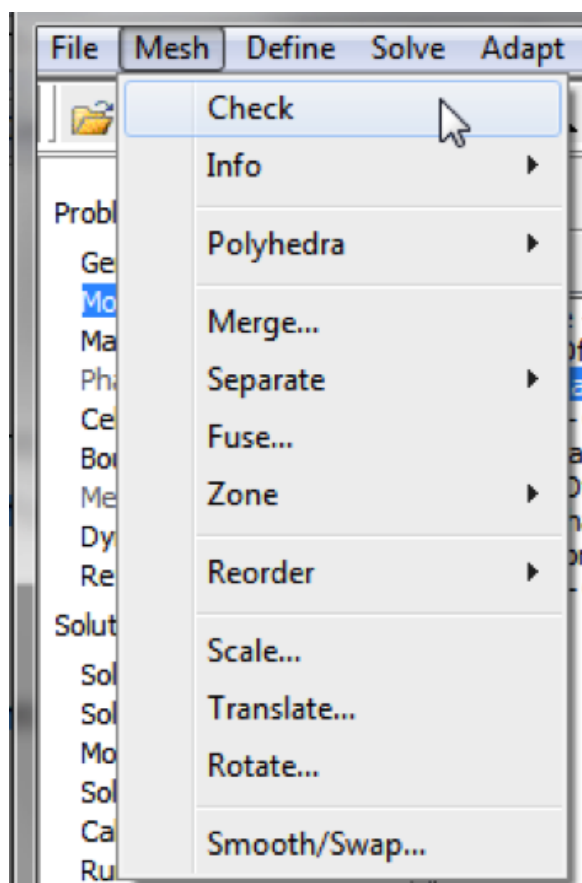
Στο τομέα του *Command* θα πρέπει να έχουμε τα παρακάτω δεδομένα.

Mesh Size

Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	22000	44640	22641	1

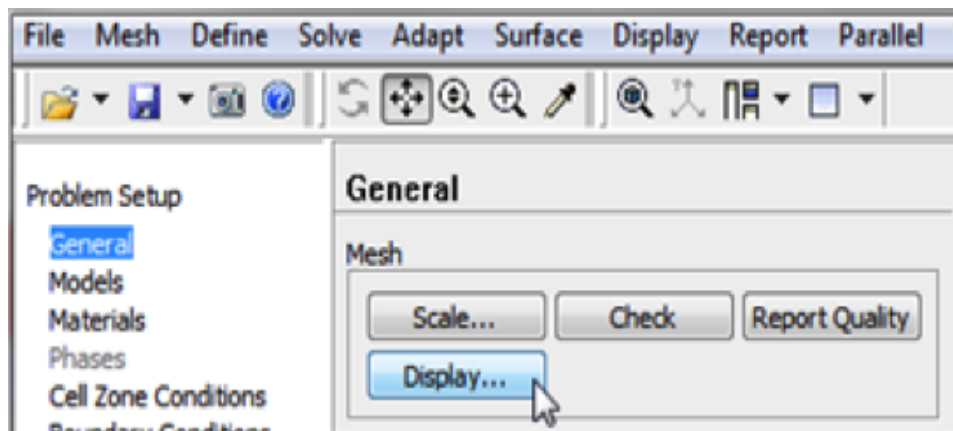
1 cell zone, 5 face zones.

Το πλέγμα που έχουμε δημιουργήσει νωρίτερα έχει 22000 στοιχεία. Να σημειωθεί ότι στο *FLUENT* τα στοιχεία ονομάζονται κελιά. Το δεδομένο ότι έχουμε 22000 κελιά μας δείχνει ότι κινούμαστε σε σωστή κατεύθυνση. Μετά, θα ζητηθεί από το *FLUENT* να ελέγξει το πλέγμα για λάθη. Για να γίνει αυτός ο έλεγχος, θα πρέπει να πατήσουμε *Mesh* ☐ *Check*, όπως φαίνεται παρακάτω.

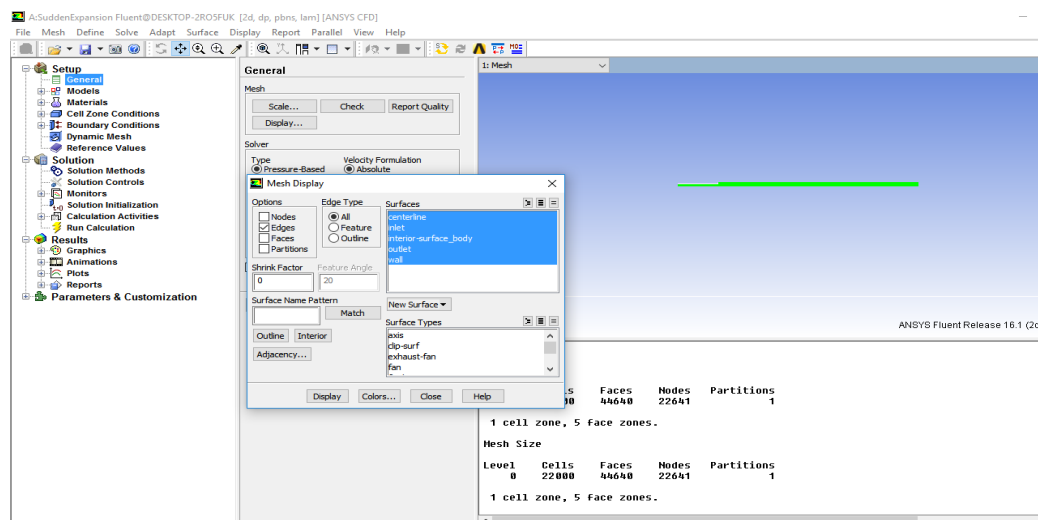


Θα πρέπει στο τομέα του *Command* να μην εμφανίζεται κανένα λάθος. Τώρα που το πλέγμα έχει ελεγχθεί, οι επιλογές εμφάνισης του πλέγματος έχουν αποκρυφθεί. Για

να επαναφέρουμε τις επιλογές εμφάνισης του πλέγματος πατάμε *General* $\square$ *Mesh* $\square$ *Display*, όπως φαίνεται παρακάτω.



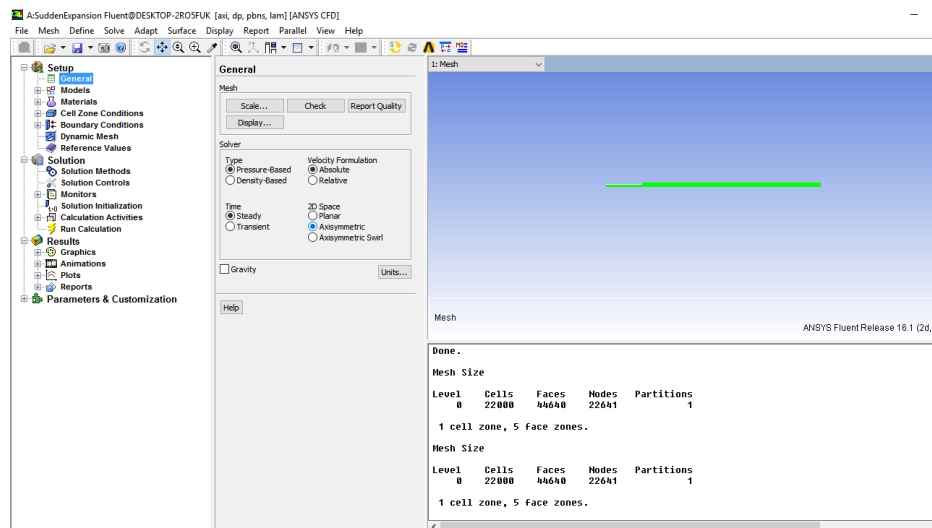
Το προηγούμενο βήμα έχει ανοίξει το παράθυρο του *Mesh Display*, όπως δείχνεται παρακάτω. Στο παραπάνω παράθυρο θα πρέπει να έχουν εμφανιστεί όλες οι επιφάνειες που έχουμε ονοματίσει.



Κάνοντας κλικ σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω επιφάνειες οι οποίες εμφανίζονται στο μενού του *Mesh Display*, την επιλέγεις ή την απεπιλέγεις αντίστοιχα. Αν πατήσουμε *Display* θα εμφανιστούν μόνο οι τρέχουσες επιλεγμένες επιφάνειες στον τομέα των *Graphics*. Θα πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι έχουμε επιλέξει και τις πέντε επιφάνειες.

3.4.3 Define Solver Properties

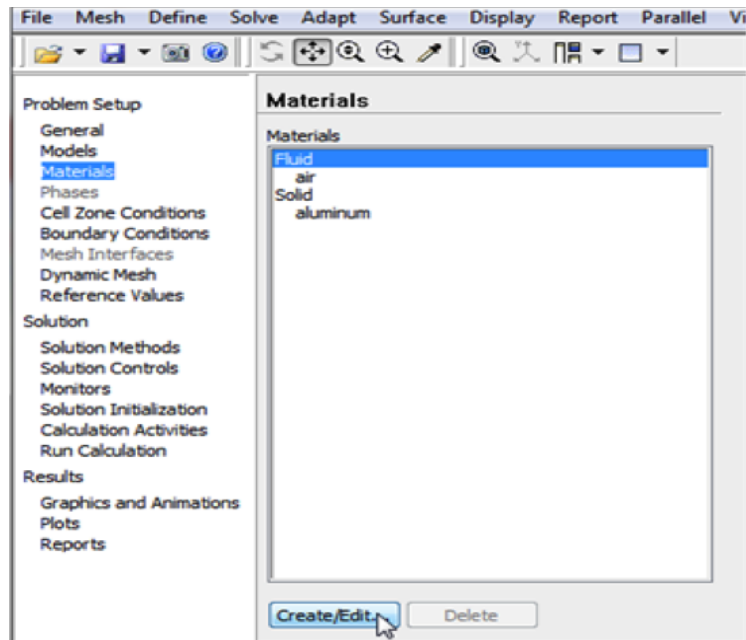
Σε αυτή την ενότητα, θα προσδιοριστούν οι ιδιότητες της επίλυσης με σκοπό να λάβουμε μία αποδεκτή λύση για την στρωτή ροή σε σωλήνα. Προτίστως, η αξονοσυμμετρική φύση της γεωμετρίας μας θα πρέπει να προσδιοριστεί. Επιλέγουμε *General* $\square$ *Solver* $\square$ *2D Space* και στο μενού που θα εμφανιστεί επιλέγουμε *Axisymmetric*, όπως φαίνεται παρακάτω.



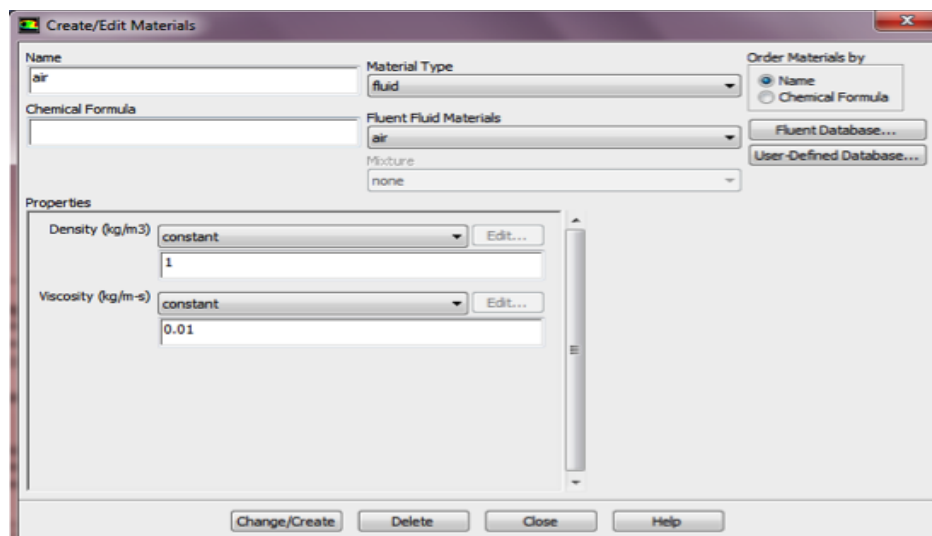
Αμέσως μετά, οι παράμετροι του *Viscous Model* θα χρειαστεί να προσδιοριστούν. Για να ανοίξουμε το μενού επιλογών του θα πρέπει να πατήσουμε *Models* $\square$ *Viscous* $\square$ *Laminar* $\square$ *Edit*. Η αρχική επιλογή του έχει τεθεί ως *Laminar*, άρα δεν χρειάζεται να γίνει κάποια αλλαγή. Πατάμε *Cancel* για έξοδο από το μενού.

3.4.4 Define Material Properties

Οι ιδιότητες του ρευστού που έχουν μοντελοποιηθεί θα προσδιοριστούν. Με σκοπό να δημιουργήσουμε ένα καινούργιο ρευστό πατάμε *Materials* $\square$ *Fluid* $\square$ *Create/Edit*, όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω.



Σε αυτό το μενού που έχει εμφανιστεί θα θέσουμε το *Density* σε 1kg/m^3 (constant) και το *Viscosity* σε 0.01 kg/(ms) (constant), όπως φαίνεται παρακάτω. Τέλος, πατάμε *Create/Change* για να κλείσει το παράθυρο.

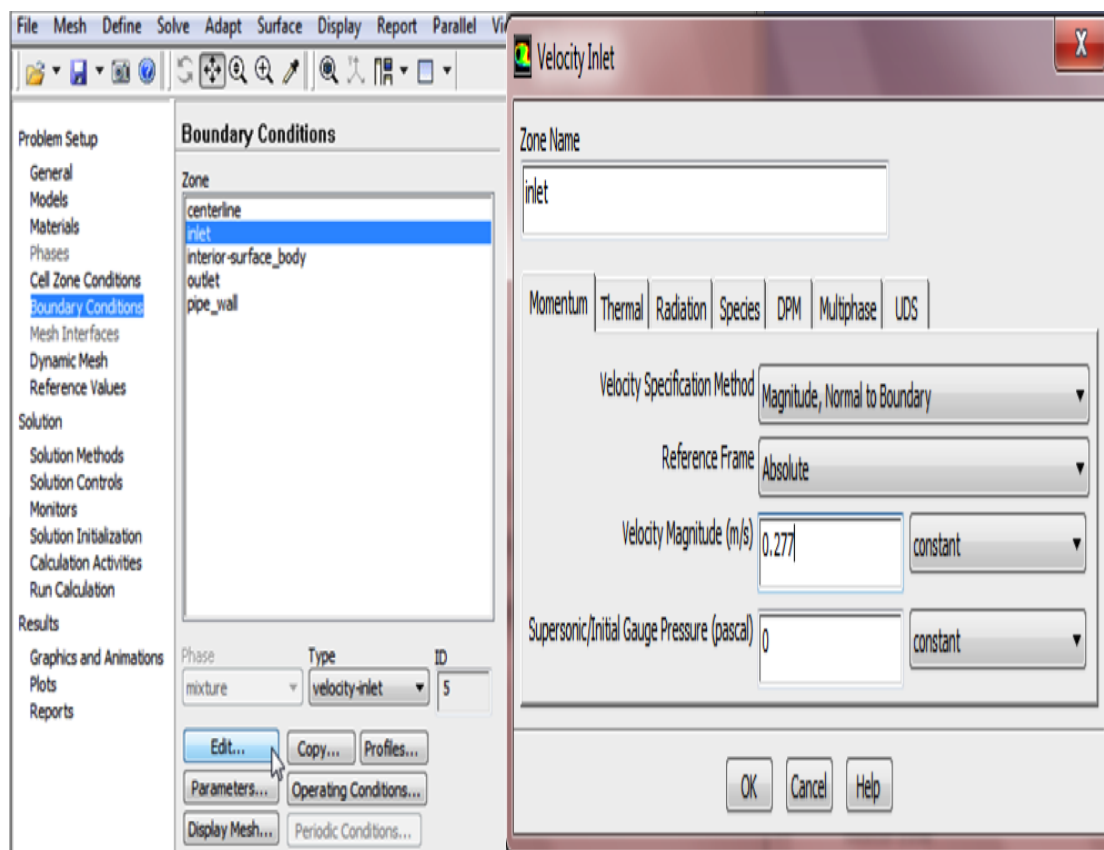


3.4.5 Define Boundary Conditions

Εδώ, θα προσδιορίσουμε τα δεσμευτικά δεδομένα για τις τέσσερις επιφάνειες που έχουμε ονοματίσει, ξεκινώντας με την *Inlet*.

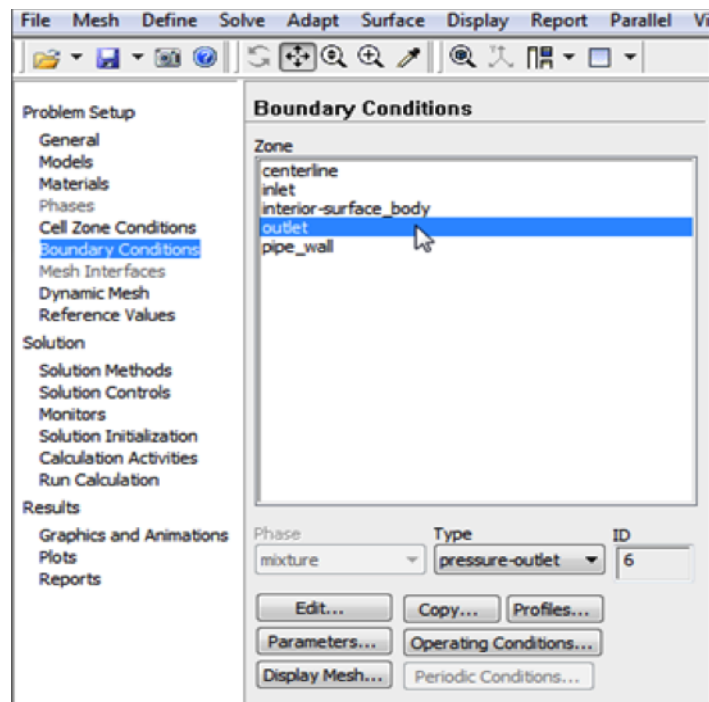
- **INLET**

Για τον προσδιορισμό της επιφάνειας πατάμε *Boundary Conditions* $\square$ *Inlet* $\square$ *Edit*, όπως φαίνεται παρακάτω. Το *Boundary Condition Type* θα πρέπει αυτόματα να έχει τεθεί σε *velocity-inlet*. Για να αλλάξουμε την ταχύτητα, θα πρέπει στο μενού *Velocity Inlet* να θέσουμε το *Velocity Specification Method* σε *Magnitude, Normal to Boundary* και το *Velocity Magnitude (m/s)* σε 0.277 m/s, όπως βλέπουμε παρακάτω. Αμέσως μετά πατάμε *OK* για να κλείσουμε το μενού του *Velocity Inlet*.



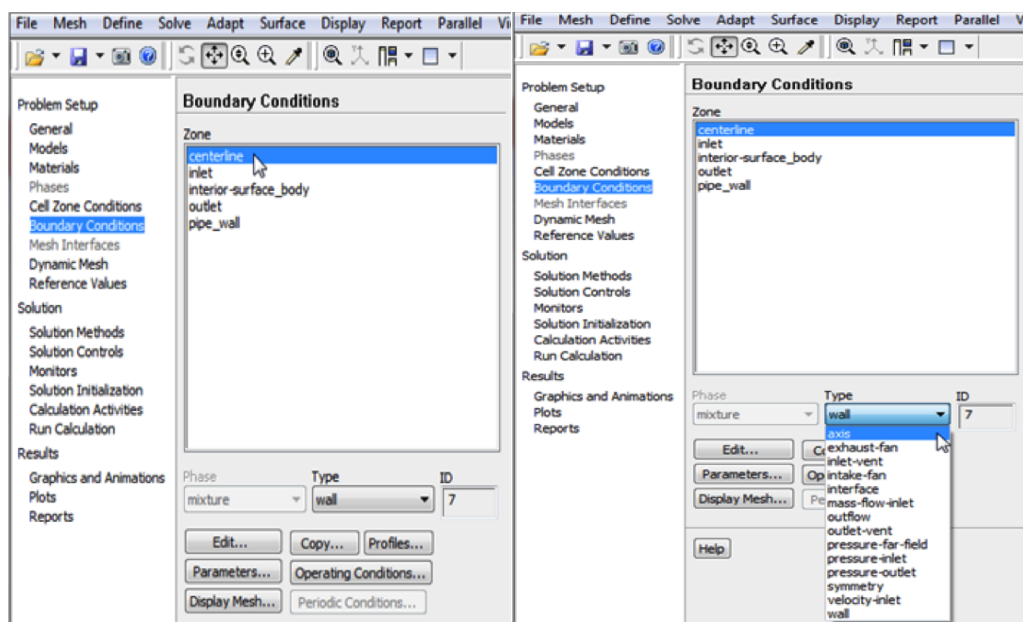
- **OUTLET**

Για πρόσβαση στο μενού του *Boyndary Conditions* πατάμε *Outlet* και πρέπει όπως φαίνεται και στην εικόνα παρακάτω, κάτω από το *Type* να είναι αυτόματα σε *pressure-outlet*. Αν όχι, το θέτουμε εμείς.



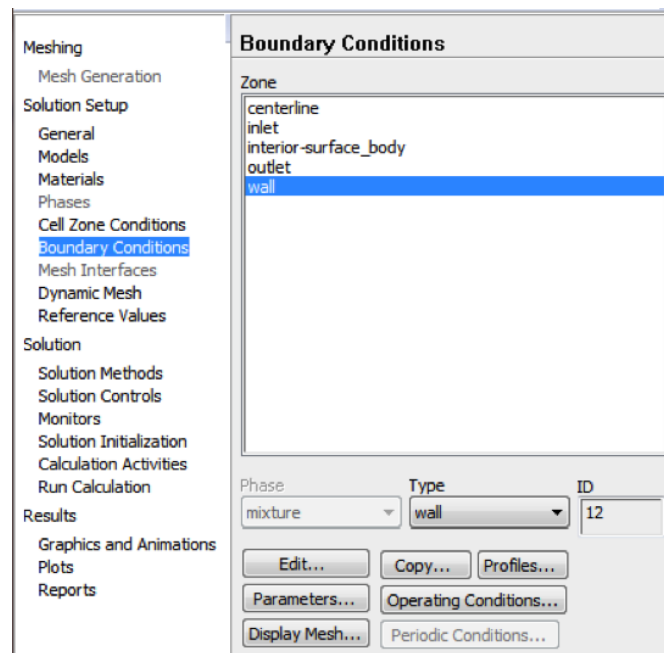
- **CENTERLINE**

Στο μενού του *Boundary Conditions* θα πρέπει κάτω από το *centerline* να έχει τεθεί σε *wall* το οποίο δεν είναι σωστό. Έτσι, αλλάζουμε το *Type* σε *axis*, όπως βλέπουμε παρακάτω. Μόλις ένα παράθυρο εμφανιστεί πατάμε *Yes* και έπειτα πατάμε *OK* για να αποδεχθούμε τις παραπάνω παραπάνω παραμετροποιήσεις.



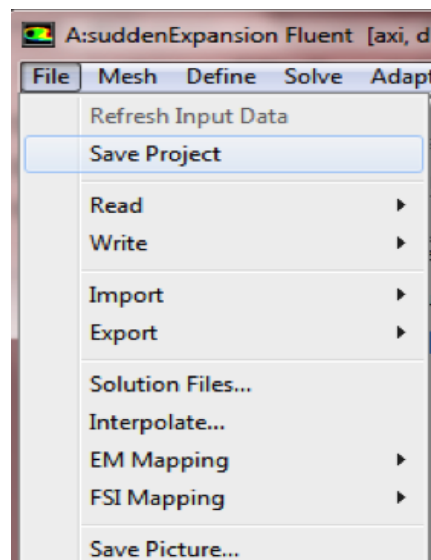
- **Pipe WALL**

Επιλέγουμε το *Wall* μέσα στο *Boundary Conditions*. Όπως φαίνεται και στην εικόνα το *Type* έχει αυτόματα τεθεί σε *wall*. Αν όχι, το θέτουμε εμείς και δεν χρειάζεται να κάνουμε κάποια άλλη ενέργεια για αυτή την επιφάνεια.



3.4.6 Save

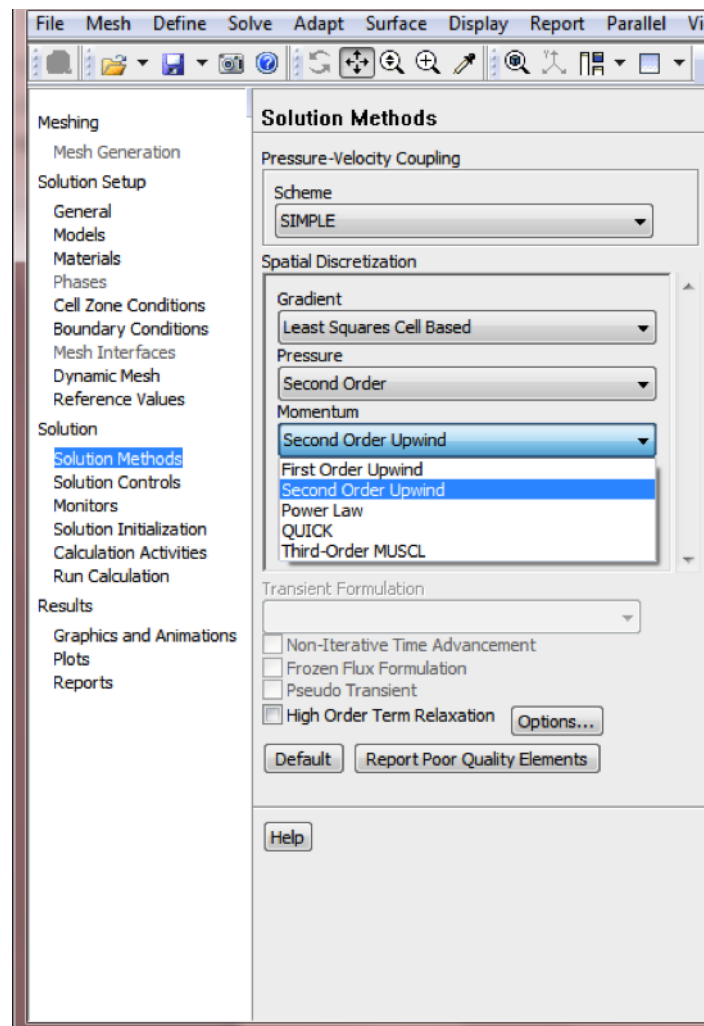
Με σκοπό να αποθηκεύσουμε την πορεία του έργου μας, πατάμε *File* $\square$ *Save Project*, όπως βλέπουμε και παρακάτω.



3.5 NUMERICAL SOLUTION

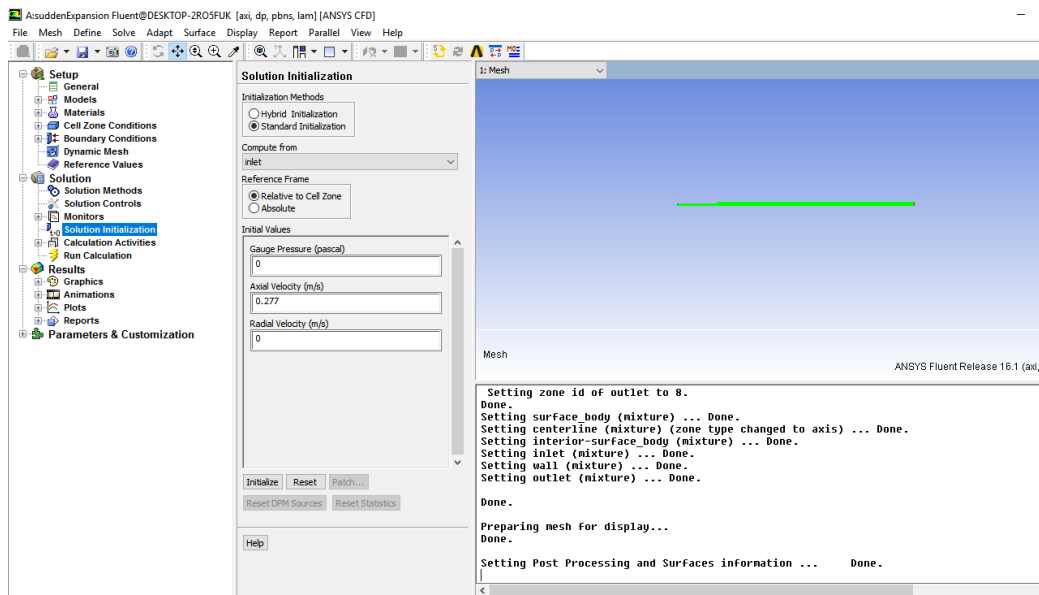
3.5.1 Second Order Scheme

Ένα σχέδιο δεύτερης τάξης διακριτοποίησης θα χρησιμοποιηθεί για μία κατά προσέγγιση λύση. Για να υλοποιήσουμε αυτό το σχέδιο, πατάμε στο *Solution Methods* και μετά στο *Momentum* και επιλέγουμε *Second Order Upwind*, όπως φαίνεται στην εικόνα.



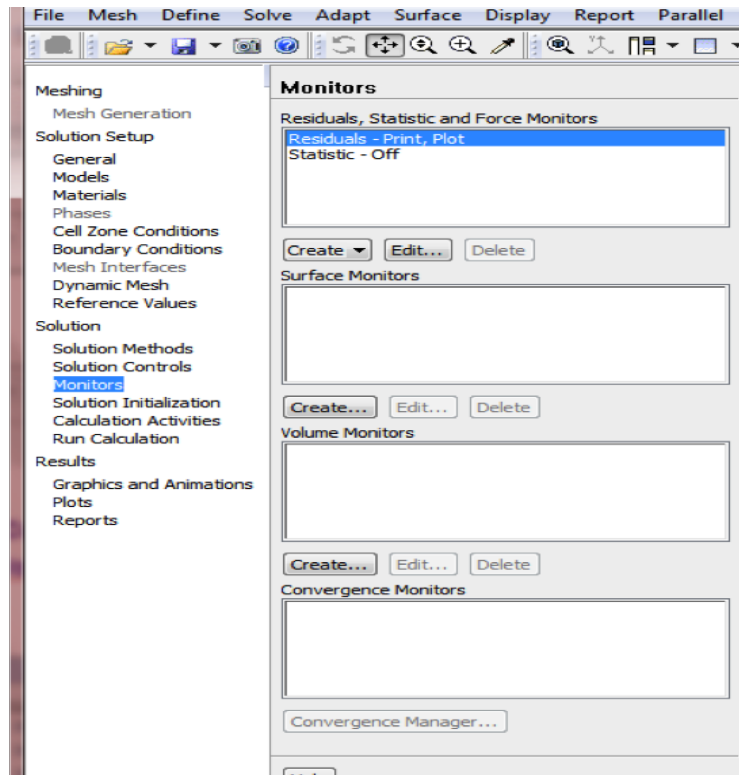
3.5.2 Set Initial Guess

Σε αυτό τον τομέα το πεδίο ροής θα αρχικοποιηθεί για τις τιμές στην είσοδο του σωλήνα. Με σκοπό να γίνει αυτή η αρχικοποίηση κάνουμε κλικ στο *Solution Initialization, Standard Initialization* και έπειτα στο *Compute from* και επιλέγουμε *Inlet*, όπως φαίνεται παρακάτω και μετά κάνουμε κλικ στο κουμπί *Initialize*. Αυτό, θα ολοκληρώσει την αρχικοποίηση.

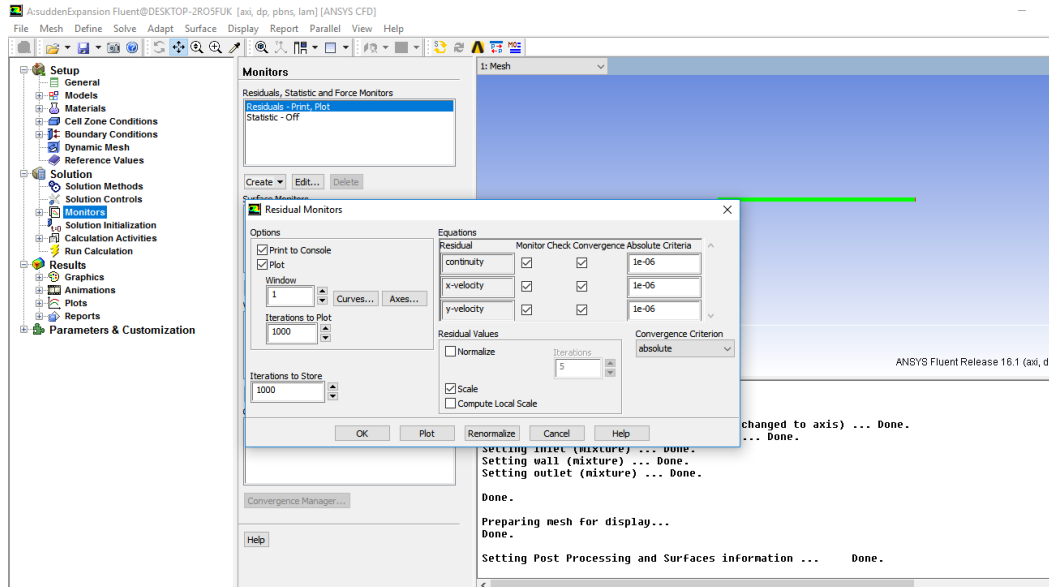


3.5.3 Set Convergence Criteria

Το *FLUENT* αναφέρει για κάθε εξίσωση που έχει επιλυθεί ένα υπόλοιπο. Το υπόλοιπο αυτό είναι ένα μέτρο του κατά πόσο καλά η τρέχουσα λύση ικανοποιεί τη διακριτή μορφή κάθε διέπουσας εξίσωσης. Θα επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία της επίλυσης μέχρις ότου το υπόλοιπο για κάθε εξίσωση γίνει μικρότερο από $1e-06$. Για να προσδιορίσουμε τα κριτήρια του υπολοίπου πατάμε *Monitors* $\square$ *Residuals* $\square$ *Edit*, όπως φαίνεται παρακάτω.

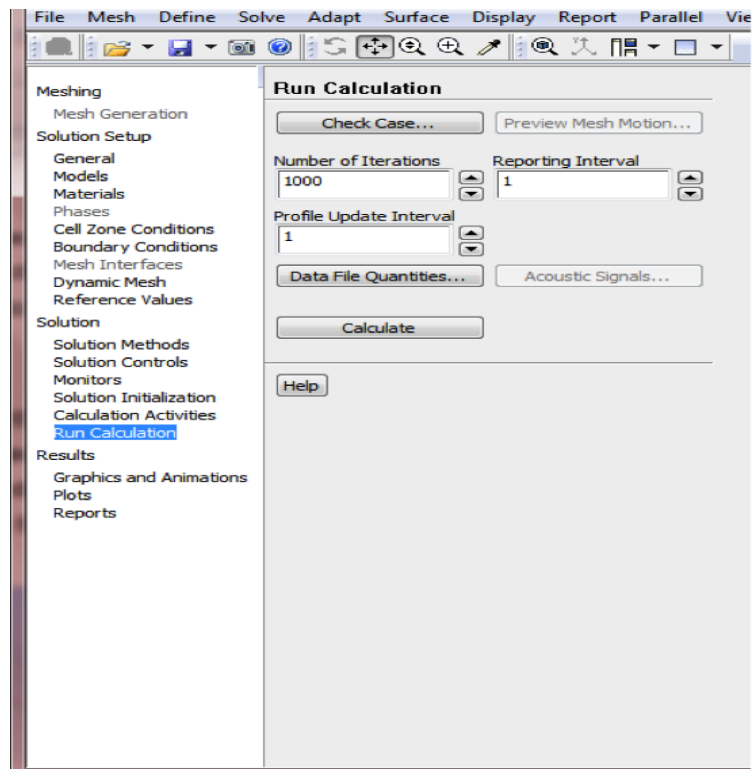


Έπειτα, αλλάζουμε το υπόλοιπο που βρίσκεται κάτω από το *Covergence Criterion* για *continuity*, *x-velocity* και *y-velocity*, σε $1e-06$, όπως φαίνεται παρακάτω. Τέλος, κάνουμε κλικ στο *OK* για να κλείσουμε το μενού *Residual Monitors*.

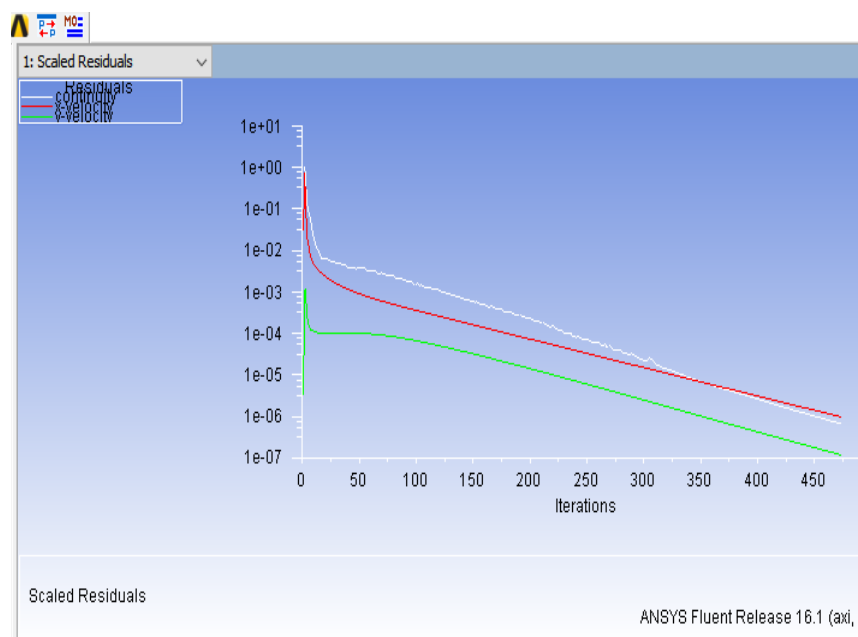


3.5.4 Execute Calculation

Προτεραιότητα για να τρέξουν οι υπολογισμοί είναι να καθορίσουμε το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Για αυτό το προσδιορισμό πατάμε *Run Calculation* και έπειτα θέτουμε το *Number of Iterations* σε 1000, όπως φαίνεται παρακάτω.



Για ασφάλεια σώζουμε το *Project* μας. Τώρα, πατάμε κλικ στο *Calculate* για να τρέξουν οι υπολογισμοί. Τα υπόλοιπα από κάθε επανάληψη εμφανίζονται όσο η γραφική παράσταση στο παράθυρο των *graphics* διαμορφώνεται. Μετά τους υπολογισμούς θα πρέπει να λάβουμε την παρακάτω γραφική παράσταση.



Τα υπόλοιπα πέφτουν πιο χαμηλά από το κριτήριο της προσδιορισμένης σύγκλισης, το οποίο είναι το 1e-06 σε περίπου 473 επαναλήψεις, όπως φαίνεται παρακάτω.

461	8.4887e-07	1.2066e-06	1.4992e-07	0:01:04	539
462	8.3163e-07	1.1879e-06	1.4727e-07	0:00:51	538
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	time/iter	
463	8.1545e-07	1.1694e-06	1.4466e-07	0:00:41	537
464	8.0105e-07	1.1512e-06	1.4215e-07	0:00:32	536
465	7.8621e-07	1.1333e-06	1.3979e-07	0:00:26	535
466	7.7164e-07	1.1156e-06	1.3755e-07	0:00:21	534
467	7.5845e-07	1.0982e-06	1.3528e-07	0:00:16	533
468	7.4409e-07	1.0810e-06	1.3296e-07	0:02:00	532
469	7.2924e-07	1.0642e-06	1.3064e-07	0:01:35	531
470	7.1578e-07	1.0476e-06	1.2835e-07	0:01:16	530
471	7.0291e-07	1.0314e-06	1.2609e-07	0:01:01	529
472	6.8937e-07	1.0153e-06	1.2389e-07	0:00:49	528
!	473 solution is converged				
473	6.7632e-07	9.9956e-07	1.2183e-07	0:00:39	527

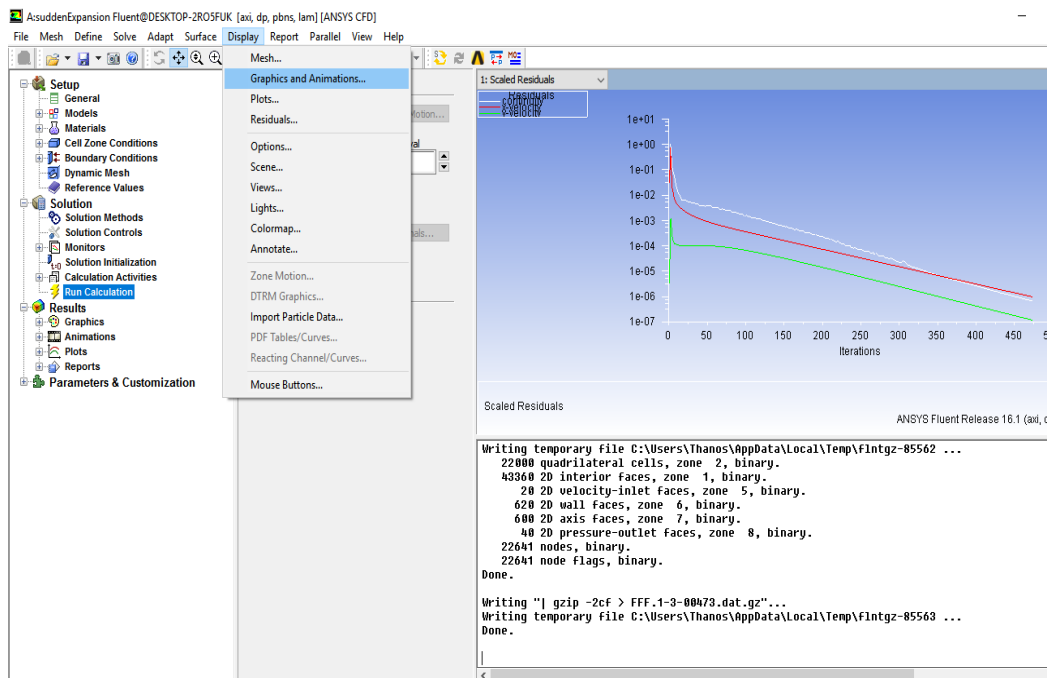
Σε αυτό το σημείο, αποθηκεύουμε το *Project* μας ακόμα μία φορά.

3.6 NUMERICAL RESULTS

Τα αποτελέσματα των βημάτων που θα ακολουθήσουν σε αυτή την ενότητα, θα χρησιμοποιηθούν για μετεπεξεργασία στο *CFD-Post* το οποίο περιλαμβάνεται μέσα στο *ANSYS Workbench*.

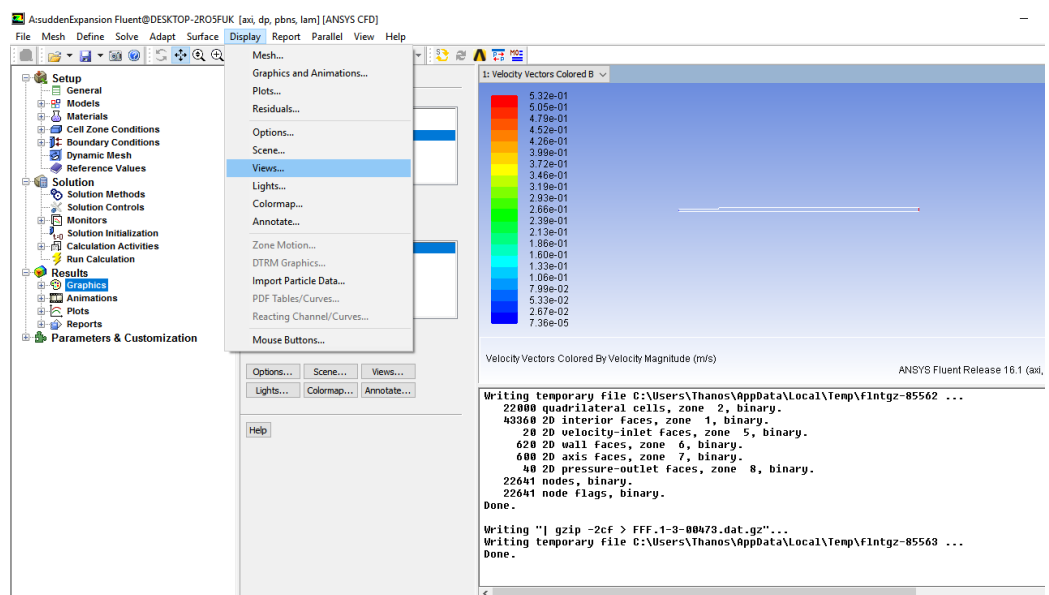
3.6.1 Velocity Vectors

Έχουμε τη δυνατότητα να αναπαραστήσουμε γραφικά τους φορείς όλου του τομέα ή κάποιων επιλεγμένων επιφανειών. Εμείς, θα αναπαραστήσουμε γραφικά την ταχύτητα των φορέων για όλο τον τομέα για να παρατηρήσουμε πώς η ροή αναπτύσσεται καθοδικά από την είσοδο και πώς από την επέκτασή της. Πρώτα, κάνουμε κλικ στο *Graphics & Animations* και έπειτα διπλό κλικ στο *Vectors*, το οποίο βρίσκεται κάτω από το *Graphics*.

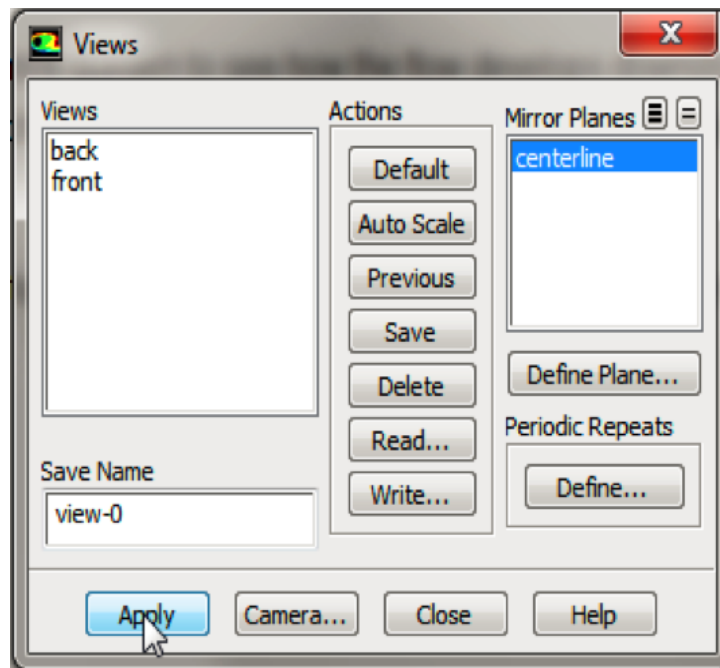


Υστερα, κάνουμε κλικ στο *Display* και μεγενθύνουμε σε μια περιοχή κοντά στο *inlet*. Το μήκος και ο χρωματισμός από τα βέλη αναπαριστά το μέγεθος της ταχύτητας. Η απεικόνιση του φορέα γίνεται πιο ευδιάκριτη αν μικρύνουμε τα βέλη, όπως περιγράφουμε παρακάτω: Αλλάζουμε το *Scale* σε 0.4 μέσα στο μενού των *Vectors* και κάνουμε κλικ στο *Display*.

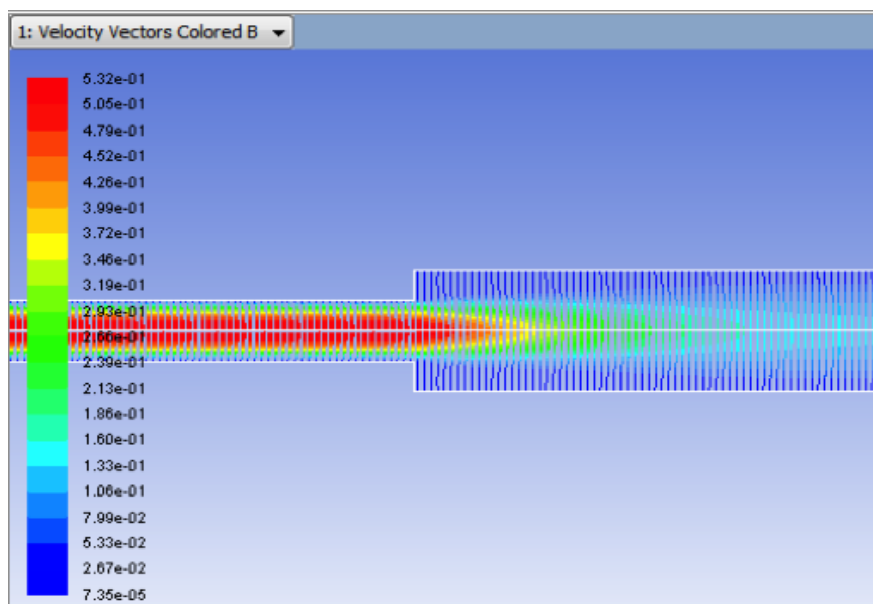
Η στρωτή ροή στο σωλήνα έχει μοντελοποιηθεί αξονοσυμμετρικά, ωστόσο το γράφημα απεικονίζεται αξονικά ώστε να έχουμε μία εκτεταμένη τμηματική όψη. Για να γίνει αυτό, πατάμε *Display* $\square$ *Views*, όπως φαίνεται παρακάτω.



Κάτω από το *Mirror Planes*, μόνο η επιφάνεια του *centerline* θα πρέπει να φαίνεται στη λίστα διότι είναι το μόνο σύνορο συμμετρίας στη παρούσα φάση. Επιλέγουμε την επιφάνεια *centerline* και πατάμε *Apply*, όπως φαίνεται παρακάτω.

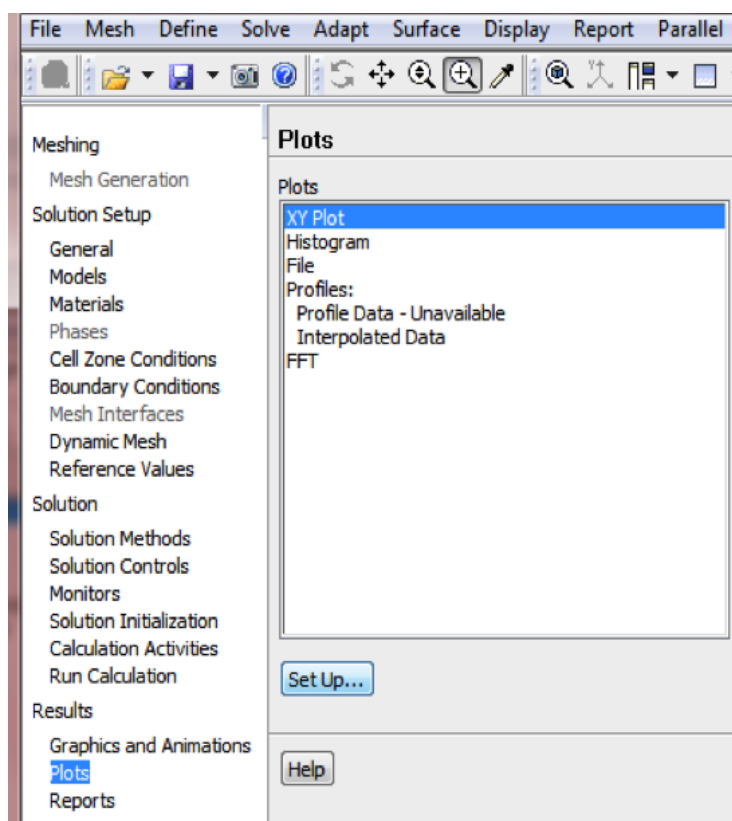


Έπειτα, πατάμε *Close* για έξοδο από το μενού *Views*. Το πεδίο του φορέα μας θα πρέπει να απεικονίζεται κατά μήκος του αξονικού άξονα, όπως φαίνεται παρακάτω, καθώς και η ροή που αναπτύσσεται καθοδικά από την είσοδο και στην επέκτασή της.

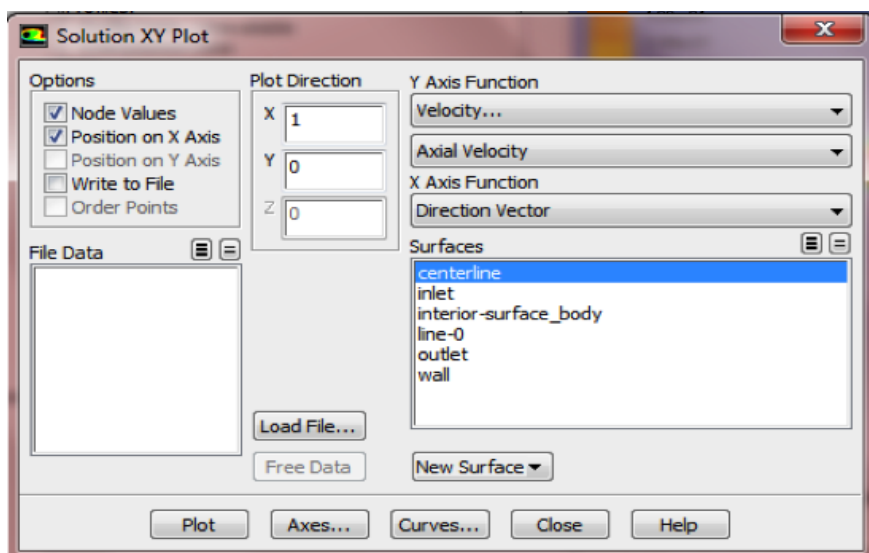


3.6.2 Centerline Velocity

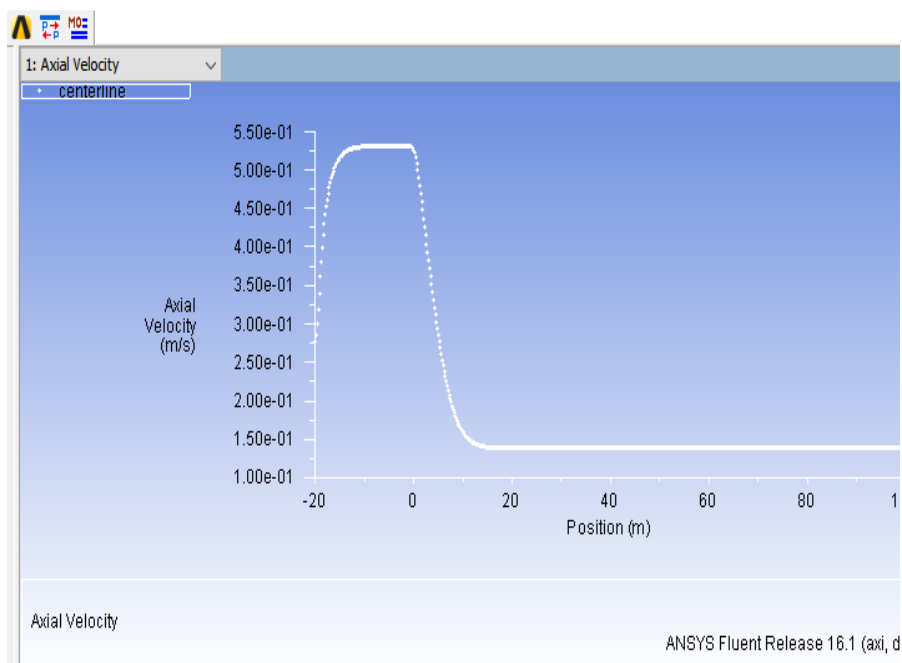
Εδώ, θα αναπαραστήσουμε γραφικά μία παραλλαγή της αξονικής ταχύτητας κατά μήκος της *centerline*. Για να ξεκινήσουμε αυτή την διαδικασία, κάνουμε κλικ στο *Results* $\square$ *Plots* $\square$ *XY Plot* $\square$ *Set Up*, όπως φαίνεται παρακάτω.



Στο μενού *Solution XY Plot* σιγουρευόμαστε ότι έχουμε επιλέξει το *Position on X Axis*, έχουμε θέσει το *X* σε 1 και το *Y* σε 0. Αυτό δίνει την εντολή στο *FLUENT* να αναπαραστήσει γραφικά τις τιμές για τις συντεταγμένες του *x* στις τετμημένες του γραφήματος. Έπειτα, επιλέγουμε *Velocity* για το πρώτο πεδίο που βρίσκεται κάτω από το *Y Axis Function* και για το δεύτερο πεδίο *Axial Velocity*. Να σημειωθεί ότι το *X Axis Function* και το *Y Axis Function* περιγράφουν τους *x* και *y* άξονες του γραφήματος, τους οποίους δεν πρέπει να μπερδέψουμε με τις κατευθύνσεις *x* και *y* του αγωγού μας. Τέλος, επιλέγουμε *centerline* κάτω από το *Surfaces* καθώς αναπαριστούμε γραφικά την αξονική ταχύτητα κατά μήκος της *centerline*. Αυτό ολοκληρώνει τον καθορισμό των παραμέτρων για την γραφική απεικόνιση. Το *Solution XY Plot* μας θα πρέπει να είναι πανομοιότυπο με την παρακάτω εικόνα.



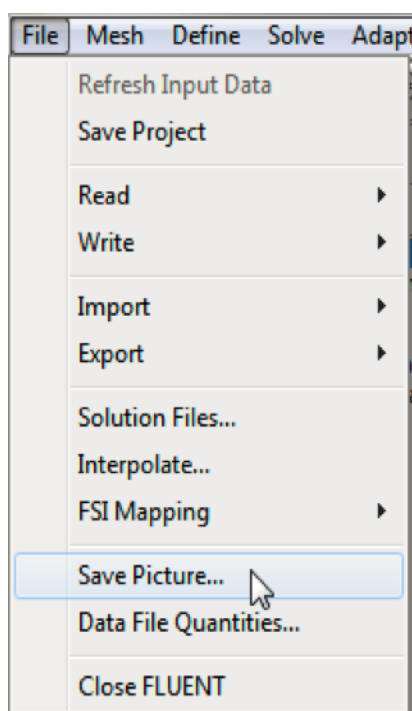
Τώρα, κάνουμε κλικ στο *Plot* και η αξονική ταχύτητα σαν συνάρτηση της απόστασης κατά μήκος της *centerline* θα εμφανιστεί, όπως φαίνεται παρακάτω.



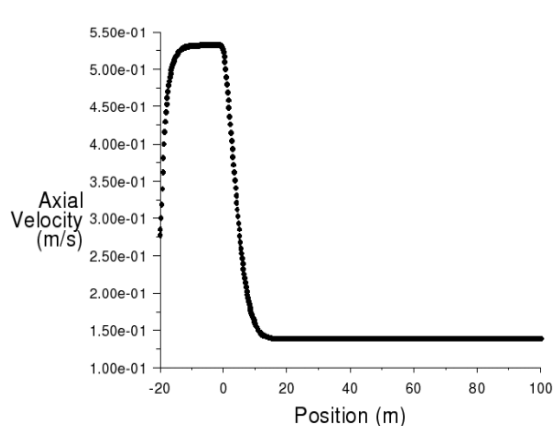
Στο παραπάνω γράφημα παρατηρούμε ότι η ταχύτητα φτάνει σε μία συγκεκριμένη τιμή (περίπου 5.25×10^{-1} m/s) πάνω σε μία συγκεκριμένη απόσταση από την είσοδο. Αυτή είναι μία περιοχή πλήρους ανεπτυγμένης ροής για ένα μικρό αγωγό. Όταν η ροή περάσει στην επέκταση της εισόδου στο $x=0$ m, η ταχύτητα θα μειωθεί λόγω ξαφνικής εκτόνωσης του αγωγού.

3.6.3 Saving the Plot

Σε αυτή την ενότητα, θα αποθηκεύσουμε τα δεδομένα από το γράφημα μας και μια φωτογραφία του γραφήματος. Θα χρειαστεί να σώσουμε πρώτα τα δεδομένα του γραφήματος, ανοίγοντας το μενού *Solution XY Plot* και επιλέγουμε *Write to File* το οποίο βρίσκεται κάτω από τα *Options*. Τώρα, το κουμπί *Plot* θα πρέπει να έχει αλλάξει σε *Write* το οποίο και θα πατήσουμε. Έπειτα, γράφουμε σαν όνομα του αρχείου *vel.xy*. Πατάμε *OK* και ελέγχουμε ότι αυτό το αρχείο έχει δημιουργηθεί μέσα στο φάκελο που έχουμε το *project* μας. Σε αυτό το σημείο, κλείνουμε το μενού *Solution XY Plot* και θα αποθηκεύσουμε τη φωτογραφία του γραφήματος. Πατάμε κλικ στο *File* και μετά κλικ στο *Save Picture*, όπως φαίνεται παρακάτω.



Κάτω από το *Format*, επιλέγουμε μία από τις ακόλουθες δύο επιλογές *EPS*, *JPEG*. Αφού επιλέξουμε την επιθυμητή μορφή για την εικόνα μας, πατάμε στο *Save*, την ονομάζουμε *vel.eps* ή *vel.jpeg* και πατάμε *OK*. Τέλος, ελέγχουμε και πάλι ότι και αυτό το αρχείο έχει δημιουργηθεί στο φάκελο με το *project* μας. Ανοίγοντας το αρχείο *vel.eps* με ανάλογο πρόγραμμα, παίρνουμε το διάγραμμα της παρακάτω μορφής για τα 22000 *elements*.



Σχήμα 3.6 : Διάγραμμα (Αξονικής ταχύτητας-θέσης) για τα 22000 elements

3.7 VERIFICATION AND VALIDATION

Βασισμένοι στο προφίλ της ταχύτητας κατά μήκος της *centerline*, παρατηρούμε ότι η μέγιστη αξονική ταχύτητα μέσα στο μικρό αγωγό είναι περίπου 5.25×10^{-1} m/s. Παρόλα αυτά, σε μία πλήρη ανεπτυγμένη στρωτή ροή σε αγωγό, η ανάλυση της μέγιστης αξονικής ταχύτητας θα έπρεπε να είναι περίπου 5.54×10^{-1} m/s. Με άλλα λόγια, τα αποτελέσματα από το προηγούμενο πλέγμα δεν είναι αρκετά ικανοποιητικά.

3.7.1 Repeat the Procedure

Για να βελτιώσουμε τα αποτελέσματα μας, θα επαναλάβουμε την διαδικασία της επίλυσης, σε ένα καλύτερο πλέγμα. Για να καλυτερεύσουμε το πλέγμα μας, θα χρειαστεί να διπλασιάσουμε τον αριθμό των ακτινικών τμημάτων. Κατά την δημιουργία του πλέγματος, οι αλλαγές οι οποίες θα γίνουν είναι ότι οι πλευρές **AB** και **EF** από 20 θα πρέπει να γίνουν 40 και η πλευρά **CD** από 40 θα γίνει 80, όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω.

Details of "Edge Sizing" - Sizing

Scope

Scoping Method

Geometry Selection

Geometry

2 Edges

Definition

Suppressed

No

Type

Number of Divisions

Number of Divisions

40

◀

▶

Behavior

Hard

Bias Type

No Bias

Details of "Edge Sizing 4" - Sizing

Scope

Scoping Method

Geometry Selection

Geometry

1 Edge

Definition

Suppressed

No

Type

Number of Divisions

Number of Divisions

80

◀

▶

Behavior

Hard

Bias Type

No Bias

Ακολουθώντας αυτή την διαδικασία, τα *elements* από 22000 γίνονται 44000 και έτσι έχουμε καταφέρει να διπλασιάσουμε την πυκνότητα του πλέγματος μας σε σχέση με την αρχική ανάλυση.

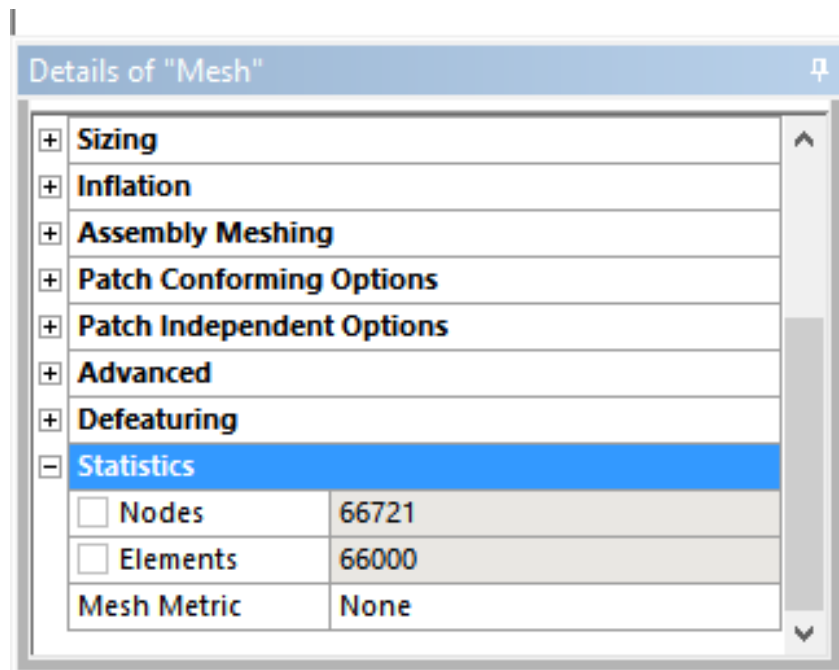
Details of "Mesh"			⌵
☐	Defaults		
☐	Sizing		
☐	Inflation		
☐	Assembly Meshing		
☐	Patch Conforming Options		
☐	Advanced		
☐	Defeaturing		
☒	Statistics		
☐	Nodes	44681	
☐	Elements	44000	
	Mesh Metric	None	

Στη συνέχεια, για να επιτύχουμε ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια στην ανάλυση μας, θα τριπλασιάσουμε τον αριθμό των ακτινικών τμημάτων και οι πλευρές **AB** και **EF** από 20 που ήταν αρχικά θα γίνουν 60, καθώς και η πλευρά **CD** από 40 θα γίνει 120, όπως στην εικόνα παρακάτω.

Details of "Edge Sizing 2" - Sizing			⌵
☒	Scope		
	Scoping Method	Geometry Selection	
	Geometry	2 Edges	
☒	Definition		
	Suppressed	No	
	Type	Number of Divisions	
	☐ Number of Divisions	60	
	Behavior	Hard	
	Bias Type	No Bias	

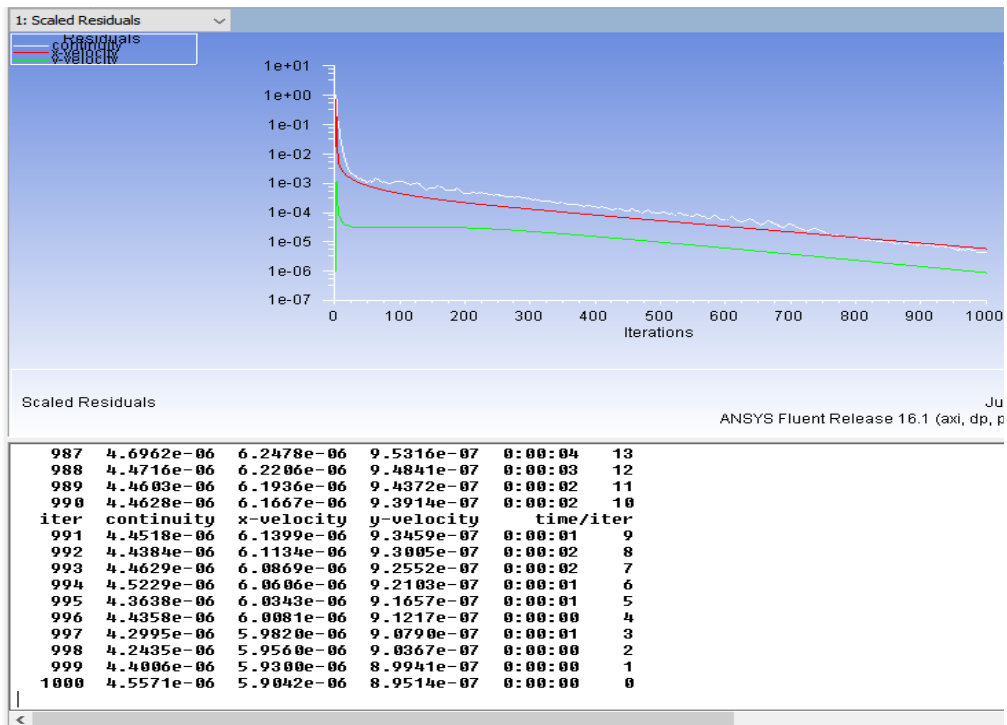
Details of "Edge Sizing 4" - Sizing			⌵
☒	Scope		
	Scoping Method	Geometry Selection	
	Geometry	1 Edge	
☒	Definition		
	Suppressed	No	
	Type	Number of Divisions	
	☐ Number of Divisions	120	
	Behavior	Hard	
	Bias Type	No Bias	

Έτσι, τα *elements* από 22000 που ήταν αρχικά τώρα έχουν γίνει 66000, όπως φαίνεται παρακάτω.

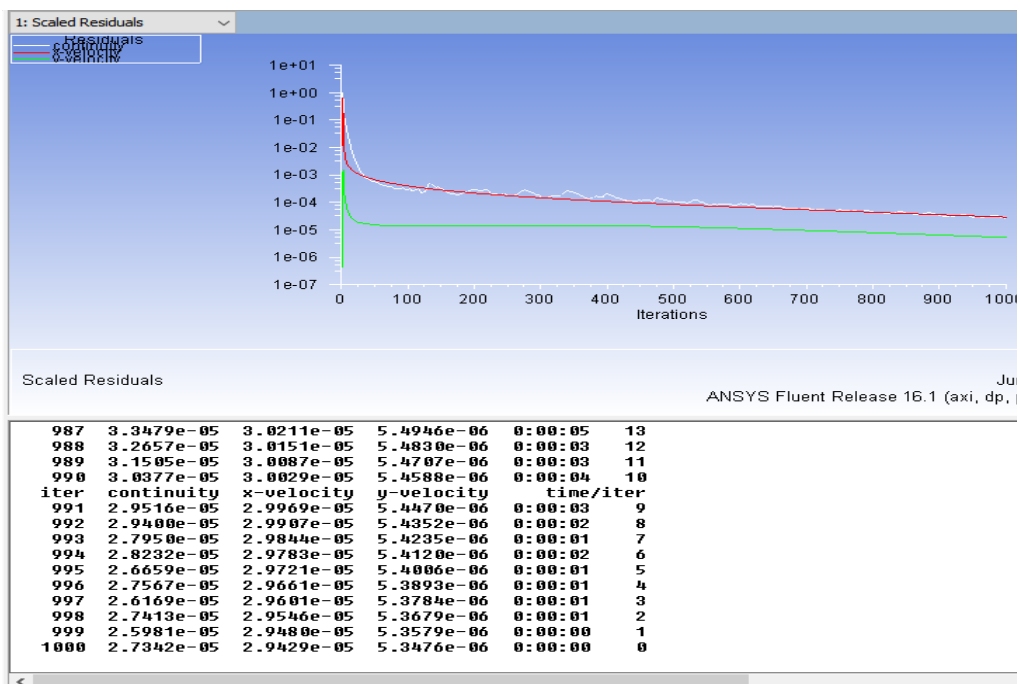


3.7.2 Compute the Solution

Ο αριθμός των επαναλήψεων όπως έχει τεθεί και για τις 22000, όμοια για τις 44000 και τις 66000 θα παραμείνει σε 1000. Για την κάθε μία διαδικασία, θα επιλέξουμε *Run Calculation*, και θα λάβουμε τα παρακάτω αποτελέσματα όπως φαίνονται αντίστοιχα στα παρακάτω διαγράμματα.



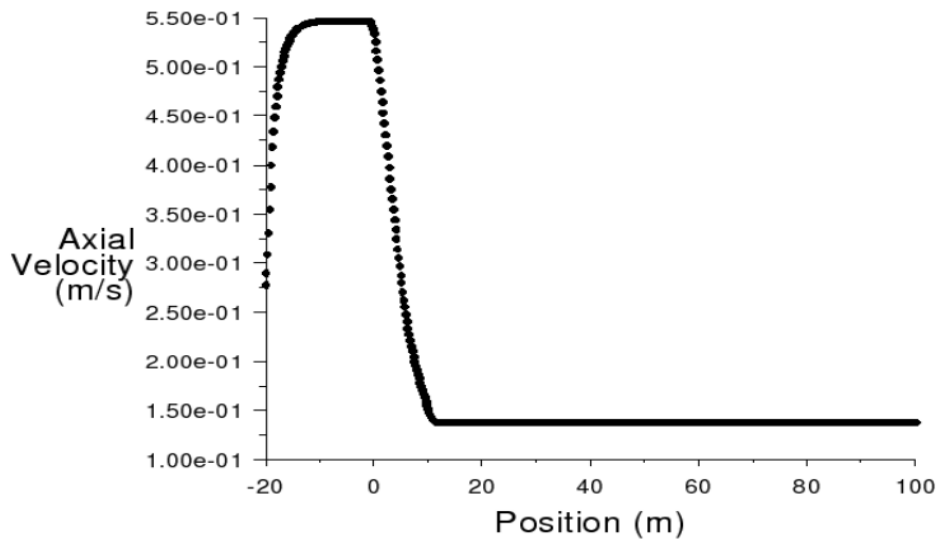
Σχήμα 3.7 : Διάγραμμα και επαναλήψεις για τα 44000 elements



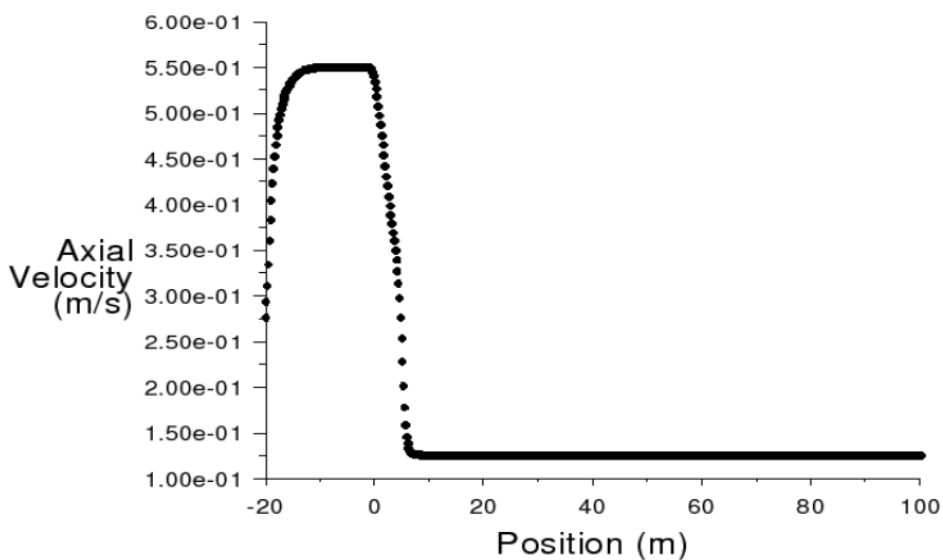
Σχήμα 3.8 : Διάγραμμα και επαναλήψεις για τα 66000 elements

3.7.3 Velocity Profile

Τα *plot* παρακάτω, μας δίνουν τα προφίλ της αξονικής ταχύτητας κατά μήκος της *centerline* για τα νέα πλέγματα.

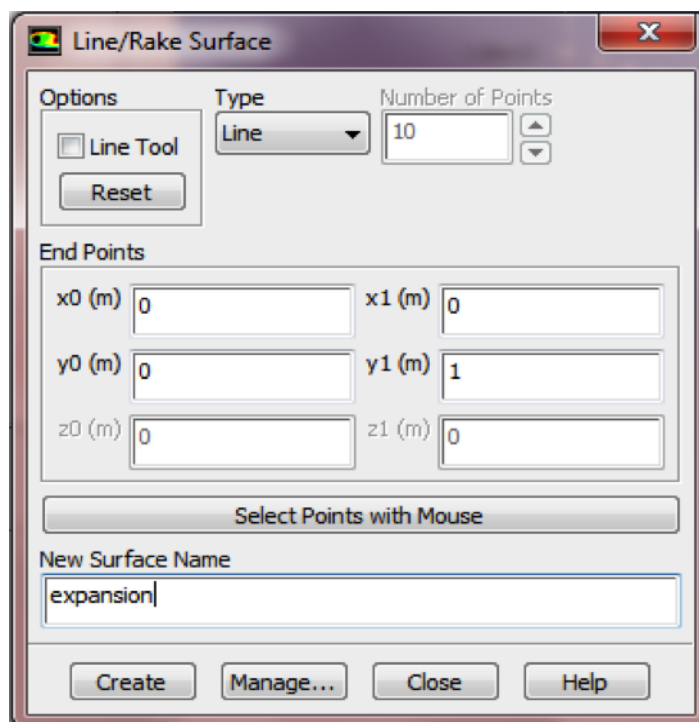


Σχήμα 3.9 : Διάγραμμα (Αξονικής ταχύτητας-θέσης) για τα 44000 elements

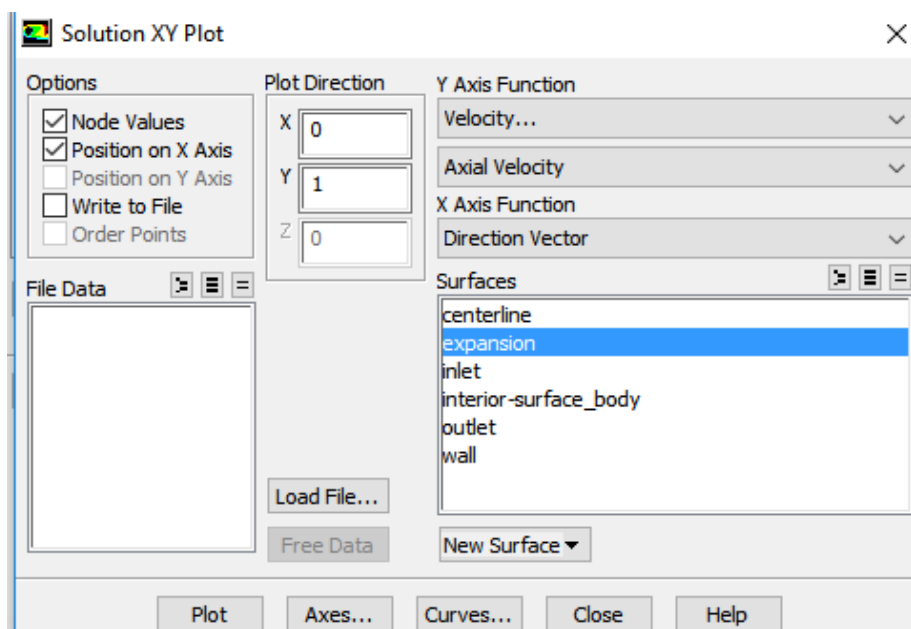


Σχήμα 3.10 : Διάγραμμα (Αξονικής ταχύτητας-θέσης) για τα 66000 elements

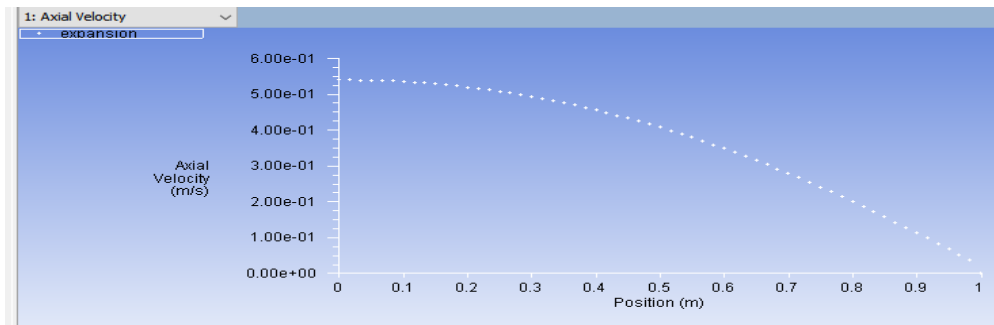
Σε αυτό το σημείο, δημιουργούμε μία ευθεία γραμμή κατά την είσοδο στην εκτόνωση η οποία έχει συντεταγμένες από $(x_0, y_0) = (0, 0)$ σε $(x_1, y_1) = (0, 1)$. Για να το δημιουργήσουμε πατάμε *Plots* $\square$ *XY Plot* $\square$ *Set Up* $\square$ *New Surface* $\square$ *Line/Rake*. Έτσι, εμφανίζεται το παρακάτω μενού, στο οποίο θέτουμε τις παραπάνω συντεταγμένες και ακολούθως ονομάζουμε την νέα επιφάνεια *expansion* και τέλος πατάμε *Create*.



Έπειτα, επιλέγουμε μόνο την επιφάνεια *expansion*, σιγουρευόμαστε ότι είναι επιλεγμένο το *Position on X Axis*, στο μενού *Solution XY Plot*, και θέτουμε το $X=0$ και $Y=1$, όπως παρακάτω.

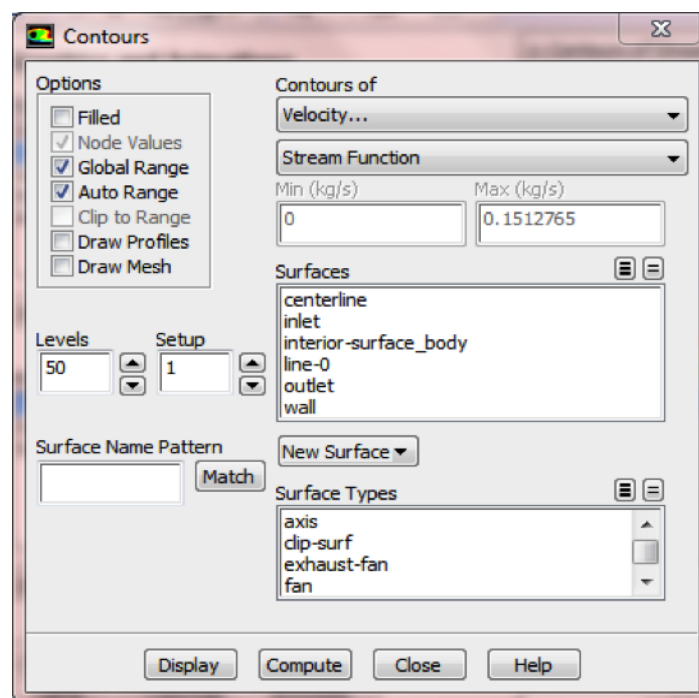


Τέλος, κάνουμε κλικ στο *Plot* και θα πρέπει να λάβουμε το ακόλουθο διάγραμμα.

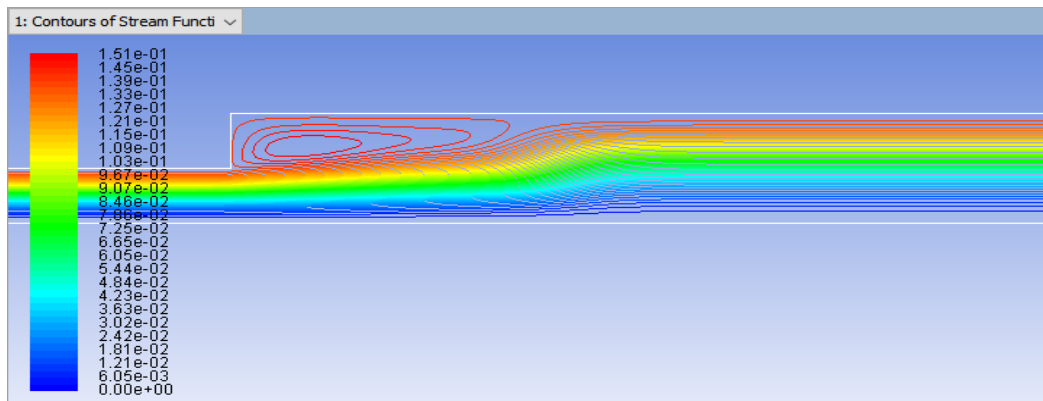


3.7.4 Streamline

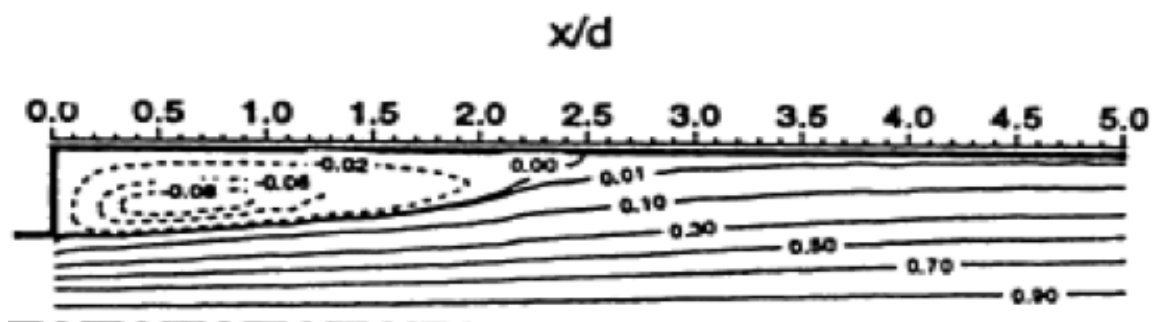
Αρχικά, κάνουμε κλικ στο *Graphics & Animations* και έπειτα διπλό κλικ στο *Contours* το οποίο βρίσκεται κάτω από τα *Graphics*. Επιλέγουμε *Velocity* και έπειτα *Stream Function* κάτω από το *Contours of*, και αλλάζουμε τον αριθμό των *Levels* σε 50, όπως παρακάτω.



Τέλος, πατάμε κλικ στο *Display* και κάνουμε *zoom* στην περιοχή κοντά στο *expansion*, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι τα αποτελέσματα μας συμφωνούν με αυτά του σχήματος 3.12 που έχουν παρθεί από το πείραμα PIV (Hammad et al., *Experiments in Fluids*, 1999, 26:266-271).



Σχήμα 3.11 : Απεικόνιση γραμμών ροής του ρευστού (contours)



Σχήμα 3.12 : Πείραμα PIV (Hammad et al., Experiments in Fluids, 1999, 26:266-271)

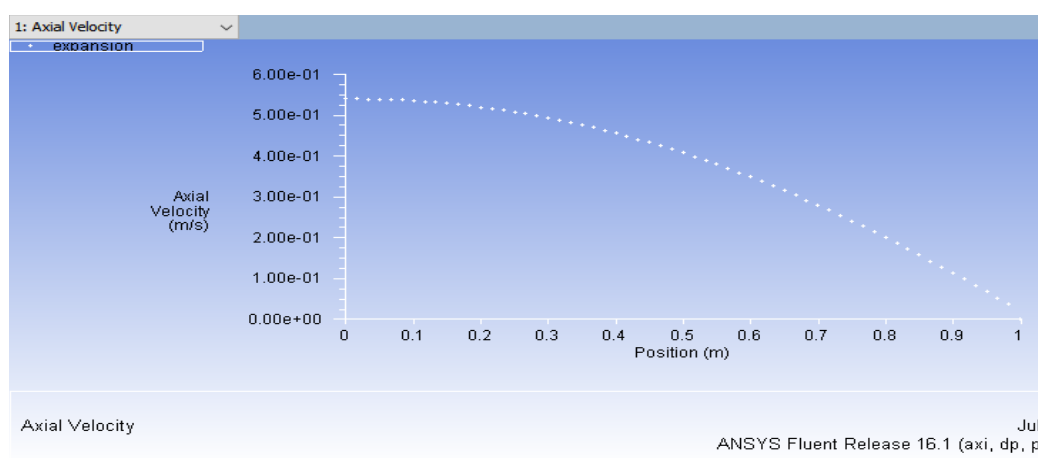
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

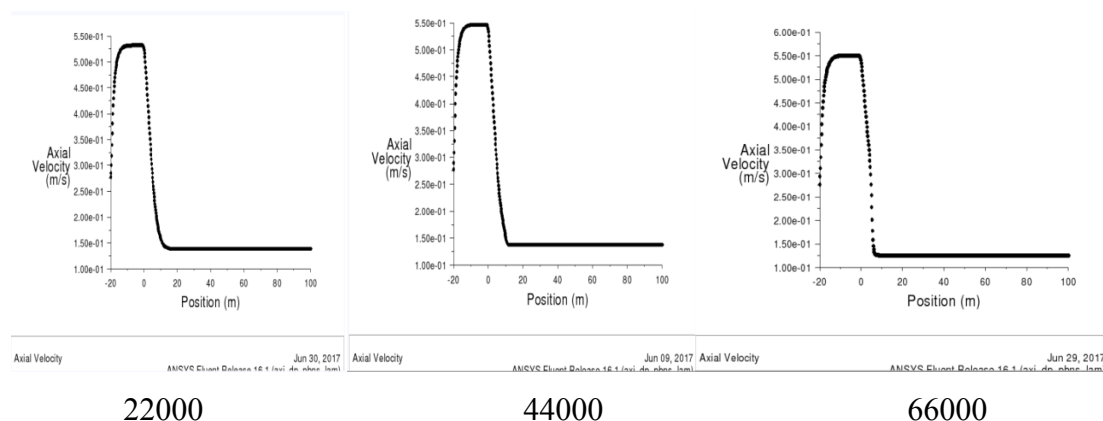
Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε σε κάποια συμπεράσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση της πτυχιακής εργασίας μέσω του Fluent και θα γίνουν κάποιες προτάσεις για μελλοντική εργασία, έτσι ώστε να προκύψουν νέα συμπεράσματα παραμετροποιώντας κάποια μεγέθη και συνθήκες.

4.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παραπάνω πτυχιακή εργασία ασχοληθήκαμε με την προσομοίωση απότομης εκτόνωσης στρωτής ροής ρευστού σε αγωγό. Έγινε προσομοίωση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα προγράμματα που χρησιμοποιήθηκαν είναι το Ansys και το Fluent. Με το πρώτο πρόγραμμα μπορέσαμε να σχεδιάσουμε και να διαστασιολογήσουμε την διατομή που κατασκευάσαμε και με το δεύτερο πρόγραμμα (fluent), να προσομοιώσουμε σε αυτό μια στρωτή ροή, όπου μέσα από συγκεκριμένες συνθήκες βγάλαμε κάποια συμπεράσματα και τα απεικονίσαμε σε γραφήματα ταχύτητας συναρτήσει της απόστασης του αγωγού. Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα που προκύπτουν στο σημείο που ο αγωγός μας παρουσιάζει απότομη αλλαγή της διατομής του (εκτόνωση), η ταχύτητα του ρευστού ελαττώνεται πολύ απότομα, σχεδόν ακαριαία. Φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει την ταχύτητα του ρευστού από την χρονική στιγμή που εισέρχεται στην διατομή που αγωγού που παρουσιάζεται η εκτόνωση και μέχρι την στιγμή εκείνη που η ταχύτητα του ρευστού γίνεται μηδενική.

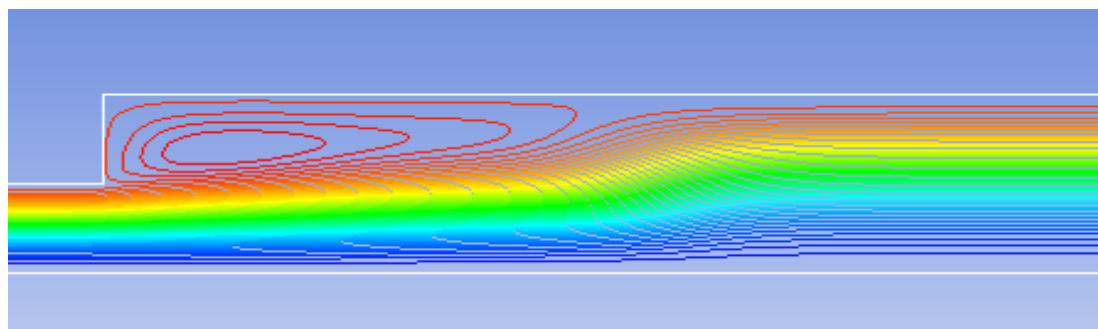


Κατά την προσομοίωσή μας χρησιμοποιήσαμε την μέθοδο της δημιουργίας πλέγματος(mesh), με συγκεκριμένα στοιχεία(elements), μέσα σε αυτό ώστε να μπορέσουμε, με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, αλλά παράλληλα στον λιγότερο χρόνο και με την μικρότερη δυνατή υπολογιστική ισχύ να εξετάσουμε την ροή στον αγωγό μας. Τρέξαμε προσομοιώσεις για 22000, 44000 και 66000 στοιχεία και τα αποτελέσματα που λάβαμε είναι τα ακόλουθα.



Παρατηρούμε ότι για 44000 και 66000 στοιχεία οι διαφορές που μπορούμε να διακρίνουμε στους υπολογισμούς είναι πολύ μικρές και για τον υπολογισμό των 66000 στοιχείων χρειάστηκε πολύ περισσότερος χρόνος αλλά και υπολογιστική ισχύς σε σχέση με τις 44000 παρόλο που είχαμε θέσει ως ανώτατο όριο τις 1000 επαναλήψεις στο σύστημά μας. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η καλύτερη δυνατή επιλογή για αυτή την προσομοίωση είναι τα 44000 στοιχεία για ταχύτητα και ικανοποιητική ακρίβεια.

Τα αποτελέσματα μίας μελέτης υπολογιστικής ρευστομηχανικής, μπορούν να παρουσιαστούν, όχι μόνο με διαγράμματα των μέτρων ταχύτητας, αλλά και απεικόνιση γραμμών ροής του ρευστού (contours) όπως αυτό που παραθέτουμε στην συνέχεια.



Βέβαια, πρέπει να αναφέρουμε ξανά ότι έγιναν και κάποιες παραδοχές, όπως ότι η προσομοίωση έγινε για αγωγό με συγκεκριμένες διαστάσεις και για $U= 0.277 \text{ m/s}$, $P=1 \text{ atm}$, $\rho=1\text{kg/m}^3$, $\mu=0,01 \text{ kg/ms}$ και $Re=55.4$

4.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στην πτυχιακή εργασία ασχοληθήκαμε με αγωγό, στον οποίο ορίσαμε συγκεκριμένες διαστάσεις και μελετήσαμε την στρωτή ροή σε αυτόν κάτω από ορισμένες συνθήκες. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω θα μπορούσαμε σε μια μελλοντική εργασία να εργαστούμε ως εξής:

- Κάνοντας παραμετρική μελέτη του αγωγού, δηλαδή αλλάζοντας την γεωμετρία του να μελετήσουμε τα νέα αποτελέσματα που θα προκύψουν μεγάλωνοντας ή μικραίνοντας την διατομή, το μήκος του κτλ.
- Μελέτη τυρβώδους ροής διότι στην προκειμένη περίπτωση εξετάσαμε στρωτή ροή.
- Μελέτη με διαφορετικό αριθμό Re .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Γεώργιος Μπεργελές, Υπολογιστική Ρευστομηχανική, Εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ, Αθήνα 2006
- Σωκράτης Τσαγγάρης, Μηχανική των Ρευστών, Εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ, Αθήνα 2005
- Π. Κορωνάκης, *ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ*, Εκδόσεις "ΙΩΝ", Αθήνα 2009, Στέλλα Παρίκου & ΣΙΑ Ο.Ε.
- Νικολόπουλος Νικόλαος, Νίκας Κων/νος-Στέφανος, Μουστρής Κωνσταντίνος, Εφαρμοσμένη Ρευστομηχανική, Αθήνα 2011
- Fluent.inc guide
- 'Εισαγωγή στην ανάλυση CFD', Ansys-Fluent Inc

Διαδικτυακοί Τόποι :

- <http://fm1.fluidmech.gr/refsta/book/chapter21n.pdf>
- <https://confluence.cornell.edu/display/SIMULATION/FLUENT+-+Sudden+Expansion>
- www.ansys.com