

ΑΝΩΤΑΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε. – ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

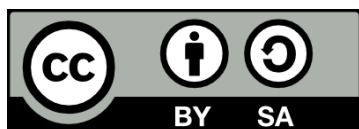
Κωδικός: GT/02-2017

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΓΙΑ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ

Μπράτιας Ιωάννης του Ραϊμόντ

Επιβλέπων Καθηγητής
Ανδρόνικος Ε. Φιλίος, Δρ. Μηχανολόγος Μηχανικός

Αθήνα, 2017



Επιτρέπεται η αντιγραφή, διανομή, αναπαραγωγή και η παρουσίαση της εργασίας και των παράγωγων έργων που βασίζονται σε αυτή, με την προϋπόθεση της πλήρους αναφοράς των στοιχείων της εργασίας, όπως αναγράφονται στο εξώφυλλο και την διάθεση των νέων δημιουργημάτων με τους ίδιους ακριβώς όρους.

ΔΕΛΤΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΤΗΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ			
Κωδικός Εργασίας	GT/02-2017	Ακαδ. έτος	2016-2017
Τίτλος Εργασίας	ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΓΙΑ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ		
Φοιτητής	Μπράτιας Ιωάννης του Ραϊμόντ		
Τμήμα	Μηχανολόγων Μηχανικών Τ.Ε.		
Επιβλ. Καθηγητής	Ανδρόνικος Ε. Φιλίος, Καθηγητής		
Ημερομηνία	22-09-2017		
Λέξεις κλειδιά	Μονοδιάστατη συμπίεστη ροή, Πίνακες και διαγράμματα, Υπολογιστικό εργαλείο, Python		
<p>Περίληψη : Αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι ο προσδιορισμός μεγεθών μονοδιάστατης συμπίεστης ροής μέσω μιας εφαρμογής που αναπτύχθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Python και στην οποία ενσωματώνονται οι διαθέσιμες στη βιβλιογραφία εξισώσεις υπολογισμού μεγεθών συμπίεστης ροής. Ειδικότερα, μέσω της εφαρμογής υπολογίζονται τα μεγέθη ισεντροπικής ροής, ροής δια μέσου καθέτου ή πλαγίου κρουστικού κύματος, ροής Prandtl-Meyer, ροής Fanno και ροής Rayleigh. Ο χρήστης της εφαρμογής μέσω ενός φιλικού περιβάλλοντος επιλέγει την περίπτωση ροής που τον ενδιαφέρει και έχει τη δυνατότητα να λάβει αποτελέσματα για μια ταχύτητα ροής ή για ένα εύρος ταχυτήτων με καθοριζόμενο από αυτόν βήμα υπολογισμού το οποίο μπορεί να εκτείνεται από την υποχητική έως και υπερ-υπερηχητική περιοχή. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται μέσω της εφαρμογής σε μορφή πινάκων και διαγραμμάτων, ενώ παρέχεται η δυνατότητα εξαγωγής τους σε αρχείο προκειμένου να εισαχθούν σε άλλο λογισμικό για περαιτέρω επεξεργασία. Ο έλεγχος των παρεχόμενων αποτελεσμάτων του υπολογιστικού εργαλείου για όλες τις περιπτώσεις έχει γίνει συγκρίνοντας αυτά με τα αντίστοιχα που διατίθενται στη βιβλιογραφία. Η εφαρμογή εξυπηρετεί ακαδημαϊκούς σκοπούς και ενδείκνυται για την επίλυση προβλημάτων συμπίεστης ροής.</p>			

GRADUATION THESIS INFORMATION SHEET			
<i>Code number</i>	GT/02-2017	<i>Academic year</i>	2016-2017
<i>Title</i>	ONE-DIMENSIONAL COMPRESSIBLE FLOW CALCULATOR		
<i>Student</i>	Bratja Jani		
<i>Department</i>	Mechanical Engineering		
<i>Advisor</i>	Andronikos E. Filios, Professor		
<i>Date</i>	22-09-2017		
<i>Keywords</i>	One-dimensional compressible flow, Tables and charts, Calculator, Python		
<p><i>Abstract:</i> <i>The purpose of the current dissertation is the calculation of parameters for one-dimensional compressible flow through an application developed in a Python programming language and incorporates the available in the literature compressible flow equations. In particular, the isentropic flow, flow through a normal or oblique shock wave, Prandtl-Meyer flow, Fanno flow and Rayleigh flow are calculated through the application. The user of the application through a friendly environment selects the flow case of interest and has the ability to obtain results for one speed or for a range of speeds with a specified step that can be extended from the subsonic to hypersonic flow regimes. The results are shown in the form of tables and charts, and they can be exported to a file in case where importing into other software is required. The results of the developed calculator have been checked by comparing them with those available in the bibliography. The application serves academic purposes and is suited to solving flow compressor problems.</i></p>			

Δήλωση ακαδημαϊκής ακεραιότητας

(Declaration of academic integrity)

Ο υπογράφων υπεύθυνα δηλώνει ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία με τίτλο «ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΓΙΑ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ» είναι προϊόν δικής μου δουλειάς και ότι όλες οι πηγές που έχουν χρησιμοποιηθεί για τη σύνταξη της αναφέρονται πλήρως.

(Υπογραφή)

Ιωάννης Μπράτιας

ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός διαδραστικού υπολογιστικού εργαλείου για τον προσδιορισμό μεγεθών μονοδιάστατης συμπιεστής ροής καθώς και η γραφική τους απεικόνιση. Η εργασία είναι δομημένη σε οκτώ κεφάλαια και ένα παράρτημα. Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται η ανασκόπηση της υφιστάμενης βιβλιογραφίας και αναφέρεται ο σκοπός και ο στόχος της εργασίας. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό μεγεθών μονοδιάστατης συμπιεστής ροής καθώς και οι γενικές εξισώσεις από τις οποίες προκύπτουν. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται συνοπτική περιγραφή στις βασικές λειτουργίες που προσφέρει η εφαρμογή όπως ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών μεγεθών μονοδιάστατης συμπιεστής ροής καθώς και η γραφική τους απεικόνιση. Επίσης γίνεται ανάλυση του γραφικού περιβάλλοντος και γίνεται κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί αυτό καθώς και ο κώδικας με τη βοήθεια ενός διαγράμματος ροής. Στο τέταρτο κεφάλαιο, χρησιμοποιούνται οι παραπάνω εξισώσεις για την ανάπτυξη κατάλληλου εργαλείου σε γλώσσα προγραμματισμού Python, αξιοποιώντας το λογισμικό της Continuum, Anaconda. Επιπλέον γίνεται εκτενής περιγραφή των συναρτήσεων που συγκροτούν τον πηγαίο κώδικα. Στο κεφάλαιο 5, γίνεται ο σχολιασμός της εργασίας και παρουσιάζονται προτάσεις για περαιτέρω εμβάθυνση και βελτίωση της παρούσας πτυχιακής εργασίας. Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο παρατίθενται όλες οι βιβλιογραφικές πηγές που αναφέρονται στην εργασία και οι οποίες παρατίθενται με το στυλ APA 6th edition. Τέλος στο παράρτημα Α δίνονται πίνακες συμπιεστής ροής που προκύπτουν από το υπολογιστικό εργαλείο PyComFlo.

EXTENDED SUMMARY

Goal of this project is to develop an interactive computing tool for the determination of one-dimensional compressible flow sizes as well as their graphical display. This thesis is structured in eight chapters and an appendix. In the first chapter is reviewed the existing literature and also the aim and goals are included. In the second chapter are presented fundamental equations which aid us towards calculating one-dimensional compressible flow ratios, as well as general equations from which they result. In the third chapter we take a look on the basic functions which the application provides us such as computations of one-dimensional compressible flow ratios and their graphical display. Furthermore an analysis of how the graphical user interface works is presented and is being understandable the way the source code works through a flow diagram. In the fourth chapter the above referred equations are put to use through Continuum's complete pack of data science platform called Anaconda in order to develop a computing tool in Python. Also each function content of the source code is explained. In the fifth chapter there is a discussion of the results and suggestions are given for further improvement. In the sixth and final chapter, all bibliographic sources mentioned in the dissertation are listed in the APA 6th edition. To sum up on annex A compressible flow tables are generated from the developed calculator Py-ComFlo.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
1.1	ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ	16
1.1.1	Λογισμικά για τον υπολογισμό μεγεθών συμπιεστής ροής	17
1.1.2	Scripts για συμπιεστές ροές στο διαδίκτυο	18
1.2	ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ	19
2	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ	21
2.1	ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	21
2.2	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ	23
2.2.1	Ισεντροπική ροή	23
2.2.2	Ροή σε κάθετο κρουστικό κύμα	24
2.2.3	Ροή σε πλάγιο κρουστικό κύμα	24
2.2.4	Ροή Prandtl-Meyer	25
2.2.5	Ροή Fanno	26
2.2.6	Ροή Rayleigh	26
3	ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	29
3.1	ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	29
3.2	ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ	29
3.3	ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ	32
4	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΗΓΑΙΟΥ ΚΩΔΙΚΑ	35
4.1	ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗ ΡΟΗ	35
4.1.1	Συνάρτηση machISENTROPIC	35
4.1.2	Συνάρτηση tempISENTROPIC	37
4.1.3	Συνάρτηση pressureISENTROPIC	38
4.1.4	Συνάρτηση densityISENTROPIC	38
4.1.5	Συνάρτηση dynamicISENTROPIC	38
4.1.6	Συνάρτηση lowerTotDynISENTROPIC	38
4.1.7	Συνάρτηση greaterTotDynISENTROPIC	39
4.1.8	Συνάρτηση criticalSoundISENTROPIC	39
4.1.9	Συνάρτηση subCriticalAreaISENTROPIC	39
4.1.10	Συνάρτηση supCriticalAreaISENTROPIC	40
4.1.11	Συνάρτηση ISENTROPICgraph	40

4.1.12	Παράδειγμα ισεντροπικής ροής	41
4.2	ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΘΕΤΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ	43
4.2.1	Συνάρτηση mach1NormalShock	44
4.2.2	Συνάρτηση mach2NormalShock	45
4.2.3	Συνάρτηση P2P1NormalShock	45
4.2.4	Συνάρτηση densityNormalShock	45
4.2.5	Συνάρτηση temperatureNormalShock	45
4.2.6	Συνάρτηση p2pt1LowerNormalShock	45
4.2.7	Συνάρτηση p2pt1GreaterNormalShock	46
4.2.8	Συνάρτηση p2pt2NormalShock	46
4.2.9	Συνάρτηση pt2pt1NormalShock	46
4.2.10	Συνάρτηση p1pt2NormalShock	46
4.2.11	Συνάρτηση NormalShockGraph	46
4.2.12	Παράδειγμα ροής σε κάθετο κρουστικό κύμα	46
4.3	ΡΟΗ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ	49
4.3.1	Συνάρτηση MxObliqueShock	50
4.3.2	Συνάρτηση saObliqueShock	50
4.3.3	Συναρτήσεις wraObliqueShock, sraObliqueShock και ObliqueShockGraph	51
4.3.4	Παράδειγμα ροής σε πλάγιο κρουστικό κύμα	51
4.4	ΡΟΗ PRANDTL-MEYER	52
4.4.1	Συνάρτηση machPM	52
4.4.2	Συνάρτηση pressurePM	54
4.4.3	Συνάρτηση machAnglePM	55
4.4.4	Συνάρτηση PMangle	55
4.4.5	Παράδειγμα ροής Prandtl-Meyer	56
4.5	ΡΟΗ FANNO	56
4.5.1	Συνάρτηση machFANNO	57
4.5.2	Συνάρτηση temperatureFANNO	58
4.5.3	Συνάρτηση staticpFANNO	58
4.5.4	Συναρτήσεις totalLowerFANNO, totalGreaterFANNO	58
4.5.5	Συνάρτηση specificVolFANNO	58
4.5.6	Συναρτήσεις fldLowerFANNO, fldGreaterFANNO και FANNOgraph	58
4.5.7	Παράδειγμα ροής Fanno	59
4.6	ΡΟΗ RAYLEIGH	60

4.6.1	Συνάρτηση machRAYLEIGH	61
4.6.2	Συναρτήσεις totalLowerTempRAYLEIGH, totalGreaterTempRAYLEIGH	61
4.6.3	Συναρτήσεις lowerTempRAYLEIGH, greaterTempRAYLEIGH	62
4.6.4	Συνάρτηση pressureRAYLEIGH	62
4.6.5	Συναρτήσεις totalLowerPressureRAYLEIGH, totalGreaterPressureRAYLEIGH	62
4.6.6	Συνάρτηση specificVolRAYLEIGH	63
4.6.7	Συνάρτηση RAYLEIGHgraph	63
4.6.8	Παράδειγμα ροής Rayleigh	63
5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ	67
6	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	69
7	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ	73
7.1	ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ($\gamma=1.4$)	73
7.2	ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕΤΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ ($\gamma=1.4$)	75
7.3	ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ PRANDTL-MEYER ($\gamma=1.4$)	78
7.4	ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ FANNO ($\gamma=1.4$)	81
7.5	ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ RAYLEIGH ($\gamma=1.4$)	85

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

Σύμβολο	Επεξήγηση	Μονάδες
a	Επιτάχυνση	m/s^2
a	Ταχύτητα ήχου	m/s
A	Επιφάνεια	m^2
c_p	Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
c_v	Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
D	Διάμετρος	m
f	Συντελεστής τριβής	-
g_c	Βαρυτική επιτάχυνση	m/s^2
G	Ταχύτητα μάζας	$\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$
h	Ενθαλπία	J/kg
L	Μήκος	m
M	Αριθμός Mach	-
M_m	Μοριακή μάζα	$\text{kg}\cdot\text{kmol}^{-1}$
\dot{m}	Παροχή μάζας ή μαζική παροχή	kg/s
p	Στατική πίεση	Pa
q	Δυναμική πίεση	Pa
Q	Θερμότητα	J
q	Ειδική θερμότητα	J/kg
R	Ειδική σταθερά αερίου	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
R_G	Γενική σταθερά των αερίων	$\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Re	Αριθμός Reynolds	-
s	Εντροπία	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
T	Απόλυτη θερμοκρασία	K
U	Εσωτερική ενέργεια	J
u	Ειδική εσωτερική ενέργεια	J/kg
V	Όγκος	m^3
V	Ταχύτητα ροής	m/s
ν	Ειδικός όγκος	m^3/kg

Σύμβολο	Επεξήγηση	Μονάδες
W	Έργο	J
w	Ειδικό έργο	J/kg
z	Υψόμετρο	m
α	Γωνία προσβολής	deg
β	Γωνία κύματος	deg
γ	Λόγος ειδικών θερμοτήτων	-
θ	Γωνία απόκλισης	deg
μ	Γωνία Mach	deg
μ	Δυναμικό ιξώδες	Pa·s
ν	Γωνία Prandtl-Meyer	deg
ρ	Πυκνότητα	kg/m ³
Δείκτες ή εκθέτες		
1	Ανάντη κρουστικού κύματος ή κατάσταση 1	-
2	Κατάντη κρουστικού κύματος ή κατάσταση 2	-
*	Κρίσιμη κατάσταση	-
t	Ολική κατάσταση	-
max	Μέγιστη τιμή	-

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η συμπιεστότητα ενός ρευστού είναι ένα μέτρο της μεταβολής της πυκνότητας λόγω της μεταβολής της πίεσης σ' αυτό. Τα αέρια χαρακτηρίζονται ως εξαιρετικά συμπιεστά ρευστά σ' αντίθεση με τα υγρά που πρακτικά είναι ασυμπίεστα. Στις ροές ρευστών συνήθως οι αλλαγές στην πίεση είναι αποτέλεσμα της ταχύτητας ροής. Αυτές οι μεταβολές στην πίεση προκαλούν μεταβολές στην πυκνότητα, οι οποίες επηρεάζουν τη ροή, δηλαδή η συμπιεστότητα του εμπλεκόμενου ρευστού επηρεάζει τη ροή. Εάν αυτές οι μεταβολές πυκνότητας είναι σημαντικές, οι μεταβολές της θερμοκρασίας στη ροή που προκύπτουν λόγω των αλλαγών κινητικής ενέργειας που σχετίζονται με τις μεταβολές της ταχύτητας επηρεάζουν συνήθως επίσης τη ροή, δηλαδή όταν η συμπιεστότητα είναι σημαντική, οι αλλαγές θερμοκρασίας στη ροή είναι συνήθως σημαντικές. Αν και οι αλλαγές πυκνότητας σε ένα πεδίο ροής μπορεί να είναι πολύ σημαντικές, υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες οι επιδράσεις αυτών των μεταβολών πυκνότητας και θερμοκρασίας είναι αμελητέες. Οι περιπτώσεις αυτές αποτελούν αντικείμενο μελέτης των ασυμπίεστων ροών στην κλασσική ρευστομηχανική. Υπάρχουν, ωστόσο, αρκετές ροές που έχουν μεγάλη πρακτική σημασία, στις οποίες η υπόθεση αυτή δεν είναι επαρκής, καθώς οι μεταβολές της πυκνότητας και της θερμοκρασίας είναι τόσο μεγάλες που έχουν πολύ σημαντική επίδραση στη ροή. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι απαραίτητο να μελετηθεί η θερμοδυναμική της ροής ταυτόχρονα με τη δυναμική της. Η μελέτη αυτών των ροών στις οποίες οι μεταβολές της πυκνότητας και της θερμοκρασίας είναι σημαντικές είναι αντικείμενο της συμπιεστής ροής ή της αεριοδυναμικής με τον τελευταίο χαρακτηρισμό να χρησιμοποιείται για να τονισθεί ότι τα αέρια αποτελούν το υποκείμενο ρευστό ενώ ως όρος χαρακτηρίζει και έναν εξειδικευμένο κλάδο της ρευστοδυναμικής.

Αν και οι πιο προφανείς εφαρμογές της θεωρίας και των μεθοδολογιών συμπιεστής ροής αφορούν το σχεδιασμό αεροσκαφών υψηλής ταχύτητας, απαιτείται γνώση αυτών στο σχεδιασμό και τη λειτουργία πολλών συσκευών που συνήθως συναντώνται στα αντικείμενα δραστηριοτήτων του μηχανολόγου μηχανικού. Μεταξύ αυτών των εφαρμογών είναι:

- Αεριοστροβίλοι και ατμοστροβίλοι, καθώς η ροή στα πτερύγια και τα ακροφύσια αυτών των ρευστοδυναμικών μηχανών είναι συμπιεστή.
- Παλινδρομικοί κινητήρες, καθώς η ροή των αερίων μέσω των βαλβίδων και των συστημάτων εισαγωγής και εξαγωγής πρέπει να αντιμετωπίζεται ως συμπιεστή.
- Γραμμές μεταφοράς φυσικού αερίου, καθώς η συμπιεστότητα είναι σημαντική για τον υπολογισμό της ροής μέσω των αγωγών αυτών.
- Θάλαμοι καύσης, καθώς η μελέτη της καύσης, σε πολλές περιπτώσεις, απαιτεί γνώση της ροής συμπιεστού ρευστού.

1.1 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Στα κλασσικά βιβλία της μηχανικής των ρευστών (Çengel, 2010; White, 2011; Young, Munson, & Okiishi, 2010) η συμπιεστή ροή αποτελεί ένα κεφάλαιο στο οποίο αναπτύσσονται οι θεμελιώδεις εξισώσεις και γίνεται αναφορά στις γραμμικές εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται στην επίλυση προβλημάτων μόνιμων και μονοδιάστατων ροών. Το περιεχόμενο της ύλης που αποτελεί αντικείμενο μελέτης καταταμείται στις ακόλουθες διακριτές περιπτώσεις:

- Ισεντροπική ροή σε ελεύθερη ροή ή σε αγωγούς μεταβλητής διατομής (ακροφύσια, υποηχητικών και υπερηχητικών ροών).
- Ροή δια μέσου καθέτου κρουστικού κύματος
- Ροή δια μέσου πλαγίου κρουστικού κύματος.
- Υπερηχητική εκτόνωση ή ροή Prandtl-Meyer.
- Αδιαβατική ροή με τριβή σε αγωγό σταθερής διατομής ή ροή Fanno.
- Διαβατική ροή μη συνεκτική σε αγωγό σταθερής διατομής ή ροή Rayleigh.

Για την επίλυση προβλημάτων και εν γένει εφαρμογών στην περιοχή της μηχανικής των ρευστών χρησιμοποιούνται οι γραμμικοποιημένες εξισώσεις ανάλογα με την περίπτωση μελέτης σε συνδυασμό με πίνακες και διαγράμματα που η χρήση τους συνιστάται όταν απαιτείται ταχύτερος τρόπος επίλυσης. Ιδιαίτερο χρήσιμη σ' αυτή την περίπτωση είναι η εργασία «Equations, Tables and Charts for Compressible Flow» των επιστημόνων του ερευνητικού κέντρου AMES (Ames Research Staff, 1953) στην οποία κατά τρόπο εύχρηστο και συνοπτικό παρουσιάζονται οι εξισώσεις της συμπιεστής ροής ενώ υπάρχουν υψηλής ποιότητας διαγράμματα και εκτενείς πίνακες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν πέραν των άλλων και ως αναφορά. Επίσης για εύκολη και γρήγορη χρήση πινάκων συμπιεστής ροής αυτοί διατίθενται ως παραρτήματα στα βιβλία της μηχανικής των ρευστών αλλά και στα εξειδικευμένα βιβλία αεροδυναμικής ενώ διατίθενται αποκλειστικά ως περιεχόμενο σε διάφορα βιβλία (Palmer, Ramsden, & Goodger, 1987; Yahya, 2006). CompressibleFlowTables (Wassgren, n.d.): Από τον ιστότοπο του καθ. Wassgren στο Πανεπιστήμιο Purdue των Η.Π.Α. διατίθεται εφαρμογή στο excel για τους πίνακες συμπιεστής ροής.

Η συμπιεστή ροή διαπραγματεύεται επίσης ως ιδιαίτερο αντικείμενο σε βιβλία που χρησιμοποιούνται στις σπουδές των αεροναυπηγών μηχανικών αλλά περισσότερο σε μεταπτυχιακό επίπεδο στον τομέα της αεροδυναμικής υψηλών ταχυτήτων. Με αυτή τη διάκριση ως κλασσικά βιβλία της αεροδυναμικής ή συμπιεστών ροών θεωρούνται τα βιβλία του A. Shapiro (Shapiro, 1953, 1954), των Liepmann και Roshko (1957), των Zucker και Biblarz (Zucker & Biblarz, 2002), του Anderson (2003) και των Oosthuizen και Carscallen (2013).

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων ροής στις προαναφερόμενες περιπτώσεις μονοδιάστατων συμπιεστών ροών έχουν αναπτυχθεί διάφορες εφαρμογές ενώ ταυτόχρονα για

γρήγορη χρήση διατίθενται διάφορα scripts στο δια δίκτυο, όπως καταγράφονται στη συνέχεια.

1.1.1 Λογισμικά για τον υπολογισμό μεγεθών συμπιεστής ροής

Μετά από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας και αναζήτηση στο διαδίκτυο, καταγράφονται οι ακόλουθες υπολογιστικές εφαρμογές ή εργαλεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα μονοδιάστατων συμπιεστών ροών:

- Compressible Flow Toolbox (“Compressible Flow Toolbox,” n.d.-a, “Compressible Flow Toolbox,” n.d.-b; Melcher, 2006): Το υπολογιστικό εργαλείο συγκροτείται από ομάδες αλγορίθμων για την επίλυση των εξισώσεων της μονοδιάστατης συμπιεστής ροής. Ειδικότερα, με την εφαρμογή προσδιορίζονται τα διάφορα μεγέθη ροής για τις περιπτώσεις ισεντροπικής ροής, υπερηχητικής ροής με εκτόνωση, ροής δια μέσου καθέτου ή πλαγίου κρουστικού κύματος, ροή με τριβή σε αγωγούς σταθερής διατομής (ροή Fanno) και διαβατική ροή σε αγωγούς σταθερής διατομής (ροή Rayleigh). Η εφαρμογή είναι στη γλώσσα προγραμματισμού του MATLAB® (“MATLAB - MathWorks,” n.d.) και διατίθεται με την υποβολή σχετικής αίτησης στο αποθετήριο λογισμικού της NASA (“Compressible Flow Toolbox,” n.d.-b).
- vuCalc - A Compressible Flow Calculator (“vuCalc - A Compressible Flow Calculator,” n.d.): Η εφαρμογή βασίζεται σε έναν αντίστοιχο κώδικα που αναπτύχθηκε από τον Tom Benson Glenn Research Center της NASA και προσφέρεται για τον υπολογισμό των μεγεθών ροής στις κλασικές περιπτώσεις μονοδιάστατων συμπιεστών ροών επιλύοντας τις εξισώσεις που αναφέρονται στο NACA Report 1135 (Ames Research Staff, 1953). Η εφαρμογή που παρέχει τη δυνατότητα υπολογισμού μεγεθών της τυποποιημένης ατμόσφαιρας (N.O.A.A., N.A.S..A., U.S.A.F., 1976) είναι σε γλώσσα προγραμματισμού Delphi (“Delphi: Software Overview - Embarcadero,” n.d.) και διατίθεται ελεύθερα (“Download the VuCalc Program,” n.d.) από το αποθετήριο λογισμικών PDAS (“Public Domain Aeronautical Software (PDAS),” n.d.).
- Compressible Aerodynamics Calculator (Devenport, 2014): Η εφαρμογή έχει αναπτυχθεί από τον W. Devenport στο Πανεπιστήμιο Virginia Tech των Η.Π.Α. και είναι γραμμένη σε γλώσσα προγραμματισμού Java (“Java SE Runtime Environment 8 - Downloads,” n.d.). Στις περιπτώσεις υπολογισμού μεγεθών συμπιεστής ροής συμπεριλαμβάνεται και η υπερηχητική ροή σε κώνο.
- Compressible Flow Relations: Στο ιστότοπο ανταλλαγής αρχείων της MathWorks®, παρέχονται συναρτήσεις (“Compressible Flow Relations - File Exchange - MATLAB Central,” n.d.) σε πηγαίο κώδικα στο MATLAB 8.1 (R2013a) για τον υπολογισμό μεγεθών ροής στις κλασικές περιπτώσεις μονοδιάστατων συμπιεστών ροών.
- Στο βιβλίο των Houghton, E. L. et al. (2016) περιέχονται υπορουτίνες και συναρτήσεις σε Matlab για τον υπολογισμό μονοδιάστατων συμπιεστών ροών.

- Ο Hodge (2011) προτείνει το λογισμικό Mathcad[®] (“PTC Mathcad | PTC,” n.d.) για την επίλυση προβλημάτων συμπίεστης ροής και παρουσιάζει στην εργασία του χαρακτηριστικά παραδείγματα που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν στη μελέτη της συμπίεστης ροής.
- caeroc: Compressible Aerodynamics Calculator for Python (Vishnu, May 22, 2015/2016). Πρόκειται για εφαρμογή υπολογισμού μεγεθών συμπίεστης ροής σε γλώσσα προγραμματισμού Python (“Welcome to Python.org,” n.d.).
- Compressible flow gas table modules for Python (“compressible flow gas table modules for Python — Ubuntu Apps Directory,” n.d.). Πρόκειται για ελεύθερα διαθέσιμα modules σε γλώσσα προγραμματισμού Python (“Welcome to Python.org,” n.d.) αλλά για λειτουργικό σύστημα Linux (“Ubuntu 11.04,” n.d.).
- python-gastables (“python-gastables,” n.d., “python-gastables download | SourceForge.net,” n.d.). Πρόκειται για εφαρμογή υπολογισμού μεγεθών συμπίεστης ροής σε γλώσσα προγραμματισμού Python (“Welcome to Python.org,” n.d.). Η εφαρμογή υποστηρίζεται και από γραφικό περιβάλλον για την εμφάνιση των διαφόρων διαγραμμάτων.
- Κώδικας CoFTa (Νώτης, 1997): Στα πλαίσια πτυχιακής εργασίας στο Εργαστήριο Μηχανικής των Ρευστών και Στροβιλομηχανών της Α.Σ.Ε.Τ.Ε.Μ./Σ.Ε.Λ.Ε.Τ.Ε. αναπτύχθηκε ο κώδικας CoFTa.for σε Fortran IV για την επίλυση των εξισώσεων μονοδιάστατης συμπίεστης ροής και για όλες τις τυπικές περιπτώσεις, δηλαδή ισεντροπική ροή, ροή δια μέσου καθέτου ή πλαγίου κρουστικού κύματος, ροής Prandtl-Meyer, ροής Fanno και ροής Rayleigh. Η εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε για περιπτώσεις παραγωγής πινάκων και διαγραμμάτων συμπίεστης ροής καθώς επίσης από τους σπουδαστές που παρακολουθούσαν το μάθημα «Μηχανική των Ρευστών». Η εφαρμογή έχει αναβαθμισθεί στην ComFlo.for (Φιλιός, n.d.) αλλά εξακολουθεί να στερείται γραφικού περιβάλλοντος και ως εκ τούτου δεν θεωρείται φιλική προς το χρήστη.

1.1.2 Scripts για συμπίεστες ροές στο διαδίκτυο

Μετά αναζήτηση στο διαδίκτυο, καταγράφονται τα ακόλουθα on line εργαλεία (scripts) που δεν απαιτούν εγκατάσταση ή εκμάθηση και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές μονοδιάστατων συμπίεστων ροών:

- Compressible Flow Calculator (“Aerospaceweb.org | Compressible Flow Calculator,” n.d.).για τον υπολογισμό ισεντροπικών ροών και ροών δια μέσου καθέτου ή πλαγίου κρουστικού κύματος.
- Compressible Flow Calculator (“Aerodynamics for Students | Resources | Compressible Flow Calculator,” n.d.) για τον υπολογισμό ισεντροπικών ροών, Normal Shock Wave Calculations (“Aerodynamics for Students | Resources | Normal Shock Wave Calculations,” n.d.) για τον υπολογισμό ροής δια μέσου καθέτου κρουστικού κύματος, Oblique Shock Wave Calculations (“Aerodynamics for Students | Resources | Oblique

Shock Wave Calculations,” n.d.) για τον υπολογισμό ροής δια μέσου πλαγίου κρουστικού κύματος.

- Isentropic Flow Relations Calculator (“ENGINEERING.com | Isentropic Flow Relations Calculator,” n.d.) για τον υπολογισμό μεγεθών συμπιεστών ισηντροπικών ροών, Normal Flow Relations Calculator (“ENGINEERING.com | Normal Flow Relations Calculator,” n.d.) για τον υπολογισμό ροών δια μέσου καθέτου κρουστικού κύματος, Oblique Flow Relations Calculator (“ENGINEERING.com | Oblique Flow Relations Calculator,” n.d.) για τον υπολογισμό ροών δια μέσου πλαγίου κρουστικού κύματος.

1.2 ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία αποσκοπεί στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη μιας εφαρμογής μέσω της οποίας ο χρήστης της θα μπορεί μέσω εύχρηστου γραφικού περιβάλλοντος να υπολογίσει τα μεγέθη ροής σε εφαρμογές μόνιμων μονοδιάστατων ροών για τις περιπτώσεις: α) Ισηντροπικής ροής, β) ροής δια μέσου καθέτου κρουστικού κύματος, γ) ροής δια μέσου πλαγίου κρουστικού κύματος, δ) ροής Prandtl-Meyer, ε) ροής Fanno και στ) ροής Rayleigh. Η εφαρμογή ή το υπολογιστικό εργαλείο θα παρέχει τη δυνατότητα κατασκευής διαγραμμάτων για την απεικόνιση των μεταβολών των υπολογισθέντων παραμέτρων ροής και επιπρόσθετα θα επιτρέπει τη δημιουργία πινάκων συμπιεστής ροής και την εξαγωγή τους σε αρχείο προκειμένου να χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα για περαιτέρω επεξεργασία ή να ενσωματωθούν σε κάποιο διδακτικό σύγγραμμα ή εγχειρίδιο.

Η εφαρμογή ως εργαλείο στοχεύει να υποστηρίξει τη διδασκαλία και τη μελέτη του μαθήματος της μηχανικής των ρευστών ή της αεριοδυναμικής δίχως εμπόδια που αφορούν τα δικαιώματα χρήσης εμπορικών λογισμικών, θα πρέπει να αναπτυχθεί σε γλώσσα προγραμματισμού ανοικτού λογισμικού. Επιλέγεται η γλώσσα προγραμματισμού η Python που αποτελεί παράδειγμα ελεύθερου λογισμικού και λογισμικού ανοικτού κώδικα (ΕΛΛΑΚ) και η οποία συνδυάζει την απλότητα, την ευκολία στην εκμάθηση και τη φορητότητα μεταξύ διαφορετικών λειτουργικών συστημάτων. Ως όνομα της εφαρμογής επιλέγεται το Py-ComFlo που αποτελεί συγκοπτόμενο τύπο της γλώσσας προγραμματισμού (Python) και της συμπιεστής ροής (Compressible Flow).

Η εργασία δεν αποτελεί κάποιο βοήθημα για την εκμάθηση της συμπιεστής ροής ή της γλώσσας προγραμματισμού Python και ως εκ τούτου δεν γίνεται συνοπτική έστω παρουσίαση των σχετικών ζητημάτων σ’ αυτή. Γίνεται μόνο περιληπτική αναφορά των εξισώσεων της συμπιεστής ροής που χρησιμοποιούνται στην εφαρμογή και αυτές παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 2 της εργασίας. Στο τρίτο κεφάλαιο παρέχεται μια συνοπτική περιγραφή της εφαρμογής καθώς επίσης της δομής της. Στο τέταρτο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζονται οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται στην εφαρμογή (σε πηγαίο κώδικα), ταξινομημένες ανά περίπτωση μελέτης. Στο πέμπτο κεφάλαιο της εργασίας παρέχονται τα συμπεράσματα και οι προοπτικές της εργασίας, ενώ στο έκτο κεφάλαιο παρέχονται οι χρησιμοποιηθείσες βιβλιογραφικές πηγές η συλλογή και διαχείριση των οποίων έγινε με το λογισμικό zotero (“Zotero | Home,” n.d.) και ως στυλ για τις αναφορές επι-

λέχθηκε το APA 6th edition (Guo, n.d.). Τέλος, στο Παράρτημα Α της εργασίας παρουσιάζονται ενδεικτικοί πίνακες συμπίεστης ροής που υπολογίσθηκαν με την εφαρμογή που αναπτύχθηκε.

2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

Η μελέτη των συμπιεστών ροών στηρίζεται στους ακόλουθους θεμελιώδεις νόμους ή αρχές:

- Αρχή διατήρησης της μάζας που διατυπώνεται από την εξίσωση της συνέχειας
- Αρχή διατήρησης της ορμής που διατυπώνεται από την εξίσωση της ορμής
- Αρχή διατήρησης της ενέργειας που διατυπώνεται από την εξίσωση της ενέργειας

Πέραν αυτών των θεμελιωδών εξισώσεων είναι απαραίτητη και κάποια πληροφορία για τις ιδιότητες του ρευστού (π.χ. η καταστατική εξίσωση των αερίων όταν το θεωρούμενο ρευστό είναι τέλειο).

Οι εξισώσεις αυτές απλοποιούνται δραστικά με την παραδοχή του μονοδιάστατου χαρακτήρα της ροής. Μια ροή θεωρείται μονοδιάστατη όταν η μεταβολή των μεγεθών της (πίεση, ταχύτητα, θερμοκρασία, κ.λπ.) εγκάρσια στην διεύθυνση των γραμμών ροής είναι αμελητέα σε σύγκριση με την μεταβολή των αντίστοιχων μεγεθών κατά την διεύθυνση των γραμμών ροής. Για ροή σε αγωγούς, η θεώρηση μονοδιάστατης ροής είναι ταυτόσημη με την παραδοχή ομοιόμορφης ροής σε οποιαδήποτε εγκάρσια διατομή του αγωγού και οι τιμές των μεγεθών ροής σε μια διατομή είναι ίσες με τις μέσες τιμές της κατανομής τους στην διατομή αυτή. Η θεώρηση της μονοδιάστατης ροής εξασφαλίζει αποδεκτές λύσεις σε προβλήματα όπου η μεταβολή των ορίων και της εγκάρσιας διατομής σε σχέση με το μήκος είναι βαθμιαία και ομαλή, η διάμετρος του αγωγού είναι πολύ μικρότερη από την ακτίνα καμπυλότητας του αγωγού και τέλος η κατανομή της ταχύτητας και της θερμοκρασίας από διατομή σε διατομή είναι σχεδόν αναλλοίωτη. Στην περίπτωση απότομων μεταβολών (π.χ. απότομη στένωση) τα αποτελέσματα της μονοδιάστατης θεώρησης δεν ισχύουν στην περιοχή της μεταβολής αλλά μπορούν να εφαρμοστούν μεταξύ δύο επιπέδων πριν και μετά την μεταβολή.

2.1 ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Οι γενικές εξισώσεις που διέπουν τα προβλήματα μονοδιάστατων συμπιεστών ροών είναι οι ακόλουθες (Φιλίος, n.d.).

$$\text{Αριθμός Mach: } M = \frac{u}{a} \quad (1)$$

$$\text{Αριθμός Mach για τέλεια αέρια: } M = \frac{u}{\sqrt{\gamma RT}} \quad \text{ή} \quad \frac{dM^2}{M^2} = 2 \frac{du}{u} - 2 \frac{dT}{T} \quad (2)$$

$$\text{Καταστατική εξίσωση: } \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dT}{T} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Εξίσωση της συνέχειας: } \frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{U} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (4)$$

$$\text{Εξίσωση της ορμής: } d\left(\frac{u^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} dF = 0 \quad (5)$$

όπου $dF = 4f(dx/D_h)$ και $D_h = (4A/\Pi)$

$$\text{Εξίσωση της ενέργειας: } dQ = dh + d\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (6)$$

$$\text{Εξίσωση της ενέργειας για τέλεια αέρια: } \frac{dT_t}{T} = \frac{dT}{T} + \frac{[(\gamma-1)/2]M^2}{\{1+[(\gamma-1)/2]M^2\}} \frac{dM^2}{M^2} \quad (7)$$

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων ροής στις διάφορες εφαρμογές συμπιεστών ροών είναι απαραίτητη η γνώση των ιδιοτήτων του αερίου. Στη βιβλιογραφία (John D. Anderson & Anderson, 2011; Bertin, Cummings, & Venkata Reddy, 2014; Çengel, 2010; White, 2011) παρέχονται πίνακες ιδιοτήτων των αερίων και στον ακόλουθο πίνακα δίδονται οι φυσικές ιδιότητες ορισμένων αερίων για ατμοσφαιρικές συνθήκες.

Πίνακας 1: Φυσικές ιδιότητες συνηθισμένων αερίων για $p=1\text{atm}$, $T=20^\circ\text{C}$.
(Φιλίος, n.d.)

Αέριο	M_m [kg/kmol]	R [J/(kg·K)]	ρ [kg/m ³]	μ [kg/(m·s)]	c_p/c_v	Εκθέτης $n^{(+)}$
Αέρας, ξηρός	28.960	287.1	1.2029	1.80E-05	1.40	0.67
Άζωτο (N ₂)	28.020	296.7	1.1621	1.76E-05	1.40	0.67
Αργόν (Ar)	39.944	208.1	1.6616	2.24E-05	1.67	0.72
Διοξείδιο του άνθρακα (CO ₂)	44.010	188.9	1.8247	1.48E-05	1.30	0.79
Ήλιο (He)	4.003	2077.0	0.1662	1.97E-05	1.66	0.67
Μεθάνιο (CH ₄)	16.040	518.3	0.6667	1.34E-05	1.32	0.87
Μονοξείδιο του αζώτου (NO)	30.010	277.0	1.2334	1.90E-05	1.40	0.78
Μονοξείδιο του άνθρακα (CO)	28.010	296.8	1.1621	1.82E-05	1.40	0.71
Οξυγόνο (O ₂)	32.000	259.8	1.3354	2.00E-05	1.40	0.69
Υδρογόνο (H ₂)	2.016	4124.1	0.0838	9.05E-06	1.41	0.68

⁽⁺⁾ Η συνάρτηση του ιξώδους με τη θερμοκρασία, με ακρίβεια $\pm 4\%$ για το εύρος θερμοκρασιών $250 \leq T \leq 1000\text{K}$, δίδεται από την ακόλουθη εμπειρική εξίσωση:

$$\mu(T) \approx \mu_{20^\circ C} \times \left(\frac{T}{293} \right)^n$$

2.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

Στο εδάφιο αυτό αναφέρονται από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Shapiro, 1953; Zucker & Biblarz, 2002; Φιλίος, n.d.) όλες οι απαραίτητες εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των διαφόρων παραμέτρων σε εφαρμογές μονοδιάστατων συμπιεστών ροών.

2.2.1 Ισεντροπική ροή

Εξισώσεις υπολογισμού μεγεθών ισεντροπικής ροής συναρτήσει του αριθμού Mach.

Ισεντροπικές σχέσεις:

$$\frac{T}{T_t} = \left(\frac{a}{a_t} \right)^2 = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1} \quad (8)$$

$$\frac{p}{p_t} = \left(\frac{T}{T_t} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\gamma/(\gamma-1)} \quad (9)$$

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \left(\frac{T}{T_t} \right)^{1/(\gamma-1)} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1/(\gamma-1)} \quad (10)$$

Εξίσωση Bernoulli για συμπιεστή ροή:

$$\frac{1}{2} u^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_t}{\rho_t} \right) \quad (11)$$

Δυναμική πίεση:

$$q = \frac{\gamma}{2} p M^2 = \frac{\gamma}{2} p_t \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\gamma/(\gamma-1)} M^2 \quad (12)$$

Λόγος ταχύτητας ροής προς την κρίσιμη ταχύτητα ήχου:

$$\left(\frac{u}{a^*} \right)^2 = \frac{\gamma+1}{2} M^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1} \quad (13)$$

Λόγος κρίσιμης επιφάνειας προς την στατική επιφάνεια:

$$\frac{A^*}{A} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \quad (14)$$

2.2.2 Ροή σε κάθετο κρουστικό κύμα

Εξισώσεις υπολογισμού μεγεθών καθέτων κρουστικών κυμάτων συναρτήσει του ανάντη αριθμού Mach (M_1) είναι οι ακόλουθες:

$$M_2^2 = \frac{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \quad (15)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)][(\gamma - 1)M_1^2 + 2]}{(\gamma + 1)^2 M_1^2} \quad (16)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \quad (17)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{u_1^2}{a_*^2} = \frac{a_*^2}{u_2^2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} \quad (18)$$

$$\frac{p_2}{p_{t1}} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left[\frac{2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (19)$$

$$\frac{p_2}{p_{t2}} = \left[\frac{4\gamma M_1^2 - 2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (20)$$

$$\frac{p_{t2}}{p_{t1}} = \frac{\rho_{t2}}{\rho_{t1}} = \left[\frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (21)$$

$$\frac{p_{t2}}{p_1} = \left[\frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (22)$$

2.2.3 Ροή σε πλάγιο κρουστικό κύμα

Οι εξισώσεις των πλαγίων κρουστικών κυμάτων προκύπτουν από τις εξισώσεις των καθέτων κρουστικών κυμάτων με αντικατάσταση στις πρώτες του όρου για τον ανάντη αριθμό Mach (M_1) με M_{1x} και του όρου για τον κατάντη αριθμό Mach (M_2) με M_{2y} , η συσχέτιση των οποίων γίνεται μέσω των γωνιών απόκλισης (θ) και κύματος (β), όπως δίδονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned} M_{1x} &= M_1 \sin \beta \\ M_{2y} &= M_2 \sin(\beta - \theta) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (24)$$

$$\cot \theta = \tan \beta \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2}{2(M_1^2 \sin^2 \beta - 1)} - 1 \right] \quad (25)$$

Αναλυτικότερα, οι εξισώσεις υπολογισμού μεγεθών πλαγίων κρουστικών κυμάτων συναρτήσει των M_1 και της γωνίας κύματος β , είναι οι ακόλουθες:

$$M_2^2 \sin^2 (\beta - \theta) = \frac{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \beta + 2}{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)} \quad (26)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)}{\gamma+1} \quad (27)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{q_1} = \frac{4(M_1^2 \sin^2 \beta - 1)}{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \beta} \quad (28)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \beta}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \beta + 2} \quad (29)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)][(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \beta + 2]}{(\gamma+1)^2 M_1^2 \sin^2 \beta} \quad (30)$$

$$\frac{p_2}{p_{11}} = \frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)}{\gamma+1} \left[\frac{2}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \beta + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (31)$$

$$\frac{p_2}{p_{12}} = \left[\frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (32)$$

$$\frac{p_{12}}{p_1} = \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \beta}{2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (33)$$

$$\frac{p_{12}}{p_{11}} = \frac{\rho_{12}}{\rho_{11}} = \exp \left\{ -\frac{1}{\gamma-1} \left\{ \ln \left[\frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)}{\gamma+1} \right] - \gamma \ln \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2 \beta}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2 \beta + 2} \right] \right\} \right\} \quad (34)$$

2.2.4 Ροή Prandtl-Meyer

Εξισώσεις υπολογισμού μεγεθών ροής Prandtl-Meyer.

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - (90^\circ - \mu) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - \cos^{-1} \frac{1}{M} \quad (35)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2-1} \quad (36)$$

$$\nu_{\max} = \left(\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} - 1 \right) 90^\circ \quad (37)$$

$$\left(\frac{p}{p_t} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1}{\gamma+1} \left\{ 1 + \cos \left[2 \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left(\nu + \cos^{-1} \frac{1}{M} \right) \right] \right\} \quad (38)$$

2.2.5 Ποή Fanno

Τα αδιάστατα ρευστοθερμικά μεγέθη σε ροή Fanno προσδιορίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\frac{T}{T_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \quad (39)$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{M_1}{M} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}} \quad (40)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{M_1}{M} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}} \quad (41)$$

$$\frac{p_t}{p_{t1}} = \exp \left\{ -\ln \left\{ (T/T_1)^{1/(\gamma-1)} \left[(T_t - T)/(T_t - T_1) \right]^{1/2} \right\} \right\} \quad (42)$$

$$\frac{p_t}{p_t^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2 + (\gamma-1)M^2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (43)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{u}{u^*} = M \sqrt{\frac{\gamma+1}{2 + (\gamma-1)M^2}} \quad (44)$$

$$\frac{T}{T^*} = \left(\frac{\alpha}{\alpha^*} \right)^2 = \frac{\gamma+1}{2 + (\gamma-1)M^2} \quad (45)$$

$$\frac{p}{p^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{\gamma+1}{2 + (\gamma-1)M^2}} \quad (46)$$

$$4f \frac{L_{\max}}{D} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right) + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln \left[\left(\frac{\gamma+1}{2} M^2 \right) / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right] \quad (47)$$

2.2.6 Ποή Rayleigh

Οι εξισώσεις ροής Rayleigh για τέλεια αέρια είναι:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M^2} \quad (48)$$

$$\frac{T}{T_1} = \frac{M^2}{M_1^2} \left(\frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M^2} \right)^2 \quad (49)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{M_1^2}{M^2} \left(\frac{1 + \gamma M^2}{1 + \gamma M_1^2} \right)^2 \quad (50)$$

$$\frac{T_t}{T_{t1}} = \frac{M^2 (1 + \gamma M_1^2)^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{M_1^2 (1 + \gamma M^2)^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)} \quad (51)$$

$$\frac{p_t}{p_{t1}} = \left(\frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M^2} \right) \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (52)$$

$$\frac{s - s_1}{R} = \ln \left(\frac{M}{M_1} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (53)$$

$$\frac{p_t}{p_t^*} = \frac{\gamma+1}{1 + \gamma M^2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (54)$$

$$\frac{T_t}{T_t^*} = 2(\gamma+1) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) M^2 (1 + \gamma M^2)^{-2} \quad (55)$$

$$\frac{T}{T^*} = \frac{(\gamma+1)^2 M^2}{(1 + \gamma M^2)^2} \quad (56)$$

$$\frac{p}{p^*} = \frac{\gamma+1}{1 + \gamma M^2} \quad (57)$$

$$\frac{u}{u^*} = \frac{\rho^*}{\rho} = \frac{(\gamma+1) M^2}{1 + \gamma M^2} \quad (58)$$

(κενή σελίδα)

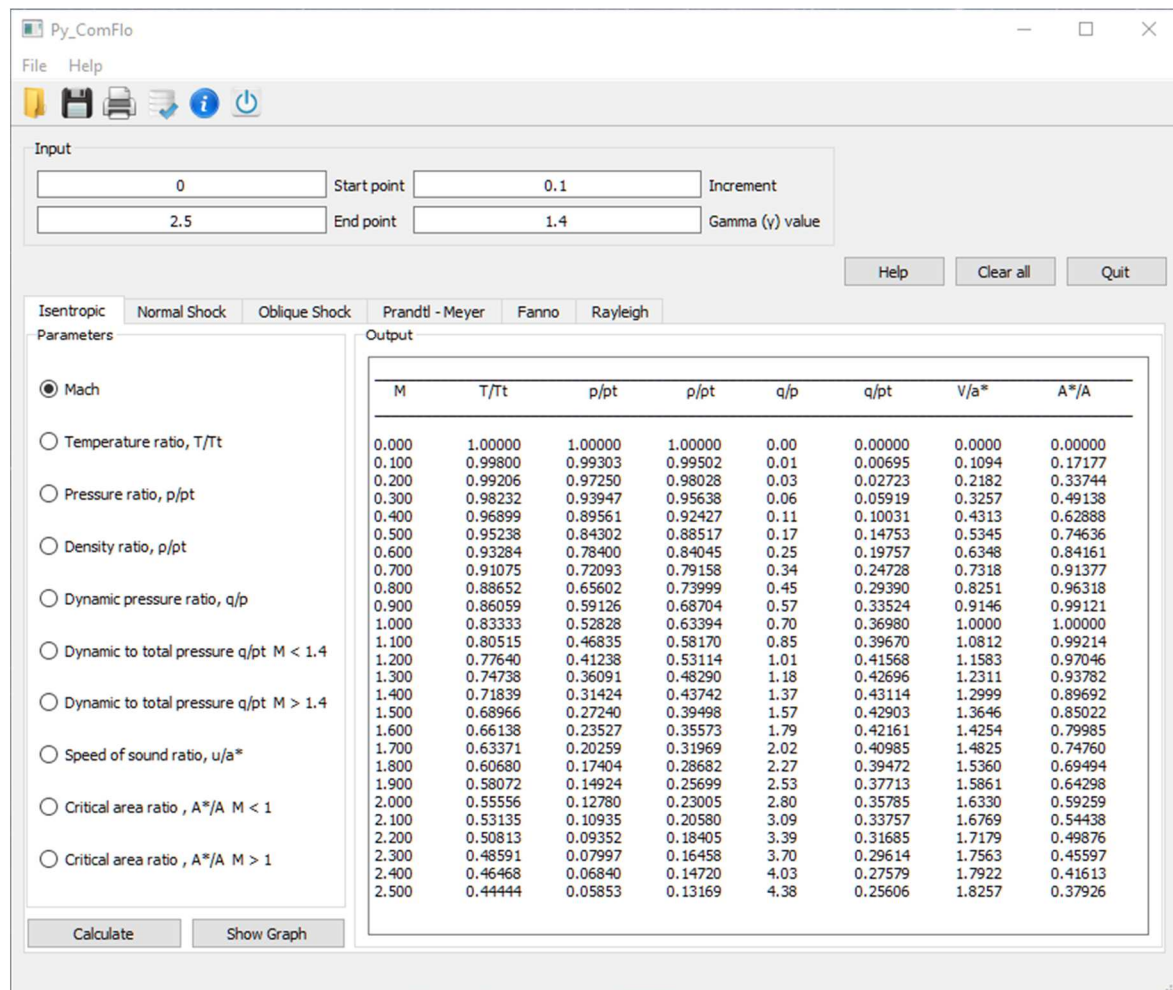
3 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

3.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Στα πλαίσια της παρούσας πτυχιακής εργασίας δημιουργήθηκε το υπολογιστικό εργαλείο “Py-ComFlo”, με σκοπό τον υπολογισμό μεγεθών μονοδιάστατης συμπίεστης ροής (ισεντροπική ροή, κάθετα και πλάγια κρουστικά κύματα, ροή Prandtl-Meyer, ροή Fanno, ροή Rayleigh) καθώς και η γραφική τους απεικόνιση. Αρχικά, ο χρήστης διαλέγει την περίπτωση συμπίεστης ροής που επιθυμεί να γίνει ο υπολογισμός των μεγεθών, έπειτα γίνεται η επιλογή της συνάρτησης και η εισαγωγή των τεσσάρων βασικών παραμέτρων: η αρχική τιμή του μεγέθους προς υπολογισμό (Start point), η τελική τιμή του (End point), το βήμα με το οποίο θα εμπλουτίζεται ο πίνακας για την συγκεκριμένη παράμετρο (Increment) και ο λόγος γ για τον οποίο θα γίνονται οι υπολογισμοί. Επιπλέον, το εργαλείο παρέχει τη δυνατότητα γραφικής απεικόνισης των αποτελεσμάτων όπου αυτό είναι εφικτό. Τέλος υπάρχει βάση δεδομένων στην οποία γίνεται προσωρινή αποθήκευση των πιο πρόσφατων υπολογισμών, για κάθε περίπτωση συμπίεστης ροής ξεχωριστά και η οποία επιτρέπει την εξαγωγή των αποτελεσμάτων σε μορφή .csv για περαιτέρω ανάλυση σε περιβάλλον λογισμικού Microsoft Excel.

3.2 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ

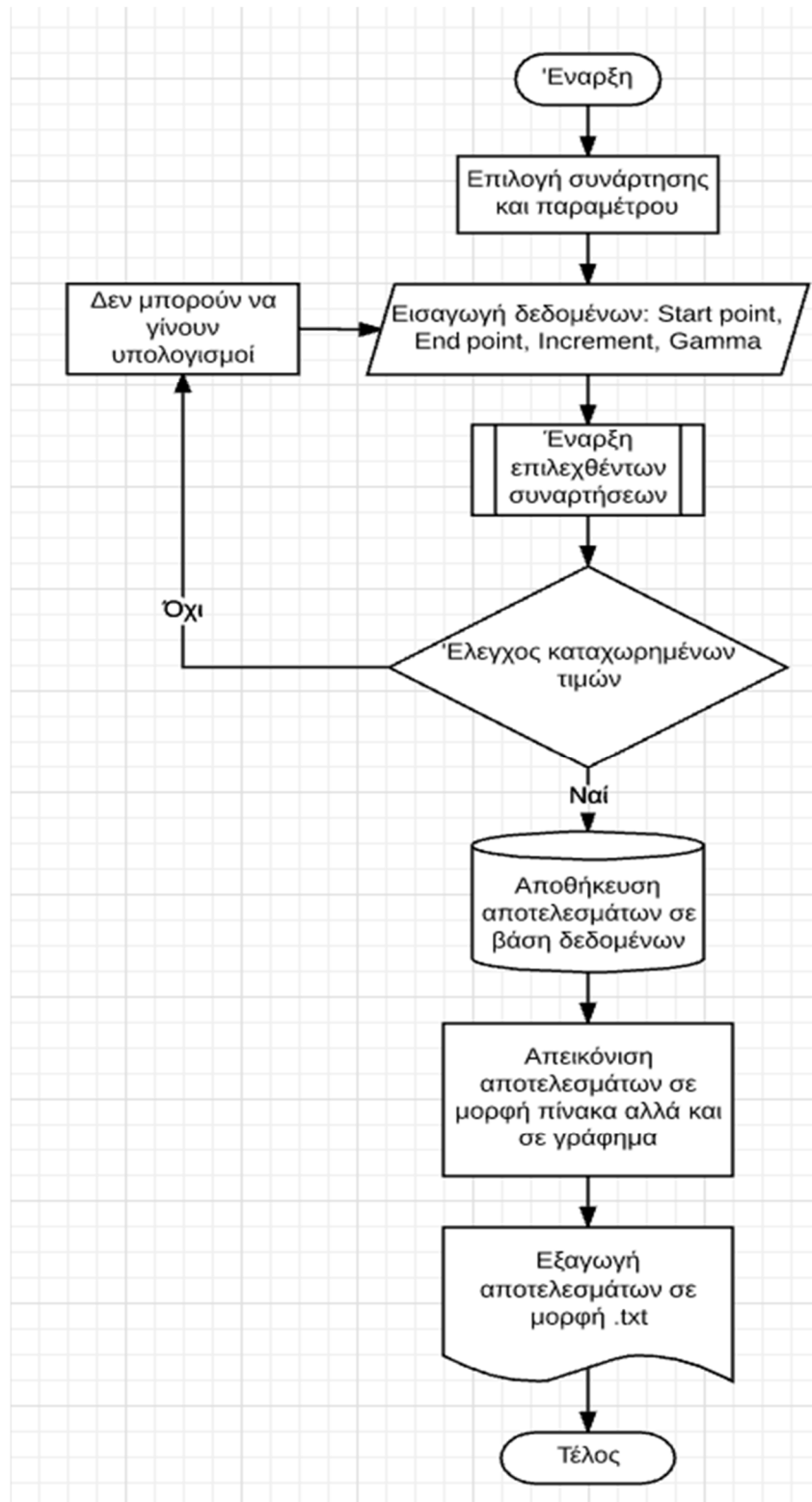
Το υπολογιστικό εργαλείο συμπίεστης ροής αναπτύχθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Python. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε το ολοκληρωμένο πακέτο Anaconda της Continuum Analytics (“Anaconda,” n.d.), το οποίο είναι ένα από τα πιο δημοφιλή συστήματα για ανάλυση επιστημονικών δεδομένων. Το πακέτο περιλαμβάνει την εφαρμογή PyQt της Riverbank Computing Limited, λόγω των δυνατοτήτων που παρέχει σε διαδραστικό γραφικό περιβάλλον εργασίας (GUI, Graphical User Interface). Η εφαρμογή που δημιουργήθηκε αποτελείται από γραφικό περιβάλλον με το οποίο αλληλοεπιδρά ο χρήστης. Το γραφικό περιβάλλον περιέχει τέσσερα κελιά εισόδου (texts), τα οποία συμπληρώνει ο χρήστης για να μπορέσουν να ακολουθήσουν οι υπολογισμοί. Δίπλα σε κάθε κελί συνυπάρχουν ετικέτες (labels) που χαρακτηρίζουν τα κελιά. Πάνω στο παράθυρο βρίσκονται κουμπιά (buttons), τα οποία χρησιμοποιούνται για: την καθοδήγηση του χρήστη (Help), την εκκαθάριση όλων των κελιών (Clear all), τον τερματισμό του εργαλείου (Quit), για την έναρξη των υπολογισμών (Calculate), για την γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων (Show Graph) και σε κάθε καρτέλα συμπίεστης ροής (tabs) εμφανίζονται κουμπιά (radio buttons) τα οποία όταν πατηθούν καλούν την κατάλληλη συνάρτηση για την παράμετρο που αντιπροσωπεύουν. Τέλος η κάθε καρτέλα έχει το δικό της κελί εξόδου (texts) τα οποία χρησιμοποιούνται για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων (Σχήμα 3.2.1).



Σχήμα 3.2.1: Περιβάλλον αλληλεπίδρασης του χρήστη με την εφαρμογή.

Το πρόγραμμα αποτελείται από έξι βασικές συναρτήσεις οι οποίες συγκροτούν ένα μεγάλο αρχείο (.py). Στο Σχήμα 3.2.2 βλέπουμε το διάγραμμα ροής του εργαλείου για την καλύτερη κατανόηση του τρόπου που είναι δομημένο. Από τη στιγμή που θα γίνει εκκίνηση της εφαρμογής, ο χρήστης έρχεται σε επαφή με το γραφικό περιβάλλον (Σχήμα 3.2.2). Για να ξεκινήσουν οι υπολογισμοί χρειάζεται πρώτον να καθοριστεί η καρτέλα που περιγράφει το φαινόμενο της συμπιεστής ροής που θα εξεταστεί (π.χ. ισοεντροπική ροή, ροή Fanno κτλ.). Έπειτα επιλέγεται η παράμετρος ως προς την οποία θα επιλυθεί η εξίσωση. Στη συνέχεια για να μπορέσει να τεθεί ο κώδικας σε λειτουργία, ο χρήστης πρέπει να εισάγει τις βασικές παραμέτρους: σημείο εκκίνησης (Start point), τελικό σημείο (End point), το βήμα με το οποίο θα αυξάνεται η παράμετρος ως προς την οποία θα επιλυθεί η εξίσωση (Increment), ο λόγος ειδικής θερμοχωρητικότητας (γ). Έχοντας εισαχθεί όλα τα παραπάνω, γίνεται έλεγχος για το αν για τις τιμές των βασικών παραμέτρων μπορεί να προβεί σε υπολογισμούς, σε περίπτωση που δεν είναι εφικτό εμφανίζεται κατάλληλο μήνυμα. Εφόσον όλα είναι καταχωρημένα σωστά το εργαλείο κάνει τους υπολογισμούς που του ανατέθηκαν και ταυτόχρονα αποθηκεύονται στη βάση δεδομένων, με το που τελειώσουν οι υπολογισμοί, εμφανίζονται τα αποτελέσματα στο κελί εξόδου και γίνεται η γραφική τους απεικόνιση με το πάτημα του κουμπιού (Show Graph), εάν

το επιθυμεί ο χρήστης. Για την απεικόνιση του γραφήματος χρησιμοποιούνται τα μεγέθη που έχουν αποθηκευτεί προσωρινά στη βάση δεδομένων. Τέλος υπάρχει και η δυνατότητα αποθήκευσης και εξαγωγής των δεδομένων σε μορφή κειμένου .txt.



Σχήμα 3.2.2: Διάγραμμα ροής υπολογιστικού εργαλείου Py-ComFlo.

3.3 ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

Ως βασικά σύμβολα της εφαρμογής χαρακτηρίζονται οι βασικές μεταβλητές της που μέσω του ακόλουθου πίνακα αντιστοιχίζονται με τον μαθηματικό συμβολισμό τους προκειμένου να κατανοηθεί ο πηγαίος κώδικας.

Πίνακας 2: Πίνακας συμβόλων υπολογιστικής εφαρμογής.

Μαθηματικό σύμβολο	Σύμβολο Python	Επεξήγηση
a	ss	Ταχύτητα του ήχου
a^*	ssc	Κρίσιμη ταχύτητα του ήχου
a_t	sst	Ολική ταχύτητα του ήχου
A	area	Επιφάνεια
A^*	carea	Κρίσιμη επιφάνεια
A/A^*	aca	Λόγος επιφάνειας προς την κρίσιμη επιφάνεια
$f(L_{cr}/D)$	fld	Συντελεστής αντίστασης ευθύγραμμου αγωγού σε ροή Fanno
M	ma	Αριθμός Mach
M_1	ma1	Αριθμός Mach στην κατάσταση 1
M_2	ma2	Αριθμός Mach στην κατάσταση 2
M_x	mx	$M_1 \cdot \sin\beta$
M_y	my	$M_2 \cdot \sin(\beta-\theta)$
p	ps	Στατική πίεση
p^*	psc	Κρίσιμη πίεση
p/p_t	pspt	Λόγος στατικής πίεσης προς την ολική πίεση
p_t	pt	Ολική πίεση
p/p^*	pspsc	Λόγος στατικής πίεσης προς την κρίσιμη πίεση
p/p_t	pspt	Λόγος στατικής πίεσης προς την ολική πίεση
p_1/p_2	p1pt2	Λόγος στατικής πίεσης στην κατάσταση 1 προς την ολική πίεση στην κατάσταση 2
p_2/p_1	p2p1	Λόγος στατικής πίεσης στην κατάσταση 1 προς την αντίστοιχη στην κατάσταση 2
p_2/p_{t1}	p2pt1	Λόγος στατικής πίεσης στην κατάσταση 2 προς την ολική στην κατάσταση 1

Μαθηματικό σύμβολο	Σύμβολο Python	Επεξήγηση
p_2/p_{t2}	p2pt2	Λόγος στατικής πίεσης στην κατάσταση 2 προς την ολική πίεση στην κατάσταση 2
p/p_t^*	ptptc	Λόγος ολικής πίεσης προς την αντίστοιχη κρίσιμη
p_{t2}/p_1	pt2p1	Λόγος ολικής πίεσης στην κατάσταση 2 προς τη στατική πίεση στην κατάσταση 1
q	q	Δυναμική πίεση
q/p	qps	Λόγος δυναμικής πίεσης προς τη στατική πίεση
q/p_t	qpt	Λόγος δυναμικής πίεσης προς την ολική πίεση
T	ts	Στατική θερμοκρασία
T/T^*	tstc	Λόγος στατικής θερμοκρασίας προς την κρίσιμη θερμοκρασία
T/T_t	tstt	Λόγος στατικής θερμοκρασίας προς την ολική θερμοκρασία
T_2/T_1	t2t1	Λόγος στατικής θερμοκρασίας στην κατάσταση 2 προς την αντίστοιχη στην κατάσταση 1
T_t	tt	Ολική θερμοκρασία
T_t/T_t^*	ttc	Λόγος ολικής θερμοκρασίας προς την κρίσιμη ολική θερμοκρασία
u/u^*	uuc	Λόγος ταχύτητας προς την κρίσιμη ταχύτητα στις ροές Fanno και Rayleigh
u	vel	Ταχύτητα ροής
u/a^*	vcss	Λόγος ταχύτητας ροής προς την κρίσιμη ταχύτητα του ήχου
ν	v	Γωνία Prandtl-Meyer
β	sa	Γωνία κύματος
γ	gam	Λόγος ειδικών θερμοτήτων (c_p/c_v)
θ	ra	Γωνία απόκλισης
μ	mang	Γωνία Mach
ρ	rho	Πυκνότητα
ρ/ρ^*	rsrsc	Λόγος στατικής πυκνότητας προς την κρίσιμη πυκνότητα

Μαθηματικό σύμβολο	Σύμβολο Python	Επεξήγηση
ρ/ρ_t	rsrt	Λόγος στατικής πυκνότητας προς την ολική πυκνότητα
ρ_2/ρ_1	r2r1	Λόγος στατικής πυκνότητας στην κατάσταση 2 προς την αντίστοιχη στην κατάσταση 1
ρ_t	rhot	Ολική πυκνότητα

4 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΗΓΑΙΟΥ ΚΩΔΙΚΑ

Σ' αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται οι συναρτήσεις και για τις έξι περιπτώσεις ροής ή μελέτης που εμπεριέχονται στο υπολογιστικό εργαλείο και για την κάθε περίπτωση παρατίθεται ένα παραδείγματα.

4.1 ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗ ΡΟΗ

Κατά τον υπολογισμό των μεγεθών ισηντροπικής ροής μας ενδιαφέρουν τα αποτελέσματα των αδιάστατων λόγων, όπως στατικής θερμοκρασίας προς την ολική θερμοκρασία, στατικής πίεσης προς την ολική πίεση, στατικής πυκνότητας προς την ολική πυκνότητα, δυναμικής πίεσης προς την στατική πίεση, δυναμικής πίεσης προς την ολική πίεση, ταχύτητας ροής προς την κρίσιμη ταχύτητα ήχου και τέλος ο λόγος των επιφανειών. Ο χρήστης μπορεί να κινηθεί ανάλογα με ποιες τιμές γνωρίζει και συνεπώς οι υπολογισμοί να γίνουν με την κατάλληλη παράμετρο. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται κατά τον υπολογισμό των μεγεθών ισηντροπικής ροής είναι:

- machISENTROPIC
- tempISENTROPIC
- pressureISENTROPIC
- densityISENTROPIC
- dynamicISENTROPIC
- lowerTotDynISENTROPIC
- greaterTotDynISENTROPIC
- criticalSoundISENTROPIC
- subCriticalAreaISENTROPIC
- supCriticalAreaISENTROPIC
- ISENTROPICgraph

4.1.1 Συνάρτηση machISENTROPIC

Η machISENTROPIC είναι η πρώτη συνάρτηση από τις δέκα που εμφανίζονται υπό την καρτέλα Isentropic στο πλαίσιο με τις παραμέτρους (Parameters) και ενεργοποιείται όταν ο χρήστης πατήσει το ακτινικό κουμπί Mach. Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τα μεγέθη ισηντροπικής ροής όταν ο αριθμός Mach είναι γνωστός.

```
conn = sqlite3.connect('Isentropic.db')
c = conn.cursor()

def create_table():
    c.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS Isentropic(mach REAL , temperature_ratio REAL , pressure_ratio REAL , density_ratio REAL , dynamic_pressure_ratio REAL
```

```
, tot_dynamic_pressure_ratio REAL , critical_speed_of_sound REAL , critical_area
REAL) ")

def delete_previous_values():
    c.execute("DELETE FROM Isentropic")
    conn.commit()
delete_previous_values()

self.floatFunction()
```

Αρχικά γίνεται η σύνδεση με τη βάση δεδομένων (conn = sqlite3.connect) η οποία έχει ονομαστεί Isentropic με κατάληξη .db (database). Σ' αυτήν αποθηκεύονται τα πιο πρόσφατα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από το υπολογιστικό εργαλείο, επίσης είναι κοινή για όλες τις συναρτήσεις που συγκροτούν την ισεντροπική ροή. Η υποσυνάρτηση που ακολουθεί (create_table), δημιουργεί έναν πίνακα με οκτώ στήλες (mach, temperature_ratio, pressure_ratio, density_ratio κλπ.). Στη συνέχεια η υποσυνάρτηση delete_previous_values φροντίζει κάθε φορά που ο χρήστης καλεί την συνάρτηση machISENTROPIC να μηδενίζει τα προηγούμενα αποτελέσματα, ώστε να αποθηκευτούν μόνο τα πιο πρόσφατα. Η συνάρτηση floatFunction συγκροτείται από τις ακόλουθες εντολές:

```
global start, end, inc, gam

start = float(self.startBox.text())
end = float(self.endBox.text())
inc = float(self.incBox.text())
end+=inc
gam = float(self.gammaBox.text())
```

και ρόλος της συνάρτησης floatFunction είναι να διαβάζει τις τιμές που εισάγει κάθε φορά ο χρήστης. Αυτές οι τιμές είναι το πεδίο στο οποίο θα γίνουν οι υπολογισμοί (start, end) με συγκεκριμένο βήμα (inc) και για δεδομένο γ (gam), σε δομή επανάληψης for.

```
for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    ma = float(m)
    if ma > 10 or ma < 0:
        self.ShowIsentropic.setText(" ")
        showError="Mach input has to be 0 <= M <= 10"
        self.ShowIsentropic.setText(showError)
        break
```

Η πρώτη σειρά της δομής επανάληψης for παίρνει τις τιμές από την υποσυνάρτηση floatFunction, στη συνέχεια η εντολή ma = float(m) διαβάζει τον αριθμό Mach και ταυτόχρονα τον μετατρέπει από string σε float αποθηκεύοντάς τον στη μεταβλητή ma. Στη δεύτερη σειρά γίνεται έλεγχος για το αν η τιμή που έχει εισαχθεί από τον χρήστη είναι εντός των ορίων που το πρόγραμμα μπορεί να κάνει υπολογισμούς. Σε περίπτωση που ο χρήστης υπερβεί αυτή την τιμή εμφανίζεται κατάλληλο μήνυμα στο πλαίσιο Output.

```
else:
    tstt = "{0:.5f}".format((1+((gam-1)/2)*(ma**2))**-1)
```

```

pspt = "{0:.5f}".format((1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-gam/(gam-1)))
rsrt = "{0:.5f}".format((1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-1/(gam-1)))
pdps = "{0:.2f}".format((gam/2)*(ma**2))
qpt = "{0:.5f}".format((gam/2)*(ma**2)*(1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-gam/(gam-1)))
vcss = "{0:.4f}".format(math.sqrt(((gam+1)/2)*(ma**2)*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**(-1)))
aca = "{0:.5f}".format((((gam+1)/2)**((gam+1)/(2*(gam-1))))*ma*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**(-(gam+1)/(2*(gam-1))))

```

Εφόσον η τιμή ελεγχθεί και βρεθεί ότι είναι εντός του πεδίου τότε το πρόγραμμα συνεχίζει στις επόμενες εντολές που είναι οι υπολογισμοί των υπολοίπων μεγεθών ισηντροπικής ροής. Στο παραπάνω τμήμα του κώδικα τα σύμβολα `tstt`, `pspt`, `rsrt`, `pdps`, `qpt`, `vcss`, `aca` είναι αντίστοιχα οι εξισώσεις (8), (9), (10), (12), (13), (14).

```

c.execute("INSERT INTO Isentropic (mach , temperature_ratio , pressure_ratio , density_ratio , dynamic_pressure_ratio , tot_dynamic_pressure_ratio , critical_speed_of_sound , critical_area ) VALUES(?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?)",
        (ma , tstt , pspt , rsrt , pdps , qpt , vcss , aca))

showSecond = '%-18s%-18s%-18s%-18s%-18s%-18s%-18s' % ("{0:.3f}".format(ma), tstt, pspt, rsrt, pdps, qpt, vcss, aca)

self.ShowIsentropic.append(showSecond)

conn.commit()
create_table()

```

Με την εντολή `c.execute` αποθηκεύονται τα αποτελέσματα στη βάση δεδομένων και η `self.ShowIsentropic.append(showSecond)` εμφανίζει τα αποτελέσματα σε μορφή πίνακα, βλ. Σχήμα 4.1.1.

4.1.2 Συνάρτηση `tempISENTROPIC`

Η συνάρτηση `tempISENTROPIC` χρησιμοποιείται όταν είναι γνωστός ο λόγος στατικής θερμοκρασίας προς την ολική θερμοκρασία και είναι η παράμετρος με την οποία υπολογίζονται τα υπόλοιπα μεγέθη της ισηντροπικής ροής σ' αυτήν την περίπτωση.

```

for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    tstt = float(m)
    if tstt > 1 or tstt < 0.047618:
        self.ShowIsentropic.setText(" ")
        showError="Temperature input has to be 0.047618 <= T/Tt <= 1"
        self.ShowIsentropic.setText(showError)
        break

```

Λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο όπως και η παραπάνω συνάρτηση `machISENTROPIC` μόνο που αυτή τη φορά οι τιμές διαβάζονται από την εντολή `tstt = float(m)` και η μεταβλητή στην οποία αποθηκεύεται καλείται `tstt`.

```

else:

```

```

ma = float(math.sqrt((2*(1-m))/(m*(gam-1))))
pspt = "{0:.5f}".format((1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-gam/(gam-1)))
rsrt = "{0:.5f}".format((1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-1/(gam-1)))
pdps = "{0:.2f}".format((gam/2)*(ma**2))
qpt = "{0:.5f}".format((gam/2)*(ma**2)*(1+(((gam-1)/2)*(ma**2)))**(-gam/(gam-1)))
vcss = "{0:.4f}".format(math.sqrt(((gam+1)/2)*(ma**2)*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**(-1)))
aca = "{0:.5f}".format((((gam+1)/2)**((gam+1)/(2*(gam-1))))*ma*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**(-(gam+1)/(2*(gam-1))))

```

Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι ίδιες με πριν. Τώρα όμως ο αριθμός Mach είναι άγνωστος και υπολογίζεται αν στην εξίσωση (8) λύσουμε ως προς τον αριθμό Mach. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ο αριθμός Mach για την επίλυση των υπολοίπων εξισώσεων.

4.1.3 Συνάρτηση pressureISENTROPIC

Όταν ο χρήστης εισάγει σαν δεδομένο τον λόγο στατικής πίεσης προς την ολική πίεση τότε οι υπολογισμοί ισεντροπικής ροής γίνονται με παράμετρο τον λόγο πιέσεων.

```

ma = float(math.sqrt((1-m**((gam-1)/gam))/((m**((gam-1)/gam))*((gam-1)/2))))

```

Και εδώ οι εξισώσεις παραμένουν ίδιες εκτός από την (9) η οποία λύνεται ως προς τον αριθμό Mach.

4.1.4 Συνάρτηση densityISENTROPIC

Όταν από τον χρήστη επιλεγθεί το τέταρτο ακτινικό κουμπί με ονομασία Density ratio που βρίσκεται στο πλαίσιο Parameters και γίνει η εισαγωγή των δεδομένων, όπου στην περίπτωση αυτή είναι ο λόγος στατικής πυκνότητας προς την ολική πυκνότητα τότε το πρόγραμμα υπολογίζει τον αριθμό Mach αρχικά επιλύοντας την εξίσωση (10) και μετά τα υπόλοιπα μεγέθη ισεντροπικής ροής.

```

ma = float(math.sqrt((1-m**((gam-1))/((m**((gam-1)))**((gam-1)/2))))

```

4.1.5 Συνάρτηση dynamicISENTROPIC

Με τον ίδιο τρόπο η συνάρτηση dynamicISENTROPIC υπολογίζει τα ισεντροπικά μεγέθη, αφού πρώτα βρεθεί ο αριθμός Mach μέσω της εξίσωσης (12).

```

ma = float(math.sqrt(2*m/gam))

```

4.1.6 Συνάρτηση lowerTotDynISENTROPIC

Για τον υπολογισμό των μεγεθών μέσω του λόγου της δυναμικής πίεσης προς την ολική πίεση χρειάστηκε να αναπτυχθούν δύο συναρτήσεις, lowerTotDynISENTROPIC και greaterTotDynISENTROPIC. Αιτία είναι η μέγιστη τιμή που παρουσιάζει ο συγκεκριμένος λόγος για αριθμό Mach 1.4, ενώ για μεγαλύτερο αριθμό Mach η τιμή του λόγου

τείνει να μειώνεται, με αποτέλεσμα στα πρώτα στάδια του προγράμματος να εμφανίζονταν δύο αποτελέσματα για έναν αριθμό Mach. Αυτό το πρόβλημα οδήγησε στη διάσπαση της συνάρτησης σε δύο σχεδόν όμοιες, με την μόνη διαφορά ότι η πρώτη συνάρτηση ψάχνει λύσεις για Mach 0 έως 1.4 και τη δεύτερη για Mach μεγαλύτερο από 1.4.

```
def f(ma):
    return qpt-((gam/2)*(ma**2)*(1+(((gam-1)/2)*(ma**2))))**(-gam/(gam-1))

ma = float(bisect(f, 0, 1.4, xtol = 1e-6))
```

Επιπλέον εξαιτίας της δυσκολίας που παρουσιάζουν μερικές εξισώσεις όσον αφορά στην εύρεση ριζών χρησιμοποιείται η μέθοδος της διχοτόμησης για την προσέγγιση των λύσεων και καλείται με την εντολή `bisect`. Μέσα στην παρένθεση (`f, 0, 1.4, xtol=1e-6`) η `f` είναι η συνάρτηση μέσα στην οποία εμπεριέχεται η εξίσωση (12) και επιστρέφει τιμές σύμφωνα με το διάστημα που έχει καθοριστεί να ψάχνει λύσεις η `bisect`, στη περίπτωση μας το διάστημα είναι `[0, 1.4]`. Τέλος με την εντολή `xtol=1e-6` καθορίζεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

4.1.7 Συνάρτηση `greaterTotDynISENTROPIC`

Λειτουργεί ακριβώς με τον ίδιο τρόπο όπως και η συνάρτηση `lowerTotDynISENTROPIC`, το μόνο διαφορετικό είναι το διάστημα στο οποίο ψάχνει να βρει τις λύσεις.

```
ma = float(bisect(f, 1.4, 100, xtol = 1e-6))
```

4.1.8 Συνάρτηση `criticalSoundISENTROPIC`

Με την συνάρτηση `criticalSoundISENTROPIC` ο χρήστης μπορεί να εισάγει σαν δεδομένα τιμές που αντιπροσωπεύουν τον λόγο ταχύτητας ροής προς την ταχύτητα του ήχου για τον υπολογισμό των μεγεθών ισεντροπικής ροής.

```
def f(ma):
    return vcss-math.sqrt((((gam+1)/2)*(ma**2))*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**-1)
ma = float(bisect(f, 0, 100, xtol = 1e-6))
```

4.1.9 Συνάρτηση `subCriticalAreaISENTROPIC`

Η συνάρτηση `subCriticalAreaISENTROPIC` υπολογίζει υποηχητικά μεγέθη ισεντροπικής ροής. Όπως και στην περίπτωση των συναρτήσεων `lowerTotDynISENTROPIC` και `greaterTotDynISENTROPIC` έτσι κι εδώ γίνεται διάσπαση σε `subCriticalAreaISENTROPIC` και `supCriticalAreaISENTROPIC`, με την πρώτη να βρίσκει μεγέθη για το διάστημα αριθμού Mach `[0, 1]` και την δεύτερη για το διάστημα `[1, 100]`.

```
def f(ma):
    return aca-((((gam+1)/2)**((gam+1)/(2*(gam-1))))*ma*(1+((gam-1)/2)*(ma**2))**(-(gam+1)/(2*(gam-1))))
```

```
ma = float( bisect(f , 0 , 1 , xtol = 1e-6))
```

4.1.10 Συνάρτηση supCriticalAreaISENTROPIC

Υπολογίζει υπερηχητικά μεγέθη ισεντροπικής ροής.

```
def f(ma):
    return aca-((((gam+1)/2)**((gam+1)/(2*(gam-1))))*ma*(1+((gam-
1)/2)*(ma**2))**(-(gam+1)/(2*(gam-1))))

ma = float( bisect(f , 1 , 100 , xtol = 1e-6))
```

4.1.11 Συνάρτηση ISENTROPICgraph

Ρόλος της συνάρτησης ISENTROPICgraph είναι να παίρνει τα αποτελέσματα από τη βάση δεδομένων και να τα παρουσιάζει σε γράφημα.

```
conn = sqlite3.connect('Isentropic.db')
c = conn.cursor()
c.execute("SELECT * FROM Isentropic")
data = c.fetchall()
```

Με την εντολή `conn = sqlite3.connect('Isentropic.db')` γίνεται η σύνδεση. Η `c.execute("SELECT * FROM Isentropic")` επιλέγει όλες τις τιμές από το αρχείο `Isentropic` της βάσης. Αυτές οι τιμές μεταφέρονται σε μια μεταβλητή `data` η οποία θα μας διευκολύνει παρακάτω.

```
mach = []
temperature_ratio = []
pressure_ratio = []
density_ratio = []
tot_dynamic_pressure_ratio = []
critical_area = []
```

Στη συνέχεια η συνάρτηση δημιουργεί λίστες, με τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν να εμφανίζονται στο γράφημα, μέσα στις οποίες με μια δομή επανάληψης `for` θα τις εμπλουτίσουμε με τις τιμές που έχουν αποθηκευτεί στην μεταβλητή `data`.

```
for row in data:
    mach.append(row[0])
    temperature_ratio.append(row[1])
    pressure_ratio.append(row[2])
    density_ratio.append(row[3])
    tot_dynamic_pressure_ratio.append(row[5])
    critical_area.append(row[7])
```

Η παραπάνω δομή επανάληψης εμπλουτίζει τις λίστες μέσω της εντολής `append`. Σ' αυτό το σημείο το μόνο που μένει είναι να καθοριστούν οι άξονες στις οποίες θα πάνε οι τιμές των μεγεθών, όπως φαίνεται στην εντολή `mach.append(row[0])`, το μηδέν έχει καθοριστεί για τον οριζόντιο άξονα x , στον οποίο παρουσιάζονται οι τιμές του αριθμού `Mach`.

Τα υπόλοιπα μεγέθη δέχονται αρίθμηση πέραν του μηδενός αντιπροσωπεύοντας των κάθετο άξονα ψ .

```
plt.figure()

fig = plt.gcf()
fig.set_size_inches(12, 9, forward=True)

plt.plot(mach, temperature_ratio, label="T/Tt")
plt.plot(mach, pressure_ratio, label="P/Pt")
plt.plot(mach, density_ratio, label="p/pt")
plt.plot(mach, tot_dynamic_pressure_ratio, label="q/Pt")
plt.plot(mach, critical_area, label="A*/A")

plt.grid(True, linestyle='-')

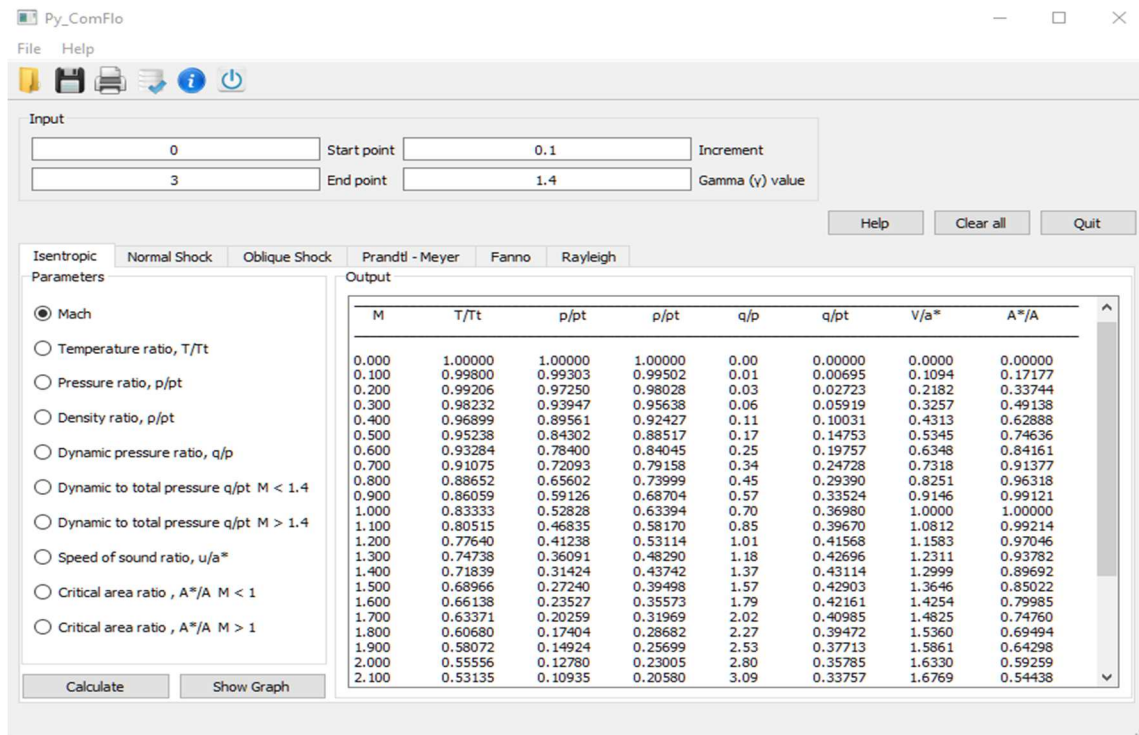
plt.xlabel("Mach Number")
plt.ylabel("Ratio")
plt.title("Isentropic Flow")
plt.legend()
plt.subplots_adjust(top=0.90, bottom=0.10, left=0.10, right=0.95)
plt.show()
```

Με την εντολή `plt.figure()` δημιουργείται το γράφημα, η εντολή `fig.set_size_inches(12, 9, forward=True)` φροντίζει το γράφημα να έχει προκαθορισμένες διαστάσεις. Οι εντολές της μορφής `plt.plot(mach, temperature_ratio, label="T/Tt")` δημιουργούν ένα υπόμνημα ώστε να γίνετε ο διαχωρισμός των καμπυλών και με την εντολή `plt.grid(True, linestyle='-')` ενεργοποιούνται οι γραμμές πλέγματος. Τέλος, με τις εντολές `plt.xlabel("Mach Number")`, `plt.ylabel("Ratio")`, `plt.title("Isentropic Flow")` εμφανίζεται το όνομα των αξόνων και ο τίτλος, όλα αυτά ολοκληρώνονται με την τελευταία εντολή `plt.show()` η οποία μας παρουσιάζει το γράφημα σε ένα νέο παράθυρο, βλ. Σχήμα 4.1.2.

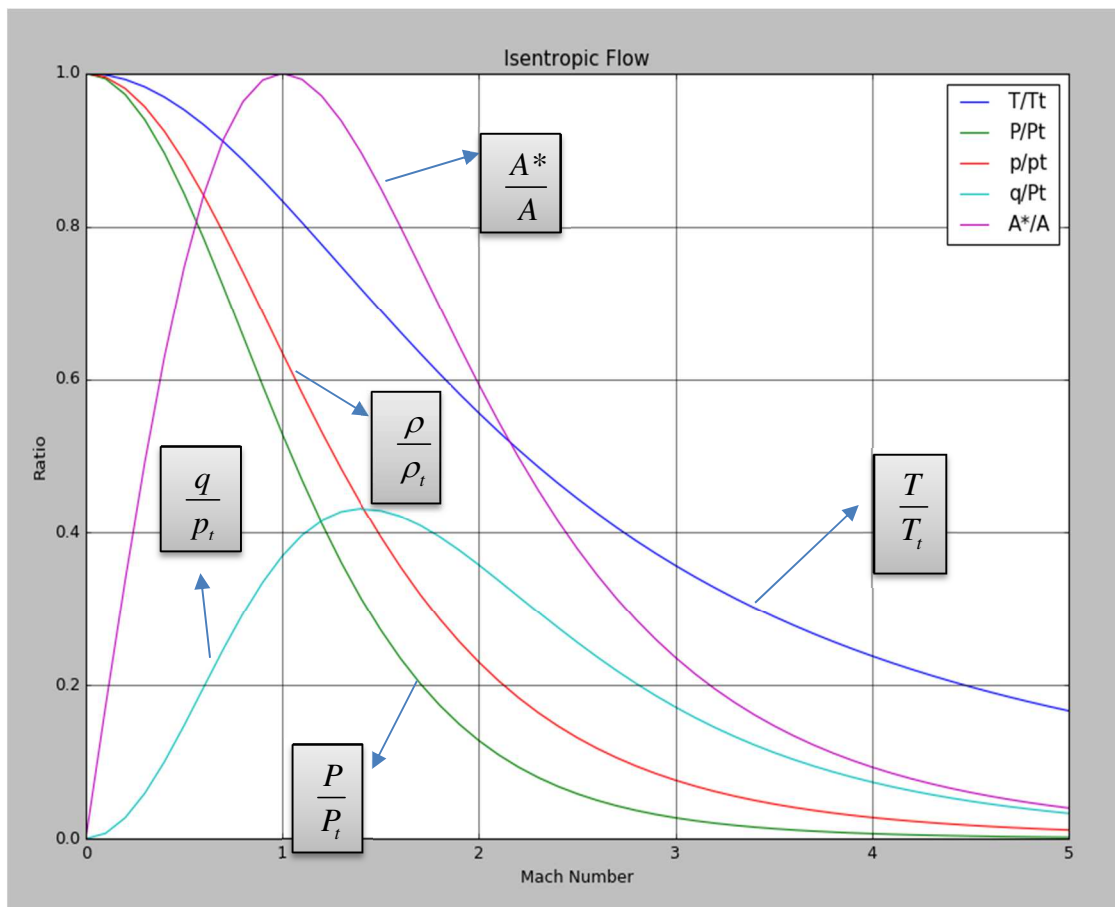
4.1.12 Παράδειγμα ισηντροπικής ροής

Παρακάτω δίνεται ένα παράδειγμα για το πώς παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε μορφή πίνακα και σε γράφημα. Αρχικά, γίνεται η εισαγωγή των δεδομένων στο πλαίσιο Input, έπειτα επιλέγεται η κατάλληλη παράμετρος με βάση τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν. Με το κουμπί Calculate εμφανίζεται ο πίνακας, βλ. Σχήμα 4.1.1 και με το κουμπί Show Graph εμφανίζεται ένα δεύτερο παράθυρο με το γράφημα, βλ. Σχήμα 4.1.2.

Στο Παράρτημα Α (σελ. 73), δίδονται οι πίνακες συμπεστής ροής για $\gamma=1.4$ και για αριθμούς Mach από 0 έως 5 με βήμα 0.1 και από 5 έως 10 με βήμα 0.5, όπως αυτοί υπολογίστηκαν με την εφαρμογή. Συγκρίνοντας αυτούς με αντίστοιχους από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004) προκύπτει συμφωνία των υπολογισθέντων τιμών για τα όρια της επιλεγείσας στρογγυλοποίησης.



Σχήμα 4.1.1 Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις της ισεντροπικής ροής.



Σχήμα 4.1.2 Γραφική απεικόνιση μεγεθών ισεντροπικής ροής ($\gamma=1.4$).

4.2 ΡΟΗ ΣΕ ΚΑΘΕΤΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ

Τα αποτελέσματα που μας ενδιαφέρουν κυρίως στα κάθετα κρουστικά κύματα είναι ο ανάντη και κατάντη αριθμός Mach, ο λόγος πυκνοτήτων, ο λόγος θερμοκρασιών καθώς και οι διάφοροι συνδυασμοί των στατικών και ολικών λόγων της πίεσης. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται κατά τον υπολογισμό των μεγεθών της ροής σε κάθετο κρουστικό κύμα είναι οι εξής :

mach1NormalShock
 mach2NormalShock
 P2P1NormalShock
 densityNormalShock
 temperatureNormalShock
 p2pt1LowerNormalShock
 p2pt1GreaterNormalShock
 p2pt2NormalShock
 pt2pt1NormalShock

p1pt2NormalShock
NormalShockGraph

4.2.1 Συνάρτηση mach1NormalShock

Η συνάρτηση mach1NormalShock δίνει τη δυνατότητα στον χρήστη να υπολογίζει μεγέθη ροής καθέτων κρουστικών κυμάτων εισάγοντας τον αριθμό Mach στην ανάντη.

```
conn = sqlite3.connect('NormalShock.db')
c = conn.cursor()

def create_table():
    c.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS NormalShock(mach1 REAL , mach2 REAL,
P2P1 REAL , r2r1 REAL , T2T1 REAL , P2Pt1 REAL , P2Pt2 REAL , Pt2Pt1 REAL , P1Pt2
REAL) ")

def delete_previous_values():
    c.execute("DELETE FROM NormalShock")
    conn.commit()
delete_previous_values()

self.floatFunction()
```

Όπως και στις παραπάνω συναρτήσεις ισεντροπικής ροής έτσι κι εδώ πρώτα γίνεται η σύνδεση με τη βάση δεδομένων με τις δύο πρώτες εντολές. Στη συνέχεια δημιουργείται ένας πίνακας ώστε να αποθηκευτούν σ' αυτόν αποτελέσματα από τους υπολογισμούς των συναρτήσεων.

```
for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    ma1 = float(m)
    if ma1 > 10 or ma1 < 1:
        self.ShowNormalShock.setText(" ")
        showError="Upstream mach input has to be 1 <= M1 <= 10"
        self.ShowNormalShock.setText(showError)
        break
```

Η δομή επανάληψης for ξεκινάει με το να διαβάζει τα δεδομένα από τα κελιά Input και πραγματοποιείται ο έλεγχος των τιμών.

```
else:

    ma2 = "{0:.4f}".format(math.sqrt(((gam-1)*(ma1**2)+2)/(2*gam*(ma1**2)-(gam-
1))))
    p2p1 = "{0:.4f}".format((2*gam*(ma1**2)-(gam-1))/(gam+1))
    r2r1 = "{0:.4f}".format(((gam+1)*(ma1**2))/((gam-1)*(ma1**2)+2))
    t2t1 = "{0:.4f}".format(((2*gam*(ma1**2)-(gam-1))*((gam-
1)*(ma1**2)+2))/(((gam+1)**2)*(ma1**2)))
    p2pt1 = "{0:.4f}".format(((2*gam*(ma1**2)-(gam-1))/(gam+1))*2/((gam-
1)*(ma1**2)+2)**(gam/(gam-1)))
    p2pt2 = "{0:.4f}".format((((4*gam*(ma1**2)-2*(gam-
1))/((gam+1)**2)*(ma1**2)))** (gam/(gam-1)))
```

```

pt2pt1 = "{0:.4f}".format((((gam+1)*(ma1**2))/(gam-
1)*(ma1**2)+2)**(gam/(gam-1)))*((gam+1)/(2*gam*(ma1**2)-(gam-1)))*(1/(gam-1))
p1pt2 = "{0:.4f}".format(1/((((gam+1)*(ma1**2))/2)**(gam/(gam-
1)))*((gam+1)/(2*gam*(ma1**2)-(gam-1)))*(1/(gam-1))))

```

Αν ο έλεγχος είναι επιτυχής το πρόγραμμα προχωράει στην επίλυση των εξισώσεων για την εύρεση των ma_2 , p_{2p1} , r_{2r1} , t_{2t1} , p_{2pt1} , p_{2pt2} , p_{t2pt1} , και p_{1pt2} , βλ. εξισώσεις ροής καθέτων κρουστικών κυμάτων (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21), (22) αντίστοιχα.

4.2.2 Συνάρτηση mach2NormalShock

Η συνάρτηση `mach2NormalShock` δέχεται σαν δεδομένα από τον χρήστη τον αριθμό Mach στην κατάντη και αξιοποιώντας την μέθοδο της διχοτόμησης υπολογίζει αρχικά τον αριθμό Mach στην ανάντη και στη συνέχεια τα υπόλοιπα μεγέθη ροής κρουστικών κυμάτων.

```

def f(ma1):
    return (ma2**2) - (((gam - 1) * (ma1 ** 2) + 2) / (2 * gam * (ma1 ** 2) -
(gam - 1)))
ma1 = float(bisect(f , 1 , 10 , xtol = 1e-4))

```

4.2.3 Συνάρτηση P2P1NormalShock

Όταν ο λόγος στατικής πίεσης στην κατάντη προς την στατική πίεση στην ανάντη είναι γνωστός τότε οι υπολογισμοί των μεγεθών γίνονται με την συνάρτηση `P2P1NormalShock`.

4.2.4 Συνάρτηση densityNormalShock

Με την προϋπόθεση ότι ο λόγος της πυκνότητας στην κατάσταση 2 προς την αντίστοιχη στην κατάσταση 1 είναι γνωστός, η συνάρτηση `densityNormalShock` μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των μεγεθών.

4.2.5 Συνάρτηση temperatureNormalShock

Όμοια η συνάρτηση `temperatureNormalShock` υπολογίζει τα αδιάστατα μεγέθη ροής κρουστικών κυμάτων για δεδομένο λόγο θερμοκρασιών.

4.2.6 Συνάρτηση p2pt1LowerNormalShock

Με γνωστό τον λόγο στατικής πίεσης στην κατάντη προς την ολική πίεση στην ανάντη, η συνάρτηση `p2pt1LowerNormalShock` προσφέρει στον χρήστη τη δυνατότητα υπολογισμού των μεγεθών ροής κρουστικών κυμάτων για αριθμό Mach από 1 έως 1.5.

```

def f(ma1):
    return p2pt1 - (((2*gam*(ma1**2)-(gam-1))/(gam+1))*(2/((gam-
1)*(ma1**2)+2))** (gam/(gam-1)))
ma1 = float(bisect(f , 1 , 1.5 , xtol = 1e-4))

```

4.2.7 Συνάρτηση p2pt1GreaterNormalShock

Όμοια, με τη συνάρτηση p2pt1GreaterNormalShock υπολογίζονται τα μεγέθη για αριθμό Mach μεγαλύτερο του 1.5.

```
mal = float( bisect(f , 1.5 , 10 , xtol = 1e-4))
```

4.2.8 Συνάρτηση p2pt2NormalShock

Η συνάρτηση p2pt2NormalShock καλείται όταν ο χρήστης εισάγει ως δεδομένο τον αδιάστατο λόγο της στατικής πίεσης στην κατάντη προς την αντίστοιχη ολική για την εύρεση μεγεθών ροής καθέτων κρουστικών κυμάτων.

4.2.9 Συνάρτηση pt2pt1NormalShock

Για γνωστές τιμές του λόγου ολικής πίεσης στην κατάντη προς την ολική πίεση στην ανάντη χρησιμοποιείται η συνάρτηση pt2pt1NormalShock.

4.2.10 Συνάρτηση p1pt2NormalShock

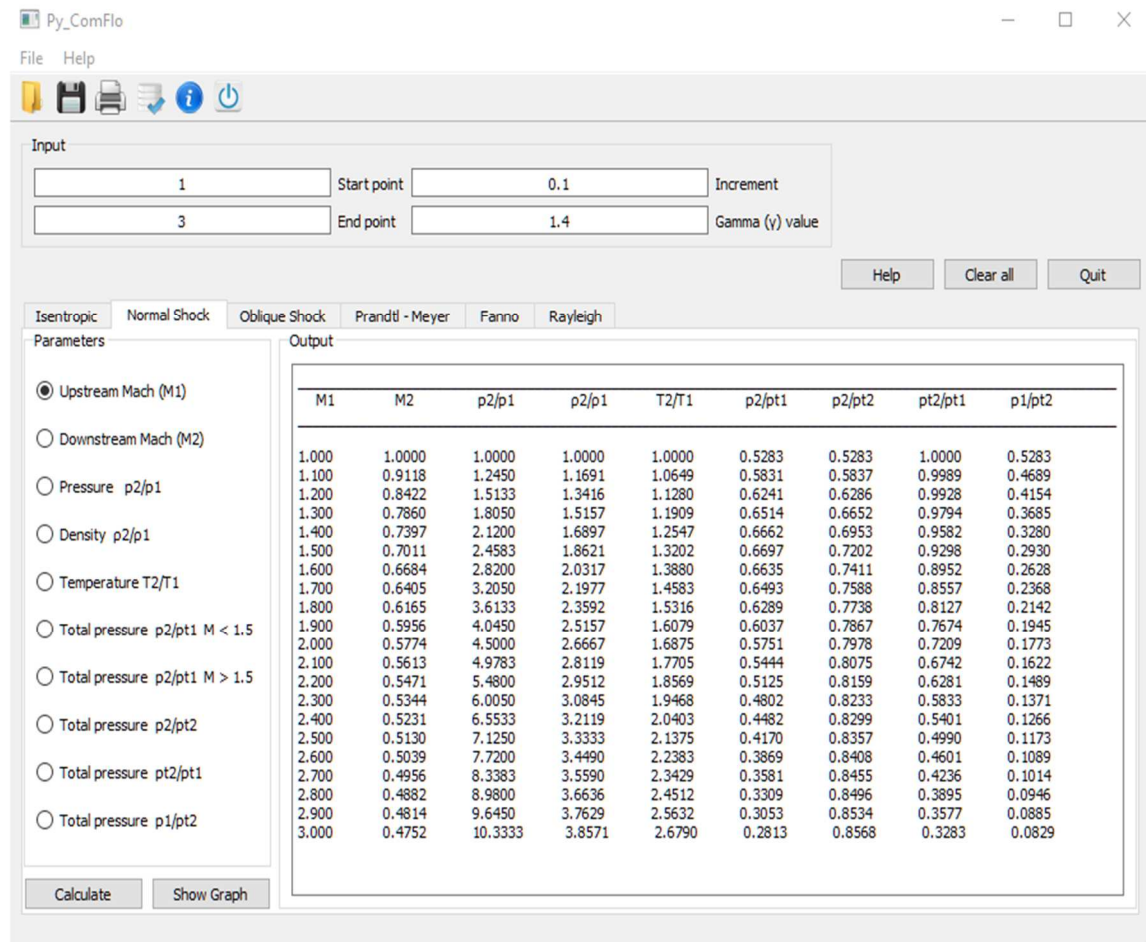
Τελευταία συνάρτηση που βρίσκετε στο πλαίσιο Parameters του υπολογιστικού εργαλείου είναι η p1pt2NormalShock και μ' αυτήν υπολογίζονται τα μεγέθη της ροής όταν ο λόγος της στατικής πίεσης στην ανάντη προς την ολική πίεση στην κατάντη είναι γνωστός.

4.2.11 Συνάρτηση NormalShockGraph

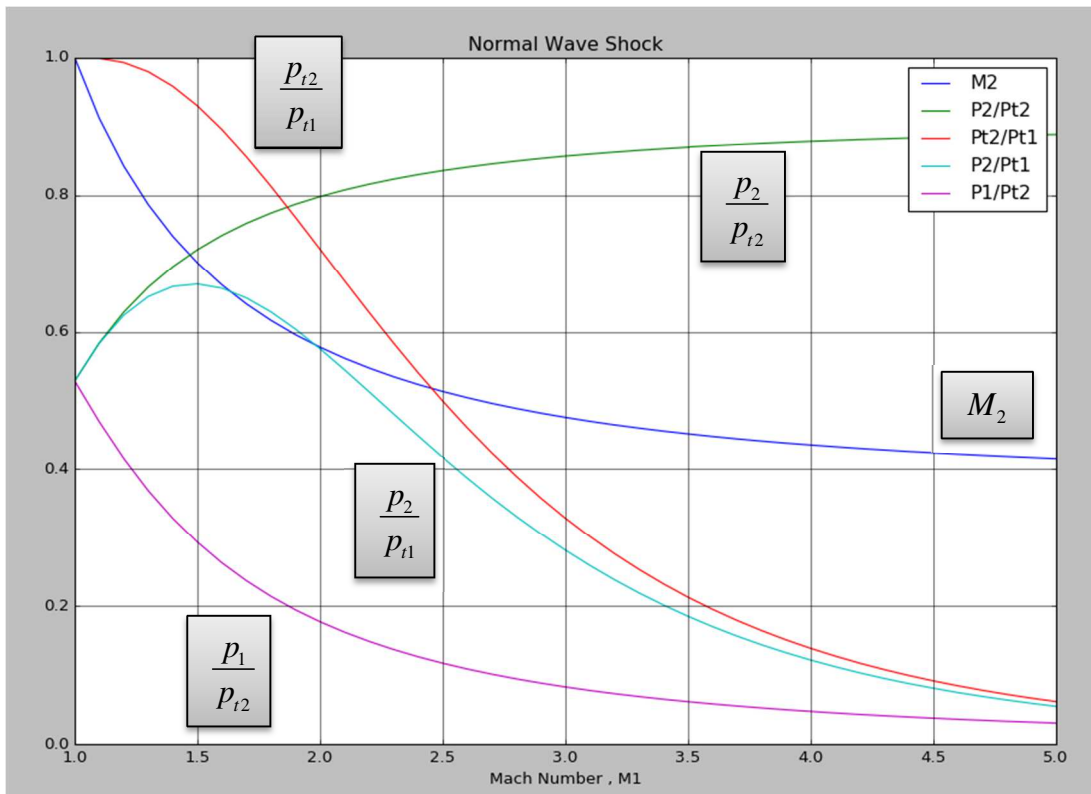
Η συνάρτηση NormalShockGraph παρουσιάζει τα αποτελέσματα των καθέτων κρουστικών κυμάτων σε γράφημα, βλ. Σχήμα 4.2.2 και Σχήμα 4.2.3, με τον ίδιο τρόπο όπως και η συνάρτηση ISENTROPICgraph της ισεντροπικής ροής. Συγκεκριμένα διαβάσει τις τιμές από την βάση δεδομένων, το αρχείο NormalShock.db και ακολουθεί παρόμοια βήματα με την ISENTROPICgraph.

4.2.12 Παράδειγμα ροής σε κάθετο κρουστικό κύμα

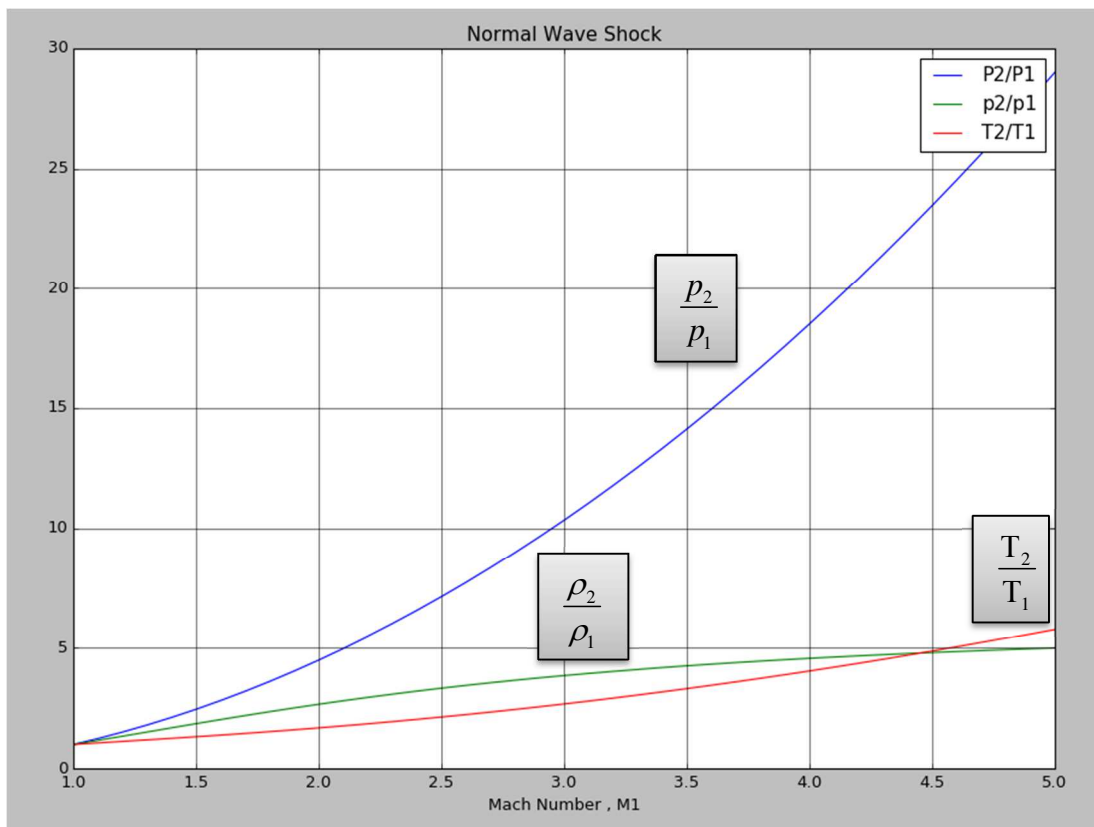
Για ανάντη αριθμό Mach ίσο με μονάδα έως τρία και $\gamma=1.4$, υπολογίζονται και εμφανίζονται τα παρακάτω αποτελέσματα:



Σχήμα 4.2.1 Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις ροής καθέτων κρουστικών κυμάτων.



Σχήμα 4.2.2 Γραφική απεικόνιση μεγεθών κάθετων κρουστικών κυμάτων ($\gamma=1.4$).



Σχήμα 4.2.3 Γραφική απεικόνιση μεγεθών κάθετων κρουστικών κυμάτων ($\gamma=1.4$).

Στο Παράρτημα Α (σελ.75), δίδονται οι πίνακες καθέτου κρουστικού κύματος για $\gamma=1.4$ και για αριθμούς Mach από 1 έως 5 με βήμα 0.1 και από 5 έως 10 με βήμα 1, όπως αυτοί υπολογίστηκαν με την εφαρμογή. Συγκρίνοντας αυτούς με αντίστοιχους από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004) προκύπτει συμφωνία των υπολογισθέντων τιμών για τα όρια της επιλεγείσας στρογγυλοποίησης.

4.3 ΡΟΗ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ

Τα μεγέθη που υπολογίζονται στη ροή σε πλάγιο κρουστικό κύμα είναι γινόμενο M_1 με το ημίτονο της γωνίας του κύματος (M_γ), το γινόμενο M_2 με το ημίτονο της διαφοράς των γωνιών κύματος και απόκλισης (M_γ), η γωνία κύματος (β) και η γωνία απόκλισης (θ). Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται κατά τον υπολογισμό των παραπάνω μεγεθών είναι :

- MxObliqueShock
- saObliqueShock
- wraObliqueShock
- sraObliqueShock
- ObliqueShockGraph

4.3.1 Συνάρτηση MxObliqueShock

Με την συνάρτηση MxObliqueShock ο χρήστης μπορεί να εισάγει ως δεδομένα τον ανάντη αριθμό Mach καθώς και τον αριθμό Mach που προκύπτει από το γινόμενο M_1 με το ημίτονο της γωνίας του κύματος (M_χ), αλλά και τον λόγο γ για τον υπολογισμό των μεγεθών της ροής σε πλάγιο κρουστικό κύμα, με τις παρακάτω εντολές.

```
ma1 = float(self.upstreamObliqueBox.text())
gam = float(self.gammaObliqueBox.text())
mx = float(self.obliqueBox.text())
```

Στη συνέχεια γίνεται έλεγχος των τιμών.

```
if mx >= ma1:

    showError="Mx input has to be 1 <= Mx <= M1"
    self.ShowObliqueShock.setText(showError)
```

Μετά τον έλεγχο ακολουθούν οι εξισώσεις της ροής σε πλάγιο κρουστικό κύμα, βλ. (23), (24), (26).

```
else:
    sa = float("{0:.5f}".format(degrees(asin(mx/ma1))))
    my = float("{0:.5f}".format(sqrt(((gam-1)*(mx**2))+2)/(2*gam*(mx**2)-(gam-1))))
    ra = float("{0:.5f}".format(degrees(atan(2*(1/tan(radians(sa)))*((ma1**2)*(sin(radians(sa)))**2)-1)/(2+(ma1**2)*(gam+1-2*((sin(radians(sa)))**2)))))))
    ma2 = my/sin(radians(sa-ra))
```

Τέλος οι δύο επόμενες εντολές εμφανίζουν τα αποτελέσματα στο πλαίσιο Output.

```
showSecond = '%-18s%-18s%-18s%-18s%-18s%-18s' % ("{0:.3f}".format(ma1),
"{0:.3f}".format(ma2), "{0:.3f}".format(mx), my, ra, sa )

self.ShowObliqueShock.append(showSecond)
```

4.3.2 Συνάρτηση saObliqueShock

Η συνάρτηση saObliqueShock δέχεται σαν δεδομένα τον ανάντη αριθμό Mach και την γωνία του κύματος (β), αλλά και τον λόγο γ .

```
ma1 = float(self.upstreamObliqueBox.text())
gam = float(self.gammaObliqueBox.text())
sa = float(self.obliqueBox.text())
```

Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται παραμένουν ίδιες.

```
mx = float("{0:.5f}".format(ma1*sin(radians(sa))))
my = float("{0:.5f}".format(sqrt(((gam-1)*(mx**2))+2)/(2*gam*(mx**2)-(gam-1))))
```

```

ra = float("{0:.5f}".format(degrees(atan(2*(1/tan(radians(sa)) * ((ma1**2) * ((sin(radians(sa))) **2) -1) / (2+(ma1**2) * (gam+1-2*((sin(radians(sa))) **2))))))))
ma2 = my/sin(radians(sa-ra))

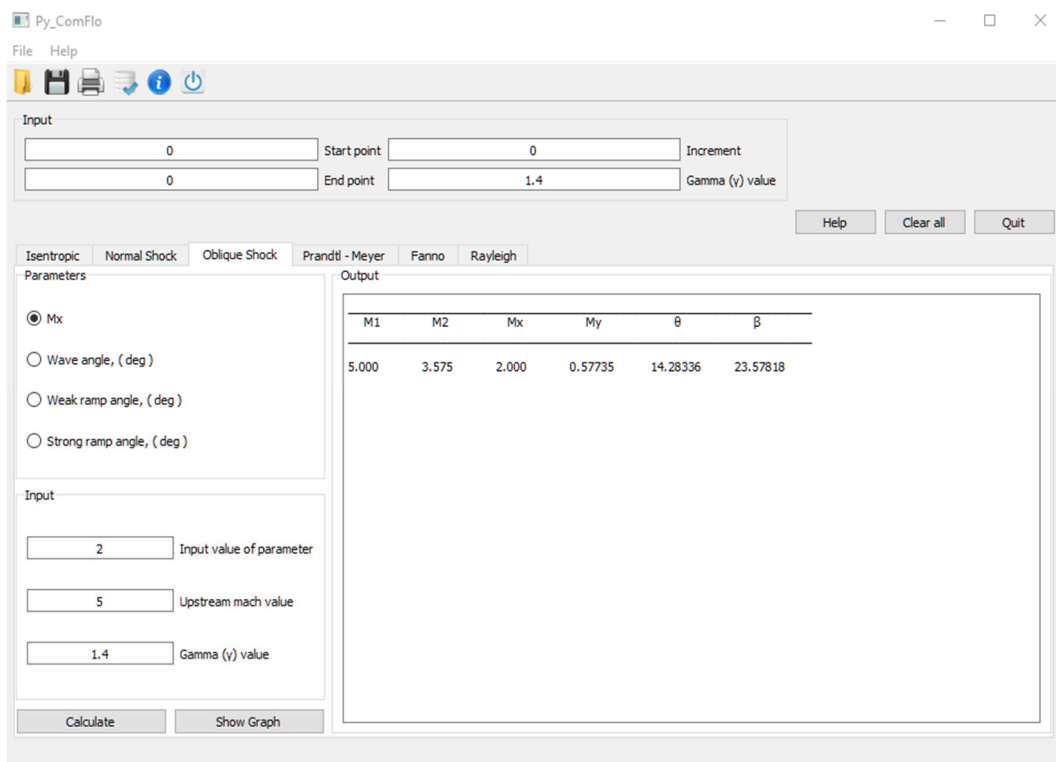
```

4.3.3 Συναρτήσεις wraObliqueShock, sraObliqueShock και ObliqueShock-Graph

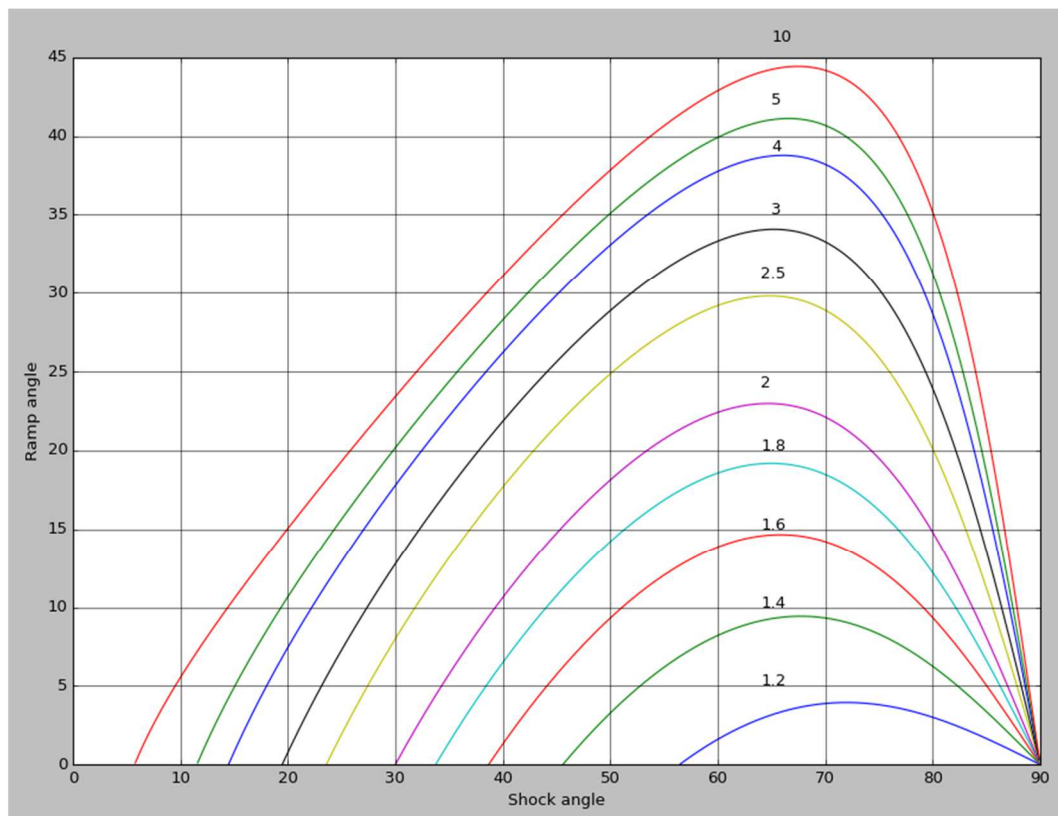
Η γωνία απόκλισης διακρίνεται σε ασθενής και ισχυρή. Η συνάρτηση wraObliqueShock υπολογίζει τα μεγέθη πλαγίων κρουστικών κυμάτων όταν η ασθενής γωνία απόκλισης είναι γνωστή ενώ η συνάρτηση sraObliqueShock χρησιμοποιείται για γνωστή ισχυρή γωνία απόκλισης. Τέλος η συνάρτηση ObliqueShockGraph δημιουργεί το γράφημα της ροής σε πλάγιο κρουστικό κύμα, βλ. Σχήμα 4.3.2.

4.3.4 Παράδειγμα ροής σε πλάγιο κρουστικό κύμα

Το πλαίσιο που χρησιμοποιείται για την εισαγωγή των δεδομένων (Input) βρίσκεται υπό την καρτέλα Oblique Shock και κάτω από το πλαίσιο με τις παραμέτρους (Parameters).



Σχήμα 4.3.1 Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις ροής πλαγίων κρουστικών κυμάτων.



Σχήμα 4.3.2 Γραφική απεικόνιση μεγεθών πλάγιων κρουστικών κυμάτων ($\gamma=1.4$).

4.4 ΡΟΗ PRANDTL-MEYER

Στη ροή Prandtl – Meyer, ενδιαφέρει ο υπολογισμός του λόγου στατικής πίεσης προς την ολική πίεση, η εύρεση της γωνίας Prandtl – Meyer, καθώς και της γωνίας Mach. Ο χρήστης μπορεί να κινηθεί ανάλογα με ποιες τιμές γνωρίζει και συνεπώς οι υπολογισμοί να γίνουν με την κατάλληλη παράμετρο. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται κατά τον υπολογισμό των μεγεθών ροής Prandtl – Meyer είναι τέσσερις :

- machPM
- pressurePM
- machAnglePM
- PMangle

4.4.1 Συνάρτηση machPM

Η συνάρτηση machPM ενεργοποιείται όταν ο χρήστης επιλέγει το ακτινικό κουμπί Mach που εμφανίζεται στην καρτέλα Prandtl – Meyer στο πλαίσιο με τις διαθέσιμες παραμέτρους και υπολογίζει για κάθε αριθμό Mach τον αδιάστατο λόγο στατικής πίεσης προς την ολική πίεση, την γωνία Mach και την γωνία Prandtl – Meyer.

```
conn = sqlite3.connect('PMeyer.db')
c = conn.cursor()
```

```

def create_table():
    c.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS PMeyer(mach REAL , pressure REAL , an-
glen REAL , anglev REAL)")

def delete_previous_values():
    c.execute("DELETE FROM PMeyer")
    conn.commit()
delete_previous_values()

self.floatFunction()

```

Στις δύο πρώτες σειρές της συνάρτησης γίνεται η σύνδεση με τη βάση δεδομένων. Η υποσυνάρτηση που ακολουθεί (`create_table`), δημιουργεί έναν πίνακα με τέσσερις στήλες (`mach`, `pressure`, `anglen` και `anglev`). Στη συνέχεια η υποσυνάρτηση `delete_previous_values` φροντίζει κάθε φορά που ο χρήστης καλεί την συνάρτηση `machPM` να μηδενίζει τα προηγούμενα αποτελέσματα, ώστε να αποθηκευτούν μόνο τα πιο πρόσφατα. Υπενθυμίζεται ότι η συνάρτηση `floatFunction` συγκροτείται από τις ακόλουθες εντολές:

```

global start, end, inc, gam

start = float(self.startBox.text())
end = float(self.endBox.text())
inc = float(self.incBox.text())
end+=inc
gam = float(self.gammaBox.text())

```

και ρόλος της συνάρτησης `floatFunction` είναι να διαβάζει τις τιμές που εισάγει κάθε φορά ο χρήστης. Αυτές οι τιμές είναι το πεδίο στο οποίο θα γίνουν οι υπολογισμοί (`start`, `end`) με συγκεκριμένο βήμα (`inc`) και για δεδομένο γ (`gam`), σε δομή επανάληψης `for`.

```

for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    ma = float(m)
    if ma < 1 or ma > 10 :
        self.ShowPM.setText(" ")
        showError="Mach input has to be 1 <= M <= 10"
        self.ShowPM.setText(showError)
        break

```

Στη πρώτη γραμμή ξεκινάει η δομή επανάληψης `for`, μετά η εντολή `ma = float(m)` διαβάζει τον αριθμό `Mach`. Έπειτα γίνεται έλεγχος της αρχικής τιμής στην τρίτη σειρά του παραπάνω κώδικα, συγκεκριμένα στην ροή `Prandtl – Meyer` μας ενδιαφέρουν τα αποτελέσματα για `Mach` μεγαλύτερα ή ίσα της μονάδας ($Mach \geq 1$), σε κάθε περίπτωση οι επόμενες εντολές φροντίζουν να ενημερώσουν τον χρήστη σε περίπτωση λανθασμένων δεδομένων. Αν οι τιμές είναι εντός του προκαθορισμένου διαστήματος, το πρόγραμμα συνεχίζει στις επόμενες εντολές, που είναι η επίλυση των εξισώσεων της ροής `Prandtl – Meyer` και στην αναπαραγωγή των αποτελεσμάτων.

```

else:

```

```

v = "{0:.3f}".format(float(sqrt((gam+1)/(gam-1))*((degrees(atan(sqrt(((gam-1)/(gam+1))*((ma**2)-1)))))))-(degrees(acos(1/ma))))))
mang = "{0:.3f}".format(float(float(v) + 90 - (sqrt((gam+1)/(gam-1))*((degrees(atan(sqrt(((gam-1)/(gam+1))*((ma**2)-1)))))))))
pspt = "{0:.7f}".format(((1/(gam+1))*(1+cos(radians(2*sqrt((gam-1)/(gam+1))*float(v) + 90 - float(mang))))))*gam/(gam-1))

```

Το πρώτο σύμβολο v , αναφέρεται στην γωνία Prandtl – Meyer, βλ. εξίσωση (36), το επόμενο σύμβολο mang είναι η γωνία Mach και προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης (35) ως προς το μ και το τελευταίο σύμβολο pspt είναι ο λόγος στατικής πίεσης προς την ολική πίεση, βλ. εξίσωση (38).

```

c.execute("INSERT INTO PMeyer (mach , pressure , anglem , anglev) VALUES(?, ?, ?, ?)",(ma , pspt , mang , v ))

showSecond = '%-18s%-18s%-18s%-18s' % ("{0:.3f}".format(ma), pspt, mang, v)

self.ShowPM.append(showSecond)
conn.commit()
create_table()

```

Με την εντολή `c.execute` αποθηκεύονται τα αποτελέσματα στη βάση δεδομένων και η `self.ShowPM.append(showSecond)` εμφανίζει τα αποτελέσματα σε μορφή πίνακα, βλ Σχήμα 4.4.1.

4.4.2 Συνάρτηση pressurePM

Όπως η συνάρτηση machPM έτσι και η pressurePM ενεργοποιείται όταν ο χρήστης πατήσει το ακτινικό κουμπί Pressure, p/pt, όπου πλέον ο χρήστης σαν δεδομένα εισάγει τιμές αδιάστατων λόγων στατικής πίεσης προς την ολική πίεση και το αποτέλεσμα είναι οι αντίστοιχες τιμές των αριθμών Mach, των γωνιών Mach και Prandtl – Meyer. Οι πρώτες εντολές είναι όμοιες με αυτές της συνάρτησης machPM όπου γίνεται η σύνδεση με τη βάση δεδομένων.

```

for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    pspt = float(m)
    if pspt < 0.0000236 or pspt > 0.5282818:
        self.ShowPM.setText(" ")
        showError="Pressure input has to be 0.0000236 <= p/pt <= 0.5282818"
        self.ShowPM.setText(showError)
        break
    else:

```

Στη συνέχεια μέσα στη δομή επανάληψης for η εντολή `pspt = float(m)` διαβάζει τον αδιάστατο λόγο στατικής πίεσης προς την ολική πίεση και σε μία if γίνεται έλεγχος της τιμής.

```

def f(ma):

```

```

return pspt - (((1/(gam+1)) * (1+cos(radians(2*sqrt((gam-
1)/(gam+1)) * (sqrt((gam+1)/(gam-1)) * ((degrees(atan(sqrt(((gam-
1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1)))))))))) * (gam/(gam-1)))
ma = float(bisect(f, 1, 100, xtol=1e-4))

```

Για τον υπολογισμό του αριθμού Mach με δεδομένο το λόγο πιέσεων χρησιμοποιείται η μέθοδος διχοτόμησης και καλείται με την εντολή `bisect`. Μέσα στην παρένθεση (`f`, `1`, `100`, `xtol=1e-4`) η `f` είναι η συνάρτηση μέσα στην οποία εμπεριέχεται η εξίσωση (38) και επιστρέφει τιμές σύμφωνα με το διάστημα που έχει καθοριστεί να ψάχνει λύσεις η `bisect`, στη περίπτωση μας το διάστημα είναι `[1, 100]`. Τέλος με την εντολή `xtol=1e-4` καθορίζεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

```

v = "{0:.3f}".format(float(sqrt((gam+1)/(gam-1)) * ((degrees(atan(sqrt(((gam-
1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1)))))) - ((degrees(acos(1/ma))))))

```

```

mang = "{0:.3f}".format(float(float(v) + 90 - (sqrt((gam+1)/(gam-1)) * ((de-
grees(atan(sqrt(((gam-1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1))))))))

```

Με γνωστό τον αριθμό Mach το πρόγραμμα συνεχίζει με τον υπολογισμό των γωνιών Mach και Prandtl – Meyer, βλ. εξισώσεις (35) και (36) αντίστοιχα.

4.4.3 Συνάρτηση `machAnglePM`

Η συνάρτηση `machAnglePM` υπολογίζει τον αριθμό Mach, τη γωνία Prandtl – Meyer και τον λόγο πιέσεων όταν ο χρήστης εισάγει την τιμή της γωνίας Mach. Όμοια με την συνάρτηση `pressurePM` και εδώ χρησιμοποιείται η μέθοδος διχοτόμησης για την εύρεση του αριθμού Mach. Έπειτα υπολογίζονται τα υπόλοιπα ζητούμενα.

```

def f(ma):
    return mang - 90 + degrees(acos(1/ma))
ma = float(bisect(f, 1, 100, xtol=1e-4))
v = "{0:.3f}".format(float(sqrt((gam+1)/(gam-1)) * ((degrees(atan(sqrt(((gam-
1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1)))))) - ((degrees(acos(1/ma))))))
pspt = "{0:.7f}".format(((1/(gam+1)) * (1+cos(radians(2*sqrt((gam-
1)/(gam+1)) * (float(v) + 90 - float(mang)))))) * (gam/(gam-1)))

```

4.4.4 Συνάρτηση `PMangle`

Η συνάρτηση `PMangle` είναι η τέταρτη και τελευταία συνάρτηση στη Prandtl – Meyer. Σαν δεδομένο δέχεται την γωνία Prandtl – Meyer και έπειτα γίνεται ο υπολογισμός του αριθμού Mach με τη μέθοδο της διχοτόμησης.

```

def f(ma):
    return v - (sqrt((gam+1)/(gam-1)) * ((degrees(atan(sqrt(((gam-
1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1)))))) - ((degrees(acos(1/ma))))))
ma = float(bisect(f, 1, 100, xtol=1e-4))
mang = "{0:.3f}".format(float(float(v) + 90 - (sqrt((gam+1)/(gam-
1)) * ((degrees(atan(sqrt(((gam-1)/(gam+1)) * ((ma**2)-1))))))))
pspt = "{0:.7f}".format(((1/(gam+1)) * (1+cos(radians(2*sqrt((gam-
1)/(gam+1)) * (float(v) + 90 - float(mang)))))) * (gam/(gam-1)))

```

4.4.5 Παράδειγμα ροής Prandtl-Meyer

Έστω ότι θέλουμε για ένα εύρος Mach [1, 3] να βρούμε τις αντίστοιχες λύσεις για τον λόγο πιέσεων, τη γωνία Mach αλλά και Prandtl – Meyer, με βήμα 0.1 και $\gamma = 1.4$. Αρχικά από το πλαίσιο Parameters επιλέγουμε τη παράμετρο Mach. Στη συνέχεια δηλώνουμε τα δεδομένα στο πλαίσιο Input, το οποίο συγκροτείται από τέσσερα κελιά. Στο πρώτο κελί με ονομασία Start point γίνεται η εισαγωγή της αρχικής τιμής με την οποία ξεκινάει το πρόγραμμα τους υπολογισμούς. Έπειτα καθορίζουμε την τελική τιμή End point, όπου το πρόγραμμα σταματάει τους υπολογισμούς. Στο κελί Increment προσθέτουμε το βήμα με το οποίο θα προχωράνε οι υπολογισμοί και στο κελί Gamma (γ) value γίνεται η δήλωση του λόγου ειδικών θερμοτήτων. Τέλος με το κουμπί Calculate το υπολογιστικό εργαλείο εμφανίζει τα αποτελέσματα σε μορφή πίνακα, βλ. Σχήμα 4.4.1.

Στο Παράρτημα Α (σελ.78), δίδονται οι πίνακες ροής Prandtl-Meyer για $\gamma=1.4$ και για αριθμούς Mach από 1 έως 5 με βήμα 0.1 και από 5 έως 10 με βήμα 1, όπως αυτοί υπολογίσθηκαν με την εφαρμογή. Συγκρίνοντας αυτούς με αντίστοιχους από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004) προκύπτει συμφωνία των υπολογισθέντων τιμών για τα όρια της επιλεγείσας στρογγυλοποίησης.

The screenshot shows the Py_ComFlo application window. The 'Input' section has four text boxes: '1' for Start point, '3' for End point, '0.1' for Increment, and '1.4' for Gamma (γ) value. Below the input fields are buttons for 'Help', 'Clear all', and 'Quit'. The 'Parameters' section has radio buttons for 'Mach' (selected), 'Pressure, p/pt', 'Mach angle, μ (deg)', and 'Prandtl-Meyer angle, ν (deg)'. A 'Calculate' button is at the bottom left. The 'Output' section displays a table with the following data:

M	p/pt	μ	ν
1.000	0.5282818	90.000	0.000
1.100	0.4683550	65.380	1.336
1.200	0.4123745	56.442	3.558
1.300	0.3609165	50.285	6.170
1.400	0.3142429	45.585	8.987
1.500	0.2724024	41.810	11.905
1.600	0.2352722	38.682	14.860
1.700	0.2025937	36.032	17.810
1.800	0.1740407	33.749	20.725
1.900	0.1492409	31.757	23.586
2.000	0.1278034	30.000	26.380
2.100	0.1093539	28.437	29.097
2.200	0.0935209	27.035	31.732
2.300	0.0799737	25.772	34.283
2.400	0.0684000	24.625	36.747

Σχήμα 4.4.1: Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις της ροής Prandtl - Meyer.

4.5 ΡΟΗ FANNO

Με τις συναρτήσεις της ροής Fanno υπολογίζονται τα μεγέθη που ορίζονται από τις εξισώσεις του εδαφίου 2.2.5 και αυτές είναι:

- machFANNO
- temperatureFANNO
- staticpFANNO
- totalLowerFANNO
- totalGreaterFANNO
- specificVolFANNO
- fldLowerFANNO
- fldGreaterFANNO
- FANNOgraph

4.5.1 Συνάρτηση machFANNO

Η πρώτη συνάρτηση που συναντάμε είναι η machFANNO, με την οποία ο χρήστης για δεδομένη τιμή αριθμού Mach μπορεί να υπολογίσει τα μεγέθη της ροής Fanno.

```
conn = sqlite3.connect('Fanno.db')
c = conn.cursor()
```

Αρχικά ενεργοποιείται η αλληλεπίδραση του κώδικα με τη βάση δεδομένων, με τα αποτελέσματα να αποθηκεύονται στο αρχείο Fanno.db. Έπειτα με τη δομή επανάληψης for ξεκινάει ο έλεγχος και στη συνέχεια η αναπαραγωγή αποτελεσμάτων.

```
for m in floatRange.frange(start,end,inc):

    ma = float(m)
    if ma < 0.1 or ma > 10:
        self.ShowFanno.setText(" ")
        showError="Mach input has to be 0.1 <= pt2/pt1 <= 10"
        self.ShowFanno.setText(showError)
        break
    else:
        tstc = "{0:.5f}".format((gam + 1)/(2+(gam-1)*(ma**2)))
        pspsc = "{0:.5f}".format((((sqrt((gam+1)/(2+(gam-1)*(ma**2)))))/ma)
        ptptc = "{0:.3f}".format(((2+(gam-
1)*(ma**2)))/(gam+1))**((gam+1)/(2*(gam-1))))/ma)
        uuc = "{0:.5f}".format(ma*(sqrt((gam + 1)/(2+(gam-1)*(ma**2))))))
        fld = "{0:.5f}".format((1/gam)*((1/(ma**2))-1) +
((gam+1)/(2*gam))*log(((gam+1)/2)*(ma**2)/(1+((gam-1)/2)*(ma**2))))
```

Η επίλυση των εξισώσεων, βλ. εξισώσεις (39), (46), (43), (44), (47), ξεκινάει μετά την εντολή else.

4.5.2 Συνάρτηση temperatureFANNO

Η συνάρτηση temperatureFANNO δέχεται σαν δεδομένα τιμές του αδιάστατου λόγου στατικής θερμοκρασίας προς την αντίστοιχη κρίσιμη και με αυτήν σαν παράμετρο γίνονται οι υπολογισμοί των υπόλοιπων μεγεθών, αφού πρώτα με την μέθοδο της διχοτόμησης βρεθεί ο αριθμός Mach.

```
def f(ma):
    return tstc - ((gam + 1)/(2+(gam-1)*(ma**2)))
ma = float(bisect(f, 0.1, 10, xtol= 1e-5))

pspsc = "{0:.5f}".format((((sqrt((gam+1)/(2+(gam-1)*(ma**2)))))/ma)
ptptc = "{0:.3f}".format((((2+((gam-1)*(ma**2)))/(gam+1))**((gam+1)/(2*(gam-1))))/ma)
uuc = "{0:.5f}".format(ma*(sqrt((gam + 1)/(2+(gam-1)*(ma**2))))))
fld = "{0:.5f}".format((1/gam)*((1/(ma**2))-1) +
((gam+1)/(2*gam))*log((((gam+1)/2)*(ma**2))/(1+((gam-1)/2)*(ma**2))))
```

4.5.3 Συνάρτηση staticpFANNO

Όμοια η συνάρτηση staticpFANNO δέχεται σαν δεδομένα τιμές του αδιάστατου λόγου στατικής πίεσης προς την αντίστοιχη κρίσιμη για τον υπολογισμό των μεγεθών ροής Fanno.

4.5.4 Συναρτήσεις totalLowerFANNO, totalGreaterFANNO

Τα μεγέθη του αδιάστατου λόγου ολικής πίεσης προς την αντίστοιχη κρίσιμη διακρίνονται σε δύο συναρτήσεις, την totalLowerFANNO και totalGreaterFANNO. Η πρώτη χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό υποηχητικών μεγεθών ($0.1 < \text{Mach} < 1$)

```
def f(ma):
    return ptptc - (((2+((gam-1)*(ma**2)))/(gam+1))**((gam+1)/(2*(gam-1))))/ma)
ma = float(bisect(f, 0.1, 1, xtol= 1e-5))
```

ενώ η δεύτερη για τον υπολογισμό υπερηχητικών μεγεθών ροής Fanno ($\text{Mach} > 1$).

```
def f(ma):
    return ptptc - (((2+((gam-1)*(ma**2)))/(gam+1))**((gam+1)/(2*(gam-1))))/ma)
ma = float(bisect(f, 1, 10, xtol= 1e-5))
```

4.5.5 Συνάρτηση specificVolFANNO

Όταν είναι γνωστός ο λόγος της ταχύτητας ροής προς την κρίσιμη ταχύτητα, τότε χρησιμοποιείται η συνάρτηση specificVolFANNO για την εύρεση των μεγεθών ροής Fanno.

4.5.6 Συναρτήσεις fldLowerFANNO, fldGreaterFANNO και FANNOgraph

Για γνωστή τιμή του κρίσιμου μήκους όταν η ροή είναι υποηχητική χρησιμοποιείται η συνάρτηση fldLowerFANNO,

```
def f(ma):
    return fld - ((1/gam)*(1/(ma**2))-1) +
    ((gam+1)/(2*gam))*log(((gam+1)/2)*(ma**2)/(1+((gam-1)/2)*(ma**2)))
ma = float(bisect(f, 0.1, 1, xtol=1e-5))
```

αντίθετα στη περίπτωση της υπερηχητικής ροής η συνάρτηση fldGreaterFANNO.

```
def f(ma):
    return fld - ((1/gam)*(1/(ma**2))-1) +
    ((gam+1)/(2*gam))*log(((gam+1)/2)*(ma**2)/(1+((gam-1)/2)*(ma**2)))
ma = float(bisect(f, 1, 10, xtol=1e-5))
```

Τέλος ρόλος της συνάρτησης FANNOgraph είναι να διαβάζει τα αποτελέσματα από τη βάση δεδομένων και να τα εμφανίζει σε γράφημα, βλ. Σχήμα 4.5.2.

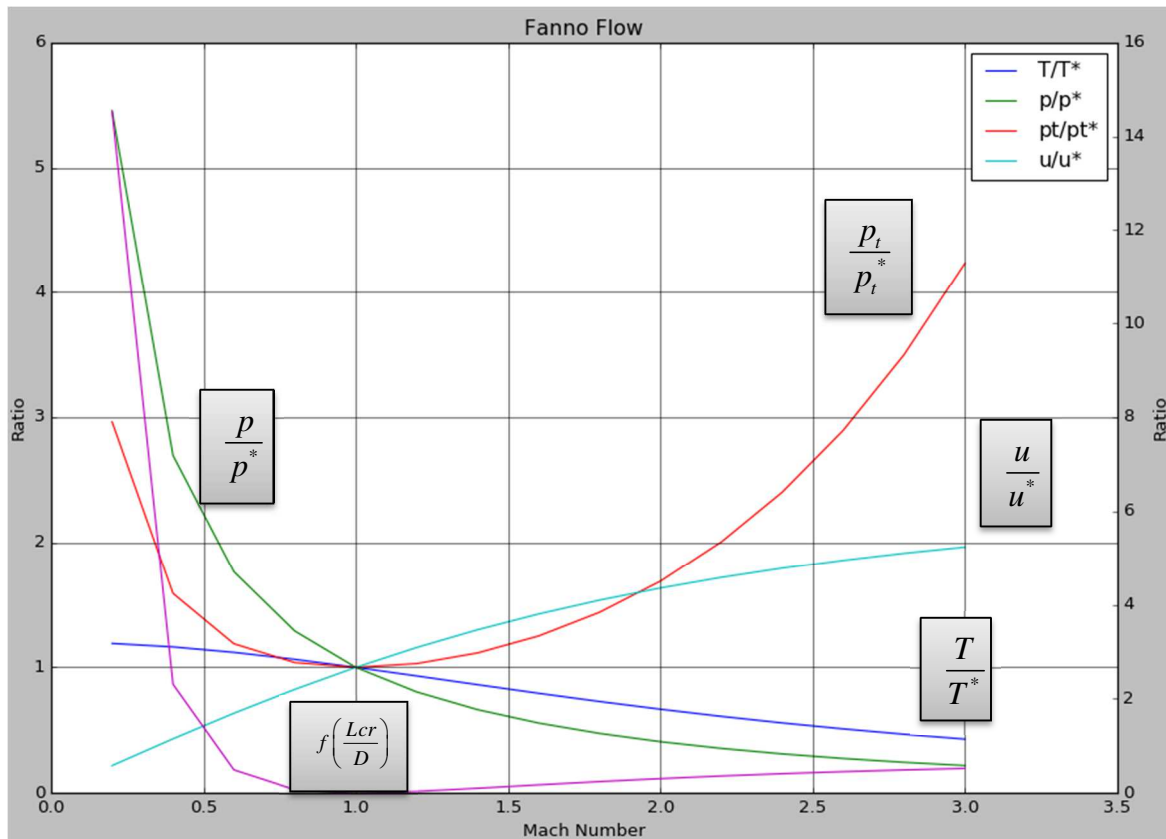
4.5.7 Παράδειγμα ροής Fanno

Στο παρακάτω παράδειγμα, βλ. Σχήμα 4.5.1, βλέπουμε αποτελέσματα ροής Fanno για αριθμό Mach 0.1 έως 3 και με βήμα 0.1, αντίστοιχα παρουσιάζεται και το γράφημα των αποτελεσμάτων, βλ. Σχήμα 4.5.2.

The screenshot shows the Py_ComFlo application window. The 'Input' section has the following values: Start point: 0.1, End point: 3, Increment: 0.1, Gamma (γ) value: 1.4. The 'Parameters' section has 'Mach' selected. The 'Output' section displays a table of results for the Fanno flow model.

M	T/T*	p/p*	pt/pt*	u/u*	f(Lcr/D)
0.100	1.19760	10.94351	5.822	0.10944	66.92156
0.200	1.19048	5.45545	2.964	0.21822	14.53327
0.300	1.17878	3.61906	2.035	0.32572	5.29925
0.400	1.16279	2.69582	1.590	0.43133	2.30849
0.500	1.14286	2.13809	1.340	0.53452	1.06906
0.600	1.11940	1.76336	1.188	0.63481	0.49082
0.700	1.09290	1.49345	1.094	0.73179	0.20814
0.800	1.06383	1.28928	1.038	0.82514	0.07229
0.900	1.03270	1.12913	1.009	0.91460	0.01451
1.000	1.00000	1.00000	1.000	1.00000	0.00000
1.100	0.96618	0.89359	1.008	1.08124	0.00994
1.200	0.93168	0.80436	1.030	1.15828	0.03364
1.300	0.89686	0.72848	1.066	1.23114	0.06483
1.400	0.86207	0.66320	1.115	1.29987	0.09974
1.500	0.82759	0.60648	1.176	1.36458	0.13605
1.600	0.79365	0.55679	1.250	1.42539	0.17236
1.700	0.76046	0.51297	1.338	1.48247	0.20780
1.800	0.72816	0.47407	1.439	1.53598	0.24189
1.900	0.69686	0.43936	1.555	1.58609	0.27433
2.000	0.66667	0.40825	1.688	1.63299	0.30500
2.100	0.63762	0.38024	1.837	1.67687	0.33385
2.200	0.60976	0.35494	2.005	1.71791	0.36091
2.300	0.58309	0.33200	2.193	1.75629	0.38623
2.400	0.55762	0.31114	2.403	1.79218	0.40989

Σχήμα 4.5.1 Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις της ροής Fanno.



Σχήμα 4.5.2 Γραφική απεικόνιση μεγεθών ροής Fanno ($\gamma=1.4$).

Στο Παράρτημα Α (σελ.81), δίδονται οι πίνακες ροής Fanno για $\gamma=1.4$ και για αριθμούς Mach από 1 έως 10 με βήμα 0.1, όπως αυτοί υπολογίσθηκαν με την εφαρμογή. Συγκρίνοντας αυτούς με αντίστοιχους από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004) προκύπτει συμφωνία των υπολογισθέντων τιμών για τα όρια της επιλεγείσας στρογγυλοποίησης.

4.6 ΡΟΗ RAYLEIGH

Με τις συναρτήσεις της ροής Fanno υπολογίζονται τα μεγέθη που ορίζονται από τις εξισώσεις του εδαφίου 2.2.6 και αυτές είναι:

- machRAYLEIGH
- totalLowerTempRAYLEIGH
- totalGreaterTempRAYLEIGH
- lowerTempRAYLEIGH
- greaterTempRAYLEIGH
- pressureRAYLEIGH
- totalLowerPressureRAYLEIGH
- totalGreaterPressureRAYLEIGH

- specificVolRAYLEIGH
- RAYLEIGHgraph

4.6.1 Συνάρτηση machRAYLEIGH

Όπως όλες οι παραπάνω συναρτήσεις που δέχονται σαν δεδομένα τον αριθμό Mach έτσι και η συνάρτηση machRAYLEIGH υπολογίζει τα μεγέθη της ροής Rayleigh με παράμετρο τον αριθμό Mach.

```
conn = sqlite3.connect('Rayleigh.db')
c = conn.cursor()
```

Πρώτα γίνεται η σύνδεση του κώδικα με το αρχείο Rayleigh.db της βάσης δεδομένων μέσω της εντολής `conn = sqlite3.connect`. Έπειτα μέσα στο αρχείο δημιουργείται ένας πίνακας για την αποθήκευση των αποτελεσμάτων.

```
for m in floatRange.frange(start,end,inc):
    ma = float(m)
    if ma > 10 or ma < 0:
        self.ShowRayleigh.setText(" ")
        showError="Mach input has to be 0 <= M <= 10"
        self.ShowRayleigh.setText(showError)
        break
```

Με την δομή επανάληψης `for` διαβάζονται οι τιμές που εισάγει ο χρήστης. Με μία `if` γίνεται ο έλεγχος των τιμών και αν δεν είναι σωστός με την εντολή `self.ShowRayleigh.setText(" ")` καθαρίζεται το πλαίσιο Output από τυχόν προηγούμενα αποτελέσματα που παρέμειναν, έτσι ώστε να εμφανιστεί κατάλληλο μήνυμα για το εύρος τιμών που δέχεται η συνάρτηση machRAYLEIGH.

```
else:
    ttc = "{0:.5f}".format(2*(gam+1)*(1+((gam-
1)/2)*(ma**2))*(ma**2)*((1+(gam*(ma**2)))**(-2)))
    tstc = "{0:.5f}".format((((gam+1)**2)*(ma**2))/((1+(gam*(ma**2)))**2))
    pspsc = "{0:.5f}".format((gam+1)/(1+gam*(ma**2)))
    ptptc = "{0:.3f}".format(((gam+1)/(1+(gam*(ma**2))))*((1+((gam-
1)/2)*(ma**2))/((gam+1)/2)**(gam/(gam-1))))
    uuc = "{0:.5f}".format(((gam+1)*(ma**2))/(1+(gam*(ma**2))))
```

Σε περίπτωση που έχει γίνει εισαγωγή σωστών δεδομένων ο κώδικας προχωρά στην επίλυση των εξισώσεων της ροής Rayleigh, βλ. εξισώσεις (55), (56), (57), (54) και (58) αντίστοιχα.

4.6.2 Συναρτήσεις totalLowerTempRAYLEIGH, totalGreaterTempRAYLEIGH

Με τις συναρτήσεις totalLowerTempRAYLEIGH και totalGreaterTempRAYLEIGH ο χρήστης εισάγει σαν δεδομένα τους αδιάστατους λόγους ολικής θερμοκρασίας προς την

αντίστοιχη κρίσιμη. Με την πρώτη συνάρτηση όμως να χρησιμοποιείται για υποηχητικά μεγέθη της ροής Rayleigh.

```
def f(ma):
    return ttc - (2*(gam+1)*(1+((gam-
1)/2)*(ma**2))*(ma**2)*((1+(gam*(ma**2)))**(-2)))
ma = float(bisect(f, 0, 1, xtol= 1e-5))
```

Όπως θα παρατηρήσει κανείς στο παραπάνω τμήμα του κώδικα η συνάρτηση `def f(ma)`, (με `def` αρχίζουν όλες οι συναρτήσεις στην γλώσσα προγραμματισμού Python) επιστρέφει τιμές για το διάστημα $[0, 1]$, κάνοντας χρήση της μεθόδου διχοτόμησης.

```
def f(ma):
    return ttc - (2*(gam+1)*(1+((gam-
1)/2)*(ma**2))*(ma**2)*((1+(gam*(ma**2)))**(-2)))
ma = float(bisect(f, 1, 10, xtol= 1e-5))
```

Όμοια η δεύτερη συνάρτηση χρησιμοποιείται για των υπολογισμό υπερηχητικών μεγεθών.

4.6.3 Συναρτήσεις `lowerTempRAYLEIGH`, `greaterTempRAYLEIGH`

Οι συναρτήσεις `lowerTempRAYLEIGH` και `greaterTempRAYLEIGH` μοιάζουν αρκετά στις δύο προαναφερθέντες, και οι δύο δέχονται τιμές από αδιάστατους λόγους στατικής θερμοκρασίας προς κρίσιμη στατική θερμοκρασία. Η πρώτη αξιοποιείται για υποηχητικά και η δεύτερη για υπερηχητικά μεγέθη.

```
def f(ma):
    return tstc - (((gam+1)**2)*(ma**2))/((1+(gam*(ma**2)))**2)
ma = float(bisect(f, 0, 1, xtol= 1e-5))
```

αντίστοιχα

```
def f(ma):
    return tstc - (((gam+1)**2)*(ma**2))/((1+(gam*(ma**2)))**2)
ma = float(bisect(f, 1, 10, xtol= 1e-5))
```

4.6.4 Συνάρτηση `pressureRAYLEIGH`

Η συνάρτηση `pressureRAYLEIGH` χρησιμοποιείται για την εύρεση μεγεθών ροής Rayleigh όταν είναι γνωστός ο λόγος στατικής πίεσης προς την κρίσιμη στατική πίεση.

4.6.5 Συναρτήσεις `totalLowerPressureRAYLEIGH`, `totalGreaterPressureRAYLEIGH`

Η συνάρτηση `totalLowerPressureRAYLEIGH` χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό υποηχητικών μεγεθών για γνωστό λόγο ολικής πίεσης προς την αντίστοιχη κρίσιμη.

```
def f(ma):
```

```

    return ptptc - (((gam+1)/(1+(gam*(ma**2))))*((1+((gam-
1)/2)*(ma**2))/((gam+1)/2)**(gam/(gam-1))))
ma = float (bisection(f , 0 , 1 , xtol= 1e-5))

```

Ενώ η totalGreaterPressureRAYLEIGH για υπερηχητικά μεγέθη.

```

def f(ma):
    return ptptc - (((gam+1)/(1+(gam*(ma**2))))*((1+((gam-
1)/2)*(ma**2))/((gam+1)/2)**(gam/(gam-1))))
ma = float (bisection(f , 1 , 10 , xtol= 1e-5))

```

4.6.6 Συνάρτηση specificVolRAYLEIGH

Για γνωστό λόγο ταχύτητας ροής προς την κρίσιμη ταχύτητα, οι υπολογισμοί των μεγεθών της ροής γίνονται με την συνάρτηση specificVolRAYLEIGH.

```

def f(ma):
    return uuc - (((gam+1)*(ma**2))/(1+(gam*(ma**2))))
ma = float (bisection(f , 0 , 10 , xtol= 1e-5))

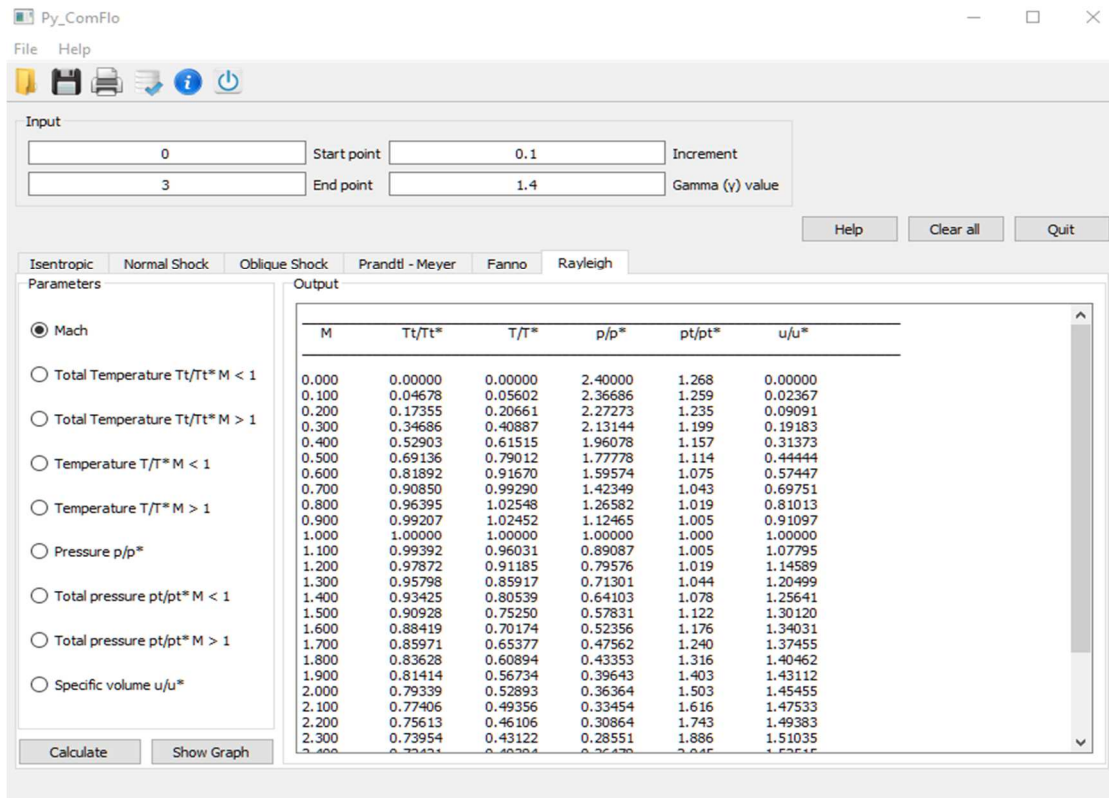
```

4.6.7 Συνάρτηση RAYLEIGHgraph

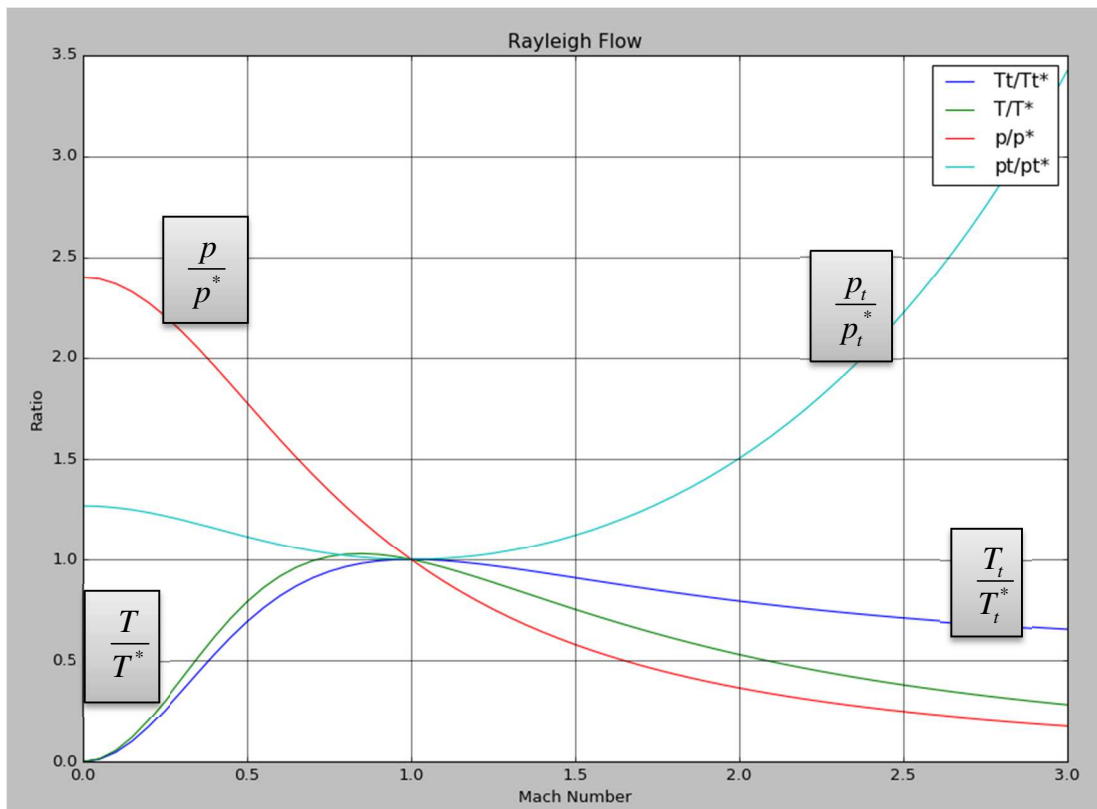
Τέλος η συνάρτηση RAYLEIGHgraph διαβάζει από τη βάση δεδομένων τα τελευταία αποτελέσματα και όταν ο χρήστης επιθυμεί με το κουμπί Show Graph εμφανίζεται το γράφημα των μεγεθών της ροής Rayleigh, βλ. Σχήμα 4.6.2.

4.6.8 Παράδειγμα ροής Rayleigh

Παρακάτω δίνεται ένα παράδειγμα υπολογισμού των μεγεθών της ροής Rayleigh με το υπολογιστικό εργαλείο Py-ComFlo.



Σχήμα 4.6.1 Περιβάλλον αλληλεπίδρασης με τις συναρτήσεις της ροής Rayleigh.



Σχήμα 4.6.2 Γραφική απεικόνιση μεγεθών ροής Rayleigh ($\gamma=1.4$).

Στο Παράρτημα Α (σελ.85), δίδονται οι πίνακες ροής Rayleigh για $\gamma=1.4$ και για αριθμούς Mach από 1 έως 5 με βήμα 0.1 και από 5 έως 10 με βήμα 0.5, όπως αυτοί υπολογίσθηκαν με την εφαρμογή. Συγκρίνοντας αυτούς με αντίστοιχους από τη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004) προκύπτει συμφωνία των υπολογισθέντων τιμών για τα όρια της επιλεγείσας στρογγυλοποίησης.

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε η εφαρμογή Py-ComFlo μέσω της οποίας ο χρήστης της μπορεί μέσω εύχρηστου γραφικού περιβάλλοντος να υπολογίσει τα μεγέθη ροής σε εφαρμογές μόνιμων μονοδιάστατων ροών για τις περιπτώσεις:

- α) Ισεντροπικής ροής,
- β) ροής δια μέσου καθέτου κρουστικού κύματος,
- γ) ροής δια μέσου πλαγίου κρουστικού κύματος,
- δ) ροής Prandtl-Meyer,
- ε) ροής Fanno και
- στ) ροής Rayleigh.

Το υπολογιστικό εργαλείο Py-ComFlo παρέχει τη δυνατότητα γραφικής απεικόνισης των υπολογισθέντων παραμέτρων ροής και επιπρόσθετα επιτρέπει τη δημιουργία πινάκων συμπεστές ροής και την εξαγωγή τους σε αρχείο προκειμένου να χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα για περαιτέρω επεξεργασία ή να ενσωματωθούν σε κάποιο διδακτικό σύγγραμμα ή εγχειρίδιο. Η εφαρμογή έχει ελεγχθεί διεξοδικά ως προς την ακρίβεια των υπολογισμών συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από αυτή με αντίστοιχα που συναντώνται στη βιβλιογραφία (Ames Research Staff, 1953; Rathakrishnan, 2004; Φιλίος, n.d.) αλλά και από άλλες εφαρμογές (“Aerodynamics for Students | Resources | Compressible Flow Calculator,” n.d., “Aerodynamics for Students | Resources | Normal Shock Wave Calculations,” n.d., “Compressible Flow Toolbox,” n.d.-a; Devenport, 2014).

Η εφαρμογή έχει αναπτυχθεί στη γλώσσα προγραμματισμού η Python που αποτελεί παράδειγμα ελεύθερου λογισμικού και λογισμικού ανοικτού κώδικα (ΕΛΛΑΚ) και η οποία συνδυάζει την απλότητα, την ευκολία στην εκμάθηση και τη φορητότητα μεταξύ διαφορετικών λειτουργικών συστημάτων. Ιδιαίτερα η ευκολία στη μάθηση επιβεβαιώνεται με την εκπόνηση της εργασίας καθώς ο συγγραφέας της εργασίας δεν γνώριζε την Python κατά την έναρξη της πτυχιακής εργασίας.

Η εφαρμογή ως εργαλείο στοχεύει να υποστηρίξει τη διδασκαλία και τη μελέτη του μαθήματος της μηχανικής των ρευστών ή της αεροδυναμικής δίχως εμπόδια που αφορούν τα δικαιώματα χρήσης εμπορικών λογισμικών, θα πρέπει να αναπτυχθεί σε γλώσσα προγραμματισμού ανοικτού λογισμικού.

Ως προοπτική περαιτέρω εξέλιξης του υπολογιστικού εργαλείου είναι ο εμπλουτισμός του με προσομοιωτές, όπως:

- Ροή σε ακροφύσιο Laval
- Υπερηχητική ροή σε επίπεδη πλάκα

- Υπερηχητική ροή σε αεροτομή
- Υπερηχητική ροή στο στόμιο εισαγωγής στροβιλοκινητήρα
- Αδιαβατική ροή συμπιεστής ροής σε ευθύγραμμο αγωγό
- Διαβατική ροή μη συνεκτικής ροής σε ευθύγραμμο αγωγό

6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Aerodynamics for Students | Resources | Compressible Flow Calculator. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.aerodynamics4students.com/table3.php>
2. Aerodynamics for Students | Resources | Normal Shock Wave Calculations. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.aerodynamics4students.com/table5.php>
3. Aerodynamics for Students | Resources | Oblique Shock Wave Calculations. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.aerodynamics4students.com/table9.php>
4. Aerospaceweb.org | Compressible Flow Calculator. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.aerospaceweb.org/design/scripts/compress.shtml>
5. Ames Research Staff. (1953). *Equations, tables, and charts for compressible flow* (No. NACA report 1135). Moffet Field, Calif. Retrieved from https://www.nasa.gov/sites/default/files/734673main_Equations-Tables-Charts-CompressibleFlow-Report-1135.pdf
6. Anaconda. (n.d.). Retrieved October 28, 2017, from <https://www.anaconda.com/>
7. Anderson, John D., & Anderson, J. D. (2011). *Fundamentals of aerodynamics* (5th ed). New York: McGraw-Hill.
8. Anderson, John David. (2003). *Modern compressible flow: with historical perspective* (3. ed., internat. ed). Boston, Mass.: McGraw-Hill.
9. Bertin, J. J., Cummings, R. M., & Venkata Reddy, P. (2014). *Aerodynamics for engineers* (6. ed., international ed). Boston, Mass.: Pearson.
10. Çengel, Y. A. (2010). *Fluid Mechanics*. Tata McGraw Hill Education Private.
11. compressible flow gas table modules for Python — Ubuntu Apps Directory. (n.d.). Retrieved September 22, 2017, from <https://apps.ubuntu.com/cat/applications/natty/python-gastables/>
12. Compressible Flow Relations - File Exchange - MATLAB Central. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/48300-compressible-flow-relations>
13. Compressible Flow Toolbox. (n.d.-a). Retrieved September 22, 2017, from <https://www.grc.nasa.gov/www/cdtb/software/compressflowtoolkit.html>
14. Compressible Flow Toolbox. (n.d.-b). Retrieved October 26, 2017, from <https://software.nasa.gov/software/LEW-17898-1>
15. Delphi: Software Overview - Embarcadero. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://www.embarcadero.com/products/delphi>

16. Devenport, W. J. (2014). Compressible Aerodynamics Calculator [Compressible Aerodynamics Calculator]. Retrieved September 21, 2017, from <http://www.dept.aoe.vt.edu/~devenpor/aoe3114/calc.html>
17. Download the VuCalc Program. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.pdas.com/vucalcdownload.html>
18. ENGINEERING.com | Isentropic Flow Relations Calculator. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from http://www.engineering.com/calculators/isentropic_flow_relations.htm
19. ENGINEERING.com | Normal Flow Relations Calculator. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from http://www.engineering.com/calculators/Normal_flow_relations.htm
20. ENGINEERING.com | Oblique Flow Relations Calculator. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from http://www.engineering.com/calculators/oblique_flow_relations.htm
21. Guo, J. (n.d.). Subject guides: Referencing and Citation Styles: APA 6th. Retrieved October 28, 2017, from <http://libguides.library.usyd.edu.au/c.php?g=508212&p=3476096>
22. Hodge, B. K. (2011). Mathcad Applications for Generalized One-Dimensional Compressible Flow. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, 39(2), 139–163. <https://doi.org/10.7227/IJMEE.39.2.5>
23. Houghton, E. L., Carpenter, P. W., Collicott, S. H., & Valentine, D. T. (2016). *Aerodynamics for Engineering Students*. Butterworth-Heinemann.
24. Java SE Runtime Environment 8 - Downloads. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/downloads/jre8-downloads-2133155.html>
25. Liepmann, H. W., & Roshko, A. (1957). *Elements of Gasdynamics*. Courier Corporation.
26. MATLAB - MathWorks. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>
27. Melcher, K. J. (2006). *User Guide for Compressible Flow Toolbox Version 2.1 for Use With MATLAB® Version 7* (Technical Memorandum No. NASA TM—2006-214086). Washington, DC: National Aeronautics and Space Administration. Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20060008908.pdf>
28. N.O.A.A., N.A.S.A., U.S.A.F. (1976). U. S. Standard Atmosphere 1976. U. S. Government Printing Office, Washington, DC. Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19770009539.pdf>
29. Oosthuizen, P. H., & Carscallen, W. E. (2013). *Introduction to Compressible Fluid Flow, Second Edition*. Taylor & Francis.

-
30. Palmer, J., Ramsden, K., & Goodger, E. (1987). *Compressible Flow Tables for Engineers*. London: Macmillan Education UK. <https://doi.org/10.1007/978-1-349-09724-1>
 31. PTC Mathcad | PTC. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://www.ptc.com/en/products/mathcad>
 32. Public Domain Aeronautical Software (PDAS). (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://www.pdas.com/index.html>
 33. python-gastables. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://code.google.com/archive/p/python-gastables/>
 34. python-gastables download | SourceForge.net. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <https://sourceforge.net/projects/gastables/?source=directory>
 35. Rathakrishnan, E. (2004). *Gas Tables (Revised)*. Universities Press.
 36. Shapiro, A. H. (1953). *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow* (Vol. 1). Ronald Press Co.
 37. Shapiro, A. H. (1954). *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow* (Vol. 2). Ronald Press Co.
 38. Ubuntu 11.04. (n.d.). Retrieved October 27, 2017, from <http://old-releases.ubuntu.com/releases/11.04/>
 39. Vishnu, A. (2016). *caeroc: Compressible Aerodynamics Calculator for Python*. Python. Retrieved from <https://github.com/ashwinvis/caeroc> (Original work published May 22, 2015)
 40. vuCalc - A Compressible Flow Calculator. (n.d.). Retrieved August 1, 2017, from <http://www.pdas.com/vucalc.html>
 41. Wassgren, C. (n.d.). CompressibleFlowTables. Retrieved October 27, 2017, from <https://engineering.purdue.edu/~wassgren/notes/>
 42. Welcome to Python.org. (n.d.). Retrieved from <https://www.python.org/>
 43. White, F. M. (2011). *Fluid Mechanics*. McGraw Hill.
 44. Yahya, S. M. (2006). *Gas Tables for Compressible Flow Calculations*. New Age International.
 45. Young, D. F., Munson, B. R., & Okiishi, T. H. (2010). *A Brief Introduction To Fluid Mechanics, 5th Edition*. John Wiley & Sons.
 46. Zotero | Home. (n.d.). Retrieved August 18, 2017, from <https://www.zotero.org/>
 47. Zucker, R. D., & Biblarz, O. (2002). *Fundamentals of gas dynamics* (2nd ed). Hoboken, N.J: J. Wiley.
 48. Νώτης, Ι. (1997). *Πίνακες και διαγράμματα για υπολογισμούς συμπιεστής ροής* (Πτυχιακή εργασία). ΑΣΕΤΕΜ/ΣΕΛΕΤΕ.

49. Φιλίος, Α. (n.d.). Μονοδιάστατη συμπιεστή ροή. In *Μηχανική των Ρευστών* (Υπό έκδοση).

7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

7.1 ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ($\gamma=1.4$)

M	T/T_t	p/p_t	ρ/ρ_t	q/p	q/p_t	u/a^*	A^*/A
0.000	1.00000	1.00000	1.00000	0.00	0.00000	0.0000	0.00000
0.100	0.99800	0.99303	0.99502	0.01	0.00695	0.1094	0.17177
0.200	0.99206	0.97250	0.98028	0.03	0.02723	0.2182	0.33744
0.300	0.98232	0.93947	0.95638	0.06	0.05919	0.3257	0.49138
0.400	0.96899	0.89561	0.92427	0.11	0.10031	0.4313	0.62888
0.500	0.95238	0.84302	0.88517	0.17	0.14753	0.5345	0.74636
0.600	0.93284	0.78400	0.84045	0.25	0.19757	0.6348	0.84161
0.700	0.91075	0.72093	0.79158	0.34	0.24728	0.7318	0.91377
0.800	0.88652	0.65602	0.73999	0.45	0.29390	0.8251	0.96318
0.900	0.86059	0.59126	0.68704	0.57	0.33524	0.9146	0.99121
1.000	0.83333	0.52828	0.63394	0.70	0.36980	1.0000	1.00000
1.100	0.80515	0.46835	0.58170	0.85	0.39670	1.0812	0.99214
1.200	0.77640	0.41238	0.53114	1.01	0.41568	1.1583	0.97046
1.300	0.74738	0.36091	0.48290	1.18	0.42696	1.2311	0.93782
1.400	0.71839	0.31424	0.43742	1.37	0.43114	1.2999	0.89692
1.500	0.68966	0.27240	0.39498	1.57	0.42903	1.3646	0.85022
1.600	0.66138	0.23527	0.35573	1.79	0.42161	1.4254	0.79985
1.700	0.63371	0.20259	0.31969	2.02	0.40985	1.4825	0.74760
1.800	0.60680	0.17404	0.28682	2.27	0.39472	1.5360	0.69494
1.900	0.58072	0.14924	0.25699	2.53	0.37713	1.5861	0.64298
2.000	0.55556	0.12780	0.23005	2.80	0.35785	1.6330	0.59259
2.100	0.53135	0.10935	0.20580	3.09	0.33757	1.6769	0.54438
2.200	0.50813	0.09352	0.18405	3.39	0.31685	1.7179	0.49876
2.300	0.48591	0.07997	0.16458	3.70	0.29614	1.7563	0.45597
2.400	0.46468	0.06840	0.14720	4.03	0.27579	1.7922	0.41613

M	T/T_t	p/p_t	ρ/ρ_t	q/p	q/p_t	u/a^*	A^*/A
2.500	0.44444	0.05853	0.13169	4.38	0.25606	1.8257	0.37926
2.600	0.42517	0.05012	0.11787	4.73	0.23715	1.8571	0.34531
2.700	0.40683	0.04295	0.10557	5.10	0.21917	1.8865	0.31417
2.800	0.38941	0.03685	0.09463	5.49	0.20222	1.9140	0.28570
2.900	0.37286	0.03165	0.08489	5.89	0.18633	1.9398	0.25976
3.000	0.35714	0.02722	0.07623	6.30	0.17151	1.9640	0.23615
3.200	0.32808	0.02023	0.06165	7.17	0.14499	2.0079	0.19528
3.400	0.30193	0.01512	0.05009	8.09	0.12239	2.0466	0.16172
3.600	0.27840	0.01138	0.04089	9.07	0.10328	2.0808	0.13423
3.800	0.25720	0.00863	0.03355	10.11	0.08722	2.1111	0.11172
4.000	0.23810	0.00659	0.02766	11.20	0.07376	2.1381	0.09329
4.200	0.22085	0.00506	0.02292	12.35	0.06251	2.1622	0.07818
4.400	0.20525	0.00392	0.01909	13.55	0.05309	2.1837	0.06575
4.600	0.19113	0.00305	0.01597	14.81	0.04521	2.2030	0.05550
4.800	0.17832	0.00239	0.01343	16.13	0.03861	2.2204	0.04703
5.000	0.16667	0.00189	0.01134	17.50	0.03308	2.2361	0.04000
5.500	0.14184	0.00107	0.00758	21.17	0.02276	2.2691	0.02712
6.000	0.12195	0.00063	0.00519	25.20	0.01596	2.2953	0.01880
6.500	0.10582	0.00039	0.00364	29.57	0.01140	2.3163	0.01331
7.000	0.09259	0.00024	0.00261	34.30	0.00829	2.3333	0.00960
7.500	0.08163	0.00016	0.00190	39.38	0.00612	2.3474	0.00705
8.000	0.07246	0.00010	0.00141	44.80	0.00459	2.3591	0.00526
8.500	0.06472	0.00007	0.00107	50.57	0.00349	2.3689	0.00398
9.000	0.05814	0.00005	0.00082	56.70	0.00269	2.3772	0.00306
9.500	0.05249	0.00003	0.00063	63.17	0.00209	2.3843	0.00237
10.000	0.04762	0.00002	0.00049	70.00	0.00165	2.3905	0.00187

7.2 ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕΤΟ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟ ΚΥΜΑ ($\gamma=1.4$)

M_1	M_2	p_2/p_1	ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_{11}	p_2/p_{12}	p_{12}/p_{11}	p_1/p_{12}
1.000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.5283	0.5283	1.0000	0.5283
1.020	0.9805	1.0471	1.0334	1.0132	0.5403	0.5403	1.0000	0.5160
1.040	0.9620	1.0952	1.0671	1.0263	0.5519	0.5519	0.9999	0.5039
1.060	0.9444	1.1442	1.1009	1.0393	0.5628	0.5630	0.9998	0.4920
1.080	0.9277	1.1941	1.1349	1.0522	0.5732	0.5736	0.9994	0.4803
1.100	0.9118	1.2450	1.1691	1.0649	0.5831	0.5837	0.9989	0.4689
1.120	0.8966	1.2968	1.2034	1.0776	0.5924	0.5935	0.9982	0.4576
1.140	0.8820	1.3495	1.2378	1.0903	0.6012	0.6028	0.9973	0.4467
1.160	0.8682	1.4032	1.2723	1.1029	0.6093	0.6118	0.9961	0.4360
1.180	0.8549	1.4578	1.3069	1.1154	0.6170	0.6203	0.9946	0.4255
1.200	0.8422	1.5133	1.3416	1.1280	0.6241	0.6286	0.9928	0.4154
1.220	0.8300	1.5698	1.3764	1.1405	0.6306	0.6365	0.9907	0.4055
1.240	0.8183	1.6272	1.4112	1.1531	0.6366	0.6441	0.9884	0.3958
1.260	0.8071	1.6855	1.4460	1.1657	0.6421	0.6514	0.9857	0.3865
1.280	0.7963	1.7448	1.4808	1.1783	0.6470	0.6584	0.9827	0.3774
1.300	0.7860	1.8050	1.5157	1.1909	0.6514	0.6652	0.9794	0.3685
1.320	0.7760	1.8661	1.5505	1.2035	0.6554	0.6717	0.9758	0.3599
1.340	0.7664	1.9282	1.5854	1.2162	0.6588	0.6779	0.9718	0.3516
1.360	0.7572	1.9912	1.6202	1.2290	0.6617	0.6839	0.9676	0.3435
1.380	0.7483	2.0551	1.6549	1.2418	0.6642	0.6897	0.9630	0.3356
1.400	0.7397	2.1200	1.6897	1.2547	0.6662	0.6953	0.9582	0.3280
1.420	0.7314	2.1858	1.7243	1.2676	0.6677	0.7006	0.9531	0.3205
1.440	0.7235	2.2525	1.7589	1.2807	0.6688	0.7058	0.9476	0.3133
1.460	0.7157	2.3202	1.7934	1.2938	0.6695	0.7108	0.9420	0.3063
1.480	0.7083	2.3888	1.8278	1.3069	0.6698	0.7156	0.9360	0.2996
1.500	0.7011	2.4583	1.8621	1.3202	0.6697	0.7202	0.9298	0.2930
1.600	0.6684	2.8200	2.0317	1.3880	0.6635	0.7411	0.8952	0.2628

M_1	M_2	p_2/p_1	ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_{11}	p_2/p_{12}	p_{12}/p_{11}	p_1/p_{12}
1.700	0.6405	3.2050	2.1977	1.4583	0.6493	0.7588	0.8557	0.2368
1.800	0.6165	3.6133	2.3592	1.5316	0.6289	0.7738	0.8127	0.2142
1.900	0.5956	4.0450	2.5157	1.6079	0.6037	0.7867	0.7674	0.1945
2.000	0.5774	4.5000	2.6667	1.6875	0.5751	0.7978	0.7209	0.1773
2.100	0.5613	4.9783	2.8119	1.7705	0.5444	0.8075	0.6742	0.1622
2.200	0.5471	5.4800	2.9512	1.8569	0.5125	0.8159	0.6281	0.1489
2.300	0.5344	6.0050	3.0845	1.9468	0.4802	0.8233	0.5833	0.1371
2.400	0.5231	6.5533	3.2119	2.0403	0.4482	0.8299	0.5401	0.1266
2.500	0.5130	7.1250	3.3333	2.1375	0.4170	0.8357	0.4990	0.1173
2.600	0.5039	7.7200	3.4490	2.2383	0.3869	0.8408	0.4601	0.1089
2.700	0.4956	8.3383	3.5590	2.3429	0.3581	0.8455	0.4236	0.1014
2.800	0.4882	8.9800	3.6636	2.4512	0.3309	0.8496	0.3895	0.0946
2.900	0.4814	9.6450	3.7629	2.5632	0.3053	0.8534	0.3577	0.0885
3.000	0.4752	10.3333	3.8571	2.6790	0.2813	0.8568	0.3283	0.0829
3.100	0.4695	11.0450	3.9466	2.7986	0.2590	0.8598	0.3012	0.0778
3.200	0.4643	11.7800	4.0315	2.9220	0.2383	0.8626	0.2762	0.0732
3.300	0.4596	12.5383	4.1120	3.0492	0.2191	0.8652	0.2533	0.0690
3.400	0.4552	13.3200	4.1884	3.1802	0.2015	0.8675	0.2322	0.0651
3.500	0.4512	14.1250	4.2609	3.3151	0.1852	0.8697	0.2129	0.0616
3.600	0.4474	14.9533	4.3296	3.4537	0.1702	0.8716	0.1953	0.0583
3.700	0.4439	15.8050	4.3949	3.5962	0.1565	0.8734	0.1792	0.0553
3.800	0.4407	16.6800	4.4568	3.7426	0.1439	0.8751	0.1645	0.0525
3.900	0.4377	17.5783	4.5156	3.8928	0.1324	0.8767	0.1510	0.0499
4.000	0.4350	18.5000	4.5714	4.0469	0.1218	0.8781	0.1388	0.0475
4.100	0.4324	19.4450	4.6245	4.2048	0.1122	0.8794	0.1276	0.0452
4.200	0.4299	20.4133	4.6749	4.3666	0.1033	0.8807	0.1173	0.0431
4.300	0.4277	21.4050	4.7229	4.5322	0.0952	0.8818	0.1080	0.0412
4.400	0.4255	22.4200	4.7685	4.7017	0.0878	0.8829	0.0995	0.0394
4.500	0.4236	23.4583	4.8119	4.8751	0.0811	0.8839	0.0917	0.0377
4.600	0.4217	24.5200	4.8532	5.0523	0.0748	0.8849	0.0846	0.0361

M_1	M_2	p_2/p_1	ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_{t1}	p_2/p_{t2}	p_{t2}/p_{t1}	p_1/p_{t2}
4.700	0.4199	25.6050	4.8926	5.2334	0.0692	0.8858	0.0781	0.0346
4.800	0.4183	26.7133	4.9301	5.4184	0.0640	0.8866	0.0721	0.0332
4.900	0.4167	27.8450	4.9659	5.6073	0.0592	0.8874	0.0667	0.0319
5.000	0.4152	29.0000	5.0000	5.8000	0.0548	0.8881	0.0617	0.0306
6.000	0.4042	41.8333	5.2683	7.9406	0.0265	0.8936	0.0297	0.0214
7.000	0.3974	57.0000	5.4444	10.4694	0.0138	0.8969	0.0154	0.0157
8.000	0.3929	74.5000	5.5652	13.3867	0.0076	0.8990	0.0085	0.0121
9.000	0.3898	94.3333	5.6512	16.6927	0.0045	0.9005	0.0050	0.0095
10.000	0.3876	116.5000	5.7143	20.3875	0.0027	0.9016	0.0030	0.0077

7.3 ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ PRANDTL-MEYER ($\gamma=1.4$)

M	p/p_t	μ	v
1.000	0.528282	90.000	0.000
1.010	0.522134	81.931	0.045
1.020	0.516017	78.635	0.126
1.030	0.509935	76.137	0.229
1.040	0.503887	74.058	0.351
1.050	0.497873	72.247	0.487
1.060	0.491893	70.630	0.637
1.070	0.485952	69.160	0.797
1.080	0.480046	67.808	0.968
1.090	0.474179	66.553	1.148
1.100	0.468355	65.380	1.336
1.150	0.439829	60.408	2.381
1.200	0.412375	56.442	3.558
1.250	0.386057	53.130	4.830
1.300	0.360917	50.285	6.170
1.350	0.336972	47.795	7.561
1.400	0.314243	45.585	8.987
1.450	0.292724	43.603	10.438
1.500	0.272402	41.810	11.905
1.550	0.253265	40.178	13.381
1.600	0.235272	38.682	14.860
1.650	0.218393	37.305	16.338
1.700	0.202594	36.032	17.810
1.750	0.187826	34.850	19.273
1.800	0.174041	33.749	20.725
1.850	0.161194	32.720	22.163
1.900	0.149241	31.757	23.586

M	p/p_i	μ	ν
1.950	0.138126	30.852	24.992
2.000	0.127803	30.000	26.380
2.100	0.109354	28.437	29.097
2.200	0.093521	27.035	31.732
2.300	0.079974	25.772	34.283
2.400	0.068400	24.625	36.747
2.500	0.058529	23.579	39.124
2.600	0.050115	22.620	41.415
2.700	0.042950	21.738	43.621
2.800	0.036848	20.925	45.746
2.900	0.031652	20.171	47.790
3.000	0.027224	19.471	49.757
3.100	0.023448	18.819	51.650
3.200	0.020228	18.210	53.470
3.300	0.017477	17.640	55.222
3.400	0.015125	17.105	56.908
3.500	0.013111	16.602	58.530
3.600	0.011385	16.127	60.091
3.700	0.009903	15.680	61.595
3.800	0.008629	15.258	63.044
3.900	0.007532	14.858	64.440
4.000	0.006586	14.478	65.785
4.100	0.005769	14.117	67.082
4.200	0.005062	13.774	68.333
4.300	0.004449	13.448	69.541
4.400	0.003918	13.136	70.706
4.500	0.003455	12.840	71.832
4.600	0.003053	12.556	72.919

M	p/p_t	μ	ν
4.700	0.002701	12.284	73.970
4.800	0.002394	12.024	74.986
4.900	0.002126	11.776	75.969
5.000	0.001890	11.537	76.920
5.500	0.001075	10.476	81.245
6.000	0.000633	9.594	84.955
6.500	0.000386	8.850	88.168
7.000	0.000242	8.213	90.973
7.500	0.000155	7.663	93.440
8.000	0.000102	7.181	95.625
8.500	0.000069	6.756	97.572
9.000	0.000047	6.379	99.318
9.500	0.000033	6.042	100.891
10.000	0.000024	5.739	102.316

7.4 ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ FANNO ($\gamma=1.4$)

M	T/T^*	p/p	p_t/p_t^*	u/u^*	$f(L_{cr}/D)$
0.100	1.19760	10.94351	5.822	0.10944	66.92156
0.200	1.19048	5.45545	2.964	0.21822	14.53327
0.300	1.17878	3.61906	2.035	0.32572	5.29925
0.400	1.16279	2.69582	1.590	0.43133	2.30849
0.500	1.14286	2.13809	1.340	0.53452	1.06906
0.600	1.11940	1.76336	1.188	0.63481	0.49082
0.700	1.09290	1.49345	1.094	0.73179	0.20814
0.800	1.06383	1.28928	1.038	0.82514	0.07229
0.900	1.03270	1.12913	1.009	0.91460	0.01451
1.000	1.00000	1.00000	1.000	1.00000	0.00000
1.100	0.96618	0.89359	1.008	1.08124	0.00994
1.200	0.93168	0.80436	1.030	1.15828	0.03364
1.300	0.89686	0.72848	1.066	1.23114	0.06483
1.400	0.86207	0.66320	1.115	1.29987	0.09974
1.500	0.82759	0.60648	1.176	1.36458	0.13605
1.600	0.79365	0.55679	1.250	1.42539	0.17236
1.700	0.76046	0.51297	1.338	1.48247	0.20780
1.800	0.72816	0.47407	1.439	1.53598	0.24189
1.900	0.69686	0.43936	1.555	1.58609	0.27433
2.000	0.66667	0.40825	1.688	1.63299	0.30500
2.100	0.63762	0.38024	1.837	1.67687	0.33385
2.200	0.60976	0.35494	2.005	1.71791	0.36091
2.300	0.58309	0.33200	2.193	1.75629	0.38623
2.400	0.55762	0.31114	2.403	1.79218	0.40989
2.500	0.53333	0.29212	2.637	1.82574	0.43198
2.600	0.51020	0.27473	2.896	1.85714	0.45259
2.700	0.48820	0.25878	3.183	1.88653	0.47182

M	T/T^*	p/p	p_i/p_i^*	u/u^*	$f(L_{cr}/D)$
2.800	0.46729	0.24414	3.500	1.91404	0.48976
2.900	0.44743	0.23066	3.850	1.93981	0.50652
3.000	0.42857	0.21822	4.235	1.96396	0.52216
3.100	0.41068	0.20672	4.657	1.98661	0.53678
3.200	0.39370	0.19608	5.121	2.00786	0.55044
3.300	0.37760	0.18621	5.629	2.02781	0.56323
3.400	0.36232	0.17704	6.184	2.04656	0.57521
3.500	0.34783	0.16851	6.790	2.06419	0.58643
3.600	0.33408	0.16055	7.450	2.08077	0.59695
3.700	0.32103	0.15313	8.169	2.09639	0.60684
3.800	0.30864	0.14620	8.951	2.11111	0.61612
3.900	0.29688	0.13971	9.799	2.12499	0.62485
4.000	0.28571	0.13363	10.719	2.13809	0.63306
4.100	0.27510	0.12793	11.715	2.15046	0.64080
4.200	0.26502	0.12257	12.792	2.16215	0.64810
4.300	0.25543	0.11753	13.955	2.17321	0.65499
4.400	0.24631	0.11279	15.210	2.18368	0.66149
4.500	0.23762	0.10833	16.562	2.19360	0.66763
4.600	0.22936	0.10411	18.018	2.20300	0.67345
4.700	0.22148	0.10013	19.583	2.21192	0.67895
4.800	0.21398	0.09637	21.264	2.22038	0.68417
4.900	0.20683	0.09281	23.067	2.22842	0.68911
5.000	0.20000	0.08944	25.000	2.23607	0.69380
5.100	0.19349	0.08625	27.070	2.24334	0.69826
5.200	0.18727	0.08322	29.283	2.25026	0.70249
5.300	0.18132	0.08034	31.649	2.25685	0.70652
5.400	0.17564	0.07761	34.175	2.26313	0.71035
5.500	0.17021	0.07501	36.869	2.26913	0.71400

M	T/T^*	p/p	p/p_t^*	u/u^*	$f(L_{cr}/D)$
5.600	0.16502	0.07254	39.740	2.27484	0.71748
5.700	0.16004	0.07018	42.797	2.28030	0.72080
5.800	0.15528	0.06794	46.050	2.28552	0.72397
5.900	0.15072	0.06580	49.507	2.29051	0.72699
6.000	0.14634	0.06376	53.180	2.29528	0.72988
6.100	0.14215	0.06181	57.077	2.29984	0.73264
6.200	0.13812	0.05994	61.210	2.30421	0.73528
6.300	0.13426	0.05816	65.590	2.30840	0.73780
6.400	0.13055	0.05646	70.227	2.31241	0.74022
6.500	0.12698	0.05482	75.134	2.31626	0.74254
6.600	0.12356	0.05326	80.323	2.31996	0.74477
6.700	0.12026	0.05176	85.805	2.32351	0.74690
6.800	0.11710	0.05032	91.594	2.32691	0.74895
6.900	0.11405	0.04894	97.702	2.33019	0.75091
7.000	0.11111	0.04762	104.143	2.33333	0.75280
7.100	0.10828	0.04635	110.931	2.33636	0.75462
7.200	0.10556	0.04512	118.080	2.33927	0.75636
7.300	0.10293	0.04395	125.605	2.34208	0.75804
7.400	0.10040	0.04282	133.520	2.34478	0.75966
7.500	0.09796	0.04173	141.841	2.34738	0.76121
7.600	0.09560	0.04068	150.585	2.34989	0.76271
7.700	0.09333	0.03967	159.767	2.35231	0.76416
7.800	0.09113	0.03870	169.403	2.35464	0.76555
7.900	0.08901	0.03776	179.511	2.35690	0.76690
8.000	0.08696	0.03686	190.109	2.35907	0.76819
8.100	0.08497	0.03599	201.215	2.36117	0.76944
8.200	0.08306	0.03515	212.846	2.36320	0.77065
8.300	0.08120	0.03433	225.022	2.36516	0.77182

M	T/T^*	p/p	p_i/p_i^*	u/u^*	$f(L_{cr}/D)$
8.400	0.07941	0.03355	237.762	2.36706	0.77295
8.500	0.07767	0.03279	251.086	2.36889	0.77404
8.600	0.07599	0.03205	265.014	2.37067	0.77509
8.700	0.07436	0.03134	279.567	2.37238	0.77611
8.800	0.07278	0.03066	294.766	2.37405	0.77710
8.900	0.07125	0.02999	310.633	2.37566	0.77806
9.000	0.06977	0.02935	327.189	2.37722	0.77899
9.100	0.06833	0.02873	344.458	2.37873	0.77988
9.200	0.06693	0.02812	362.463	2.38019	0.78075
9.300	0.06558	0.02754	381.227	2.38162	0.78159
9.400	0.06427	0.02697	400.775	2.38299	0.78241
9.500	0.06299	0.02642	421.131	2.38433	0.78320
9.600	0.06175	0.02589	442.321	2.38563	0.78397
9.700	0.06055	0.02537	464.370	2.38689	0.78472
9.800	0.05938	0.02487	487.304	2.38811	0.78544
9.900	0.05825	0.02438	511.151	2.38930	0.78615
10.000	0.05714	0.02390	535.938	2.39046	0.78683

7.5 ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΡΟΗΣ RAYLEIGH ($\gamma=1.4$)

M	T_i/T_i^*	T/T^*	p/p^*	p_i/p_i^*	u/u^*
0.000	0.00000	0.00000	2.40000	1.268	0.00000
0.100	0.04678	0.05602	2.36686	1.259	0.02367
0.200	0.17355	0.20661	2.27273	1.235	0.09091
0.300	0.34686	0.40887	2.13144	1.199	0.19183
0.400	0.52903	0.61515	1.96078	1.157	0.31373
0.500	0.69136	0.79012	1.77778	1.114	0.44444
0.600	0.81892	0.91670	1.59574	1.075	0.57447
0.700	0.90850	0.99290	1.42349	1.043	0.69751
0.800	0.96395	1.02548	1.26582	1.019	0.81013
0.900	0.99207	1.02452	1.12465	1.005	0.91097
1.000	1.00000	1.00000	1.00000	1.000	1.00000
1.100	0.99392	0.96031	0.89087	1.005	1.07795
1.200	0.97872	0.91185	0.79576	1.019	1.14589
1.300	0.95798	0.85917	0.71301	1.044	1.20499
1.400	0.93425	0.80539	0.64103	1.078	1.25641
1.500	0.90928	0.75250	0.57831	1.122	1.30120
1.600	0.88419	0.70174	0.52356	1.176	1.34031
1.700	0.85971	0.65377	0.47562	1.240	1.37455
1.800	0.83628	0.60894	0.43353	1.316	1.40462
1.900	0.81414	0.56734	0.39643	1.403	1.43112
2.000	0.79339	0.52893	0.36364	1.503	1.45455
2.100	0.77406	0.49356	0.33454	1.616	1.47533
2.200	0.75613	0.46106	0.30864	1.743	1.49383
2.300	0.73954	0.43122	0.28551	1.886	1.51035
2.400	0.72421	0.40384	0.26478	2.045	1.52515
2.500	0.71006	0.37870	0.24615	2.222	1.53846
2.600	0.69700	0.35561	0.22936	2.418	1.55046

M	T_i/T_i^*	T/T^*	p/p^*	p_i/p_i^*	u/u^*
2.700	0.68494	0.33439	0.21417	2.634	1.56131
2.800	0.67380	0.31486	0.20040	2.873	1.57114
2.900	0.66350	0.29687	0.18788	3.136	1.58008
3.000	0.65398	0.28028	0.17647	3.424	1.58824
3.100	0.64516	0.26495	0.16604	3.741	1.59568
3.200	0.63699	0.25078	0.15649	4.087	1.60250
3.300	0.62940	0.23766	0.14773	4.465	1.60877
3.400	0.62236	0.22549	0.13966	4.878	1.61453
3.500	0.61580	0.21419	0.13223	5.328	1.61983
3.600	0.60970	0.20369	0.12537	5.817	1.62474
3.700	0.60401	0.19390	0.11901	6.349	1.62928
3.800	0.59870	0.18478	0.11312	6.926	1.63348
3.900	0.59373	0.17627	0.10765	7.551	1.63739
4.000	0.58909	0.16831	0.10256	8.227	1.64103
4.500	0.56982	0.13540	0.08177	12.502	1.65588
5.000	0.55556	0.11111	0.06667	18.634	1.66667
5.500	0.54473	0.09272	0.05536	27.211	1.67474
6.000	0.53633	0.07849	0.04669	38.946	1.68093
6.500	0.52970	0.06726	0.03990	54.683	1.68579
7.000	0.52438	0.05826	0.03448	75.414	1.68966
7.500	0.52004	0.05094	0.03009	102.287	1.69279
8.000	0.51647	0.04491	0.02649	136.624	1.69536
8.500	0.51349	0.03988	0.02349	179.924	1.69750
9.000	0.51098	0.03565	0.02098	233.884	1.69930
9.500	0.50885	0.03205	0.01885	300.407	1.70082
10.000	0.50702	0.02897	0.01702	381.615	1.70213