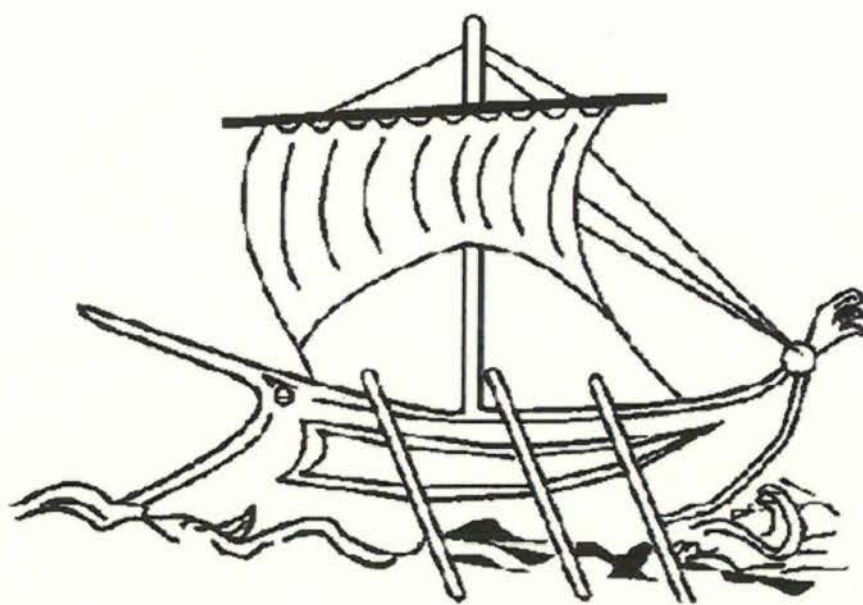


ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΩΝΙΚΩΝ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

---



ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

---

ΟΝΟΜΑ: ΝΤΕΝΤΕ Π. ΕΛΙΝΤΙΟΝ

ΑΜ:35673

ΘΕΜΑ: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΧΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ  
ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ

# Περιεχόμενα

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

1.1 Βασικές αρχές λειτουργίας .....	10
1.2 Τι είναι σήμα; .....	11
1.3 Ταξινόμηση Σημάτων .....	12
1.3.1 Σήματα Συνεχούς Χρόνου ή Αναλογικά Σήματα .....	12
1.3.2 Σήματα Διακριτού Χρόνου .....	12
1.3.3 Ψηφιακά Σήματα .....	12
1.4 Δυναμική επεργασία σήματος .....	13
1.5 Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM).....	14
1.5.1 Δειγματολήπτης.....	14
1.6 Θεώρημα της Δειγματοληψίας(Θεώρημα Nyquist ).....	15
1.7 Δειγματοληψία Αναλογικών Σημάτων Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης.....	19
1.8 Στοιχειώδη Σήματα .....	20
1.8.1 Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος συνεχούς χρόνου .....	20
1.8.2 Η κρουστική συνάρτηση συνεχούς χρόνου ή Συνάρτηση δέλτα. ....	20
1.8.3 Η συνάρτηση Ορθογώνιου Παλμού .....	21
1.8.4 Η συνάρτηση Τριγωνικού Παλμού .....	21
1.8.5 Η συνάρτηση Προσήμου .....	21
1.8.6 Η συνάρτηση Κλίσης.....	21
1.9 Ενεργειακά σήματα - σήματα ισχύος.....	22
1.10 Κβαντισμός .....	23
1.11 Αριθμητική αναπαράσταση σταθερού σημείου και βήμα κβαντισμού .....	25
1.12 Δυναμική περιοχή και SNR σε ηχητικά συστήματα .....	28
1.13 Δυναμική περιοχή και SNR σε ψηφιακά ηχητικά συστήματα .....	31
1.13.1 Υπολογισμός του ERMS .....	31
1.13.2 Ορισμός του SRMS: .....	32
1.13.3 Ορισμός του dB-FS (Full Scale) .....	33
1.14 Κβαντισμός ηχητικών σημάτων.....	34
1.15 Σχέση Δειγματοληψίας – Κβαντισμού.....	36

1.15.1 Χωρητικότητα Αρχείου .....	36
1.16 Dither .....	37
1.17 Κβαντισμός και Dither .....	39
1.18 Μορφοποίηση θορύβου .....	42
1.19 Υπερδειγματοληψία .....	43
1.20 Κωδικοποίηση .....	49
1.20.1 Βασικές μέθοδοι κωδικοποίησης: .....	49
1.21 Ρυθμός μετάδοσης (bit rate) .....	50
1.22 Αιτιοκρατικά και τυχαία-στοχαστικά σήματα .....	51
1.23 Περιγραφή των σημάτων στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας .....	52
1.24 Ψηφιοποίηση Αναλογικού Σήματος.....	54
1.25 Μετασχηματισμός Fourier .....	56

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

2.1 Συστήματα .....	60
2.2 FIR φίλτρα (Finite Impulse Response) .....	60
2.3 IIR φίλτρα (Infinite Impulse Response).....	61
2.4 Κατηγορίες συστημάτων .....	62
2.4.1 Αναλογικά:.....	62
2.4.2 Ψηφιακά:.....	63
2.5 Παραδείγματα απλών συστημάτων.....	63
2.5.1 Η ηλεκτρική αντίσταση R.....	63
2.5.2 Ο πυκνωτής C.....	64
2.5.3 Το πηνίο L .....	64
2.6 Περιγραφή Συστήματος στο Πεδίο του Χρόνου.....	65
2.7 Περιγραφή Συστήματος στο Πεδίο της Συχνότητας.....	66
2.8 Ιδανικό Φίλτρο Βασικής Ζώνης - Κατωπερατό Φίλτρο.....	68
2.9 Ιδανικά Φίλτρα .....	70
2.10 Πραγματικά Φίλτρα .....	71

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>

3.1 Φυσική του ήχου .....	74
3.2 Διάδοση των ηχητικών κυμάτων.....	74
3.3 Η διάδοση του ήχου σαν γραμμικό σύστημα .....	76

3.4 Ο κλειστός χώρος σαν γραμμικό σύστημα.....	78
3.5 Εγκάρσια και διαμήκη κύματα.....	82
3.6 Ταχύτητα του ήχου .....	83
3.7 Ιδιότητες του ήχου.....	82
3.7.1 Ανάκλαση.....	82
3.7.2 Περίθλαση .....	83
3.7.3 Διάθλαση .....	83
3.7.4 Παρεμβολή .....	84
3.8 Το φαινόμενο Ντόπλερ.....	84
3.9 Ήχος στο διάστημα .....	84
3.10 Χαρακτηριστικά του ήχου .....	85
3.10.1 Συχνότητα.....	85
3.11 Προσθήκη αντήχησης.....	86
3.12 Ισοστάθμιση και αφαίρεση αντήχησης.....	91
3.13 Μονάδα μέτρησης.....	92
3.14 Μέθοδοι μέτρησης συχνότητας .....	92
3.14.1 Με μέτρηση του χρόνου μιας περιόδου .....	92
3.14.2 Με Στροβοσκόπιο .....	93
3.14.3 Με συχνόμετρο .....	93
3.15 Συχνότητα ηλεκτρικών σημάτων.....	93
3.16 Συχνότητα κύματος.....	94
3.17 Περίοδος.....	94
3.18 Μήκος κύματος.....	95
3.19 Ένταση .....	95
3.20 Αντίληψη του ήχου .....	96
3.21 Ηχοληψία.....	96
3.22 Τροποποίηση ακουστικού ειδώλου με χρήση και στοιχείων καθυστέρησης ..	102
3.23 Ο ρόλος της ψηφιακής καθυστέρησης, στο στήσιμο μικρομεγαφωνικής εγκατάστασης.....	103
3.23.1 Συγχρονισμός Ηχείων .....	102
3.23.2 Παραμόρφωση φίλτρων τύπου κτένας.....	102
3.24 Equalisers .....	103
3.24.1 Τυπικό equalizer 3 περιοχών τύπου κονσόλας .....	103

3.24.2 Το EQ ως ισοσταθμιστής .....	105
3.25 Κύκλωμα crossover στα ηχεία.....	109
3.26 Φίλτρα A, B, C .....	110
3.27 Συμπιεστής (Compressor).....	112
3.28 Expander .....	117
3.29 Multi-band compressor .....	119
3.30 Noise Gates .....	121

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup> ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4.1 Μοναδιαίο δείγμα .....	124
4.2 Μοναδιαίο βήμα .....	127
4.3 Πραγματικό εκθετικό σήμα: .....	130
4.4 Μιγαδικό εκθετικό σήμα .....	131
4.5 Επεξεργασία σε αρχείο ήχου με κατάληξη '.wav' .....	134
4.6 Ανεστραμμένη αναπαραγωγή ήχου .....	137
4.7 Αναπαραγωγή ήχου με καθυστέρηση .....	138
4.8 Αναπαραγωγή ήχου με διαφορετική χρονική καθυστέρηση .....	140
4.9 Ψηφιακός έλεγχος τόνου .....	141
4.10 Αλλαγή στη συχνότητα μετάδοσης .....	142
4.11 Αφαίρεση φωνής σε ένα από τα δυο κανάλια.....	142
4.12 Αφαίρεση κενών διαστημάτων από αρχείο ήχου '.wav' .....	143
4.13 Μίξη ήχων '.wav' .....	145
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	158

# Πρόλογος

---

Τα ψηφιακά ηχητικά συστήματα εκτελούν όλες τις λειτουργίες ηλεκτροακουστικών συσκευών (μετατροπή, επεξεργασία, αποθήκευση, αναπαραγωγή, ανάλυση, μέτρηση, κλπ.), σε ηχητικά σήματα που εμφανίζονται στο ψηφιακό πεδίο.

Τα πρώτα τέτοια ψηφιακά ηχητικά συστήματα (Digital Audio Systems) που επέτρεπαν καταγραφή και αναπαραγωγή ήχου με ικανοποιητική πιστότητα εμφανίστηκαν στα τέλη της δεκαετίας του '60 και εξελίχθηκαν στις ΗΠΑ (από τον T. G. Stookham, Πανεπιστήμιο Utah), στην Ιαπωνία (από την εταιρεία NHK) και στην Ευρώπη (από την εταιρεία Philips). Από τα μέσα της δεκαετίας του '70 άρχισε η εμπορική διάθεσή τους και από τότε τα συστήματα αυτά εμφανίζουν εντυπωσιακή εξάπλωση τόσο σε επαγγελματικές, όσο και σε οικιακές εφαρμογές. Τα σημαντικά πλεονεκτήματα των συστημάτων αυτών σε σύγκριση με τα αντίστοιχα αναλογικά είναι κυρίως:

1. Η υψηλότερη σχέση σήματος προς θόρυβο και η αυξημένη δυναμική περιοχή λειτουργίας.
2. Η ευκολότερη αποθήκευση και μετάδοση του ηχητικού σήματος και η επικοινωνία των συσκευών με τα ψηφιακά τηλεπικοινωνιακά και υπολογιστικά συστήματα.
3. Η ευκολία στην χρήση, το χαμηλότερο κόστος παραγωγής και το μικρότερο μέγεθος.
4. Η αέναη δυνατότητα διατήρησης της ηχογραφημένης πληροφορίας σε ψηφιακή μορφή.
5. Η αυξημένη δυνατότητα επεξεργασίας και εφαρμογής υπολογιστικών τεχνικών

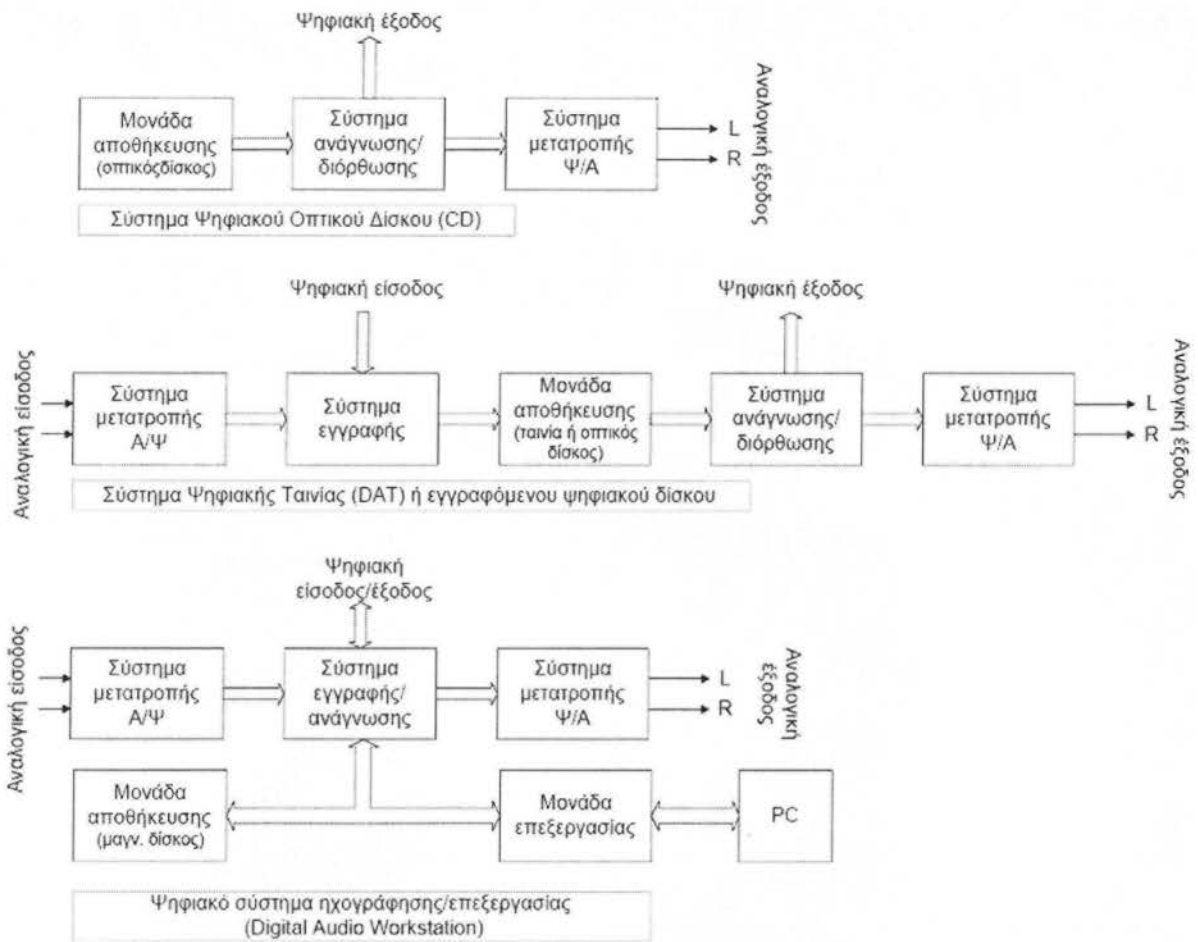
Σαν κύριο μειονέκτημα μπορεί να θεωρηθεί η ανάγκη μετατροπής του εγγενώς αναλογικού ηχητικού σήματος σε ψηφιακό (και η αντίστοιχη μετατροπή του ψηφιακού σε αναλογικό κατά την αναπαραγωγή), διαδικασία που εμφανίζει πάντα ορισμένες παραμορφώσεις.

Τα διάφορα ψηφιακά υποσυστήματα που συνδυάζονται σε πολυπλοκότερες συσκευές ανήκουν στις παρακάτω κατηγορίες .

1. Μετατροπείς Αναλογικού σε Ψηφιακό (Α/Ψ) και Ψηφιακού σε Αναλογικό (Ψ/Α) ηχητικού σήματος (Analog to Digital, A/D ή ADC και Digital to Analog, D/A Converter ή DAC).
2. Ψηφιακά υποσυστήματα κωδικοποίησης και μετάδοσης ηχητικών σημάτων (PCM, ADPCM κλπ).
3. Υποσυστήματα αποθήκευσης ψηφιακών ηχητικών δεδομένων (μαγνητική ταινία, σκληρός δίσκος, Οπτικός Δίσκος CD, ταινία DAT, κλπ).
4. Ειδικοί ψηφιακοί επεξεργαστές ήχου (audio processors).
5. Υποσυστήματα λογισμικού επεξεργασίας και διαχείρισης ηχητικών δεδομένων (π.χ. προγράμματα διαχείρισης ηχητικών αρχείων σε υπολογιστές).

Οι τεχνολογικές εξελίξεις και βελτιώσεις των παραπάνω υποσυστημάτων ανοίγουν το δρόμο σε νέες εφαρμογές και χρήσεις τους, όπως π.χ. τηλεόραση με πολυκαναλικό ψηφιακό ήχο υψηλής πιστότητας, συστήματα δορυφορικής μετάδοσης και διανομής ψηφιακών μουσικών σημάτων, δίσκοι CD, SACD (Super Audio CD) και DVD (Digital Versatile Disc) με πολυκαναλικό ψηφιακό ήχο υψηλής πιστότητας, οπτικοακουστικές οικιακές συσκευές σε επικοινωνία με PC, συστήματα ψηφιακής ραδιοφωνίας (DAB), καθώς και νέες μέθοδοι σύνθεσης, ηχογράφησης και διανομής της μουσικής (π.χ. μέσω δικτύων).

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η αποθήκευση αναλογικών ηχητικών δεδομένων σε οποιοδήποτε μέσο αποθήκευσης και διανομής ψηφιακής πληροφορίας απαιτεί την μετατροπή των αρχικών αναλογικών δεδομένων σε ψηφιακά. Η μετροπή αυτή γίνεται μέσω ειδικών διατάξεων μετατροπής από αναλογικό σε ψηφιακό (Α/Ψ μετατροπείς - A/D Converters), τα ειδικά χαρακτηριστικά λειτουργίας των οποίων θα αναλυθούν σε επόμενη παράγραφο. Τέτοιες διατάξεις Α/Ψ μετατροπέων είναι ενσωματωμένες σε οποιοδήποτε ψηφιακό ηχητικό σύστημα που δέχεται ως είσοδο αναλογικό ηχητικό σήμα (π.χ. PC, DAT, CD-R, Minidisk κ.λ.π.) και τροφοδοτούν τις λοιπές ψηφιακές βαθμίδες επεξεργασίας/αποθήκευσης με ψηφιακά δεδομένα τα οποία κωδικοποιούνται με διάφορους τρόπους (π.χ. Παλμοκωδική Διαμόρφωση-PCM).



**Σχήμα 1.1** Τυπικές υλοποιήσεις ψηφιακών συστημάτων

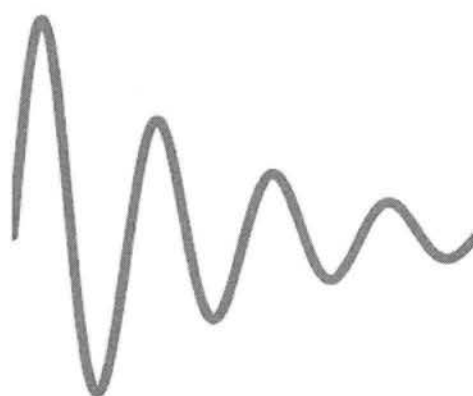
Η κωδικοποίηση των ψηφιακών δεδομένων είναι απαραίτητη αφενός μεν για τη μετάδοσή τους διά μέσου του διαθέσιμου καναλιού μετάδοσης, αφετέρου δε για την αποθήκευσή τους σε κάποιο ψηφιακό μέσο αποθήκευσης, αποτελεί δε τη δυαδική αναπαράσταση "καναλιού" των δεδομένων. Εκτός όμως από τις δύο παραπάνω λειτουργίες (μετάδοση/αποθήκευση), τα ψηφιακά δεδομένα μπορεί να υποστούν και περαιτέρω επεξεργασία στο ψηφιακό πεδίο.



# Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> Σήματα

## Θεωρητικό Μέρος

---



## 1.1 Βασικές αρχές λειτουργίας

Η διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού ηχητικού σήματος σε ψηφιακό συνίσταται από δύο βασικές λειτουργίες: τη δειγματοληψία του αρχικού σήματος και τον κβαντισμό των τιμών του σήματος διακριτού χρόνου που προκύπτει από τη δειγματοληψία. Πιο συγκεκριμένα, δειγματοληψία είναι η διαδικασία κατά την οποία ένα αναλογικό σήμα  $s_c(t)$  (σήμα του οποίου η ανεξάρτητη χρονική μεταβλητή  $t$ , παίρνει συνεχείς τιμές) μετατρέπεται σε σήμα διακριτού χρόνου (σήμα το οποίο ορίζεται σε διακριτές χρονικές στιγμές), πραγματοποιείται δηλαδή μια απεικόνιση της μορφής  $s_c(t) \rightarrow s_d(nT_s)$ , όπου  $n = 1, 2, \dots$  είναι ο αριθμός του δείγματος και  $T_s$  (sec) είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Έτσι, κατά τη διαδικασία της δειγματοληψίας, το χρονικά συνεχές αναλογικό σήμα μετατρέπεται σε πεπερασμένο αριθμό διαδοχικών τιμών, τα οποία μπορούν να ονομαστούν αναλογικά στιγμιότυπα. Η ονομασία αυτή πηγάζει από το γεγονός ότι το  $s_d(nT_s)$  μπορεί να πάρει ένα πλήθος από άπειρες δυνατές τιμές, γεγονός που οφείλεται στο ότι το σήμα δεν έχει ακόμα κβαντοποιηθεί. Είναι δηλαδή ένα σήμα διακριτού χρόνου αλλά συνεχούς πλάτους.

## 1.2 Τι είναι σήμα;

Ως **σήμα** ορίζεται ένα φυσικό μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο ή το χώρο ή με οποιαδήποτε άλλη ανεξάρτητη μεταβλητή ή μεταβλητές

### Παραδείγματα:

- Σήμα ομιλίας
- Σήμα εικόνας
- Σεισμικά σήματα
- Ιατρικά σήματα
- Τηλεοπτικό
- Ραδιοφωνικό κτλπ

Από μαθηματική άποψη, ένα σήμα εκφράζεται ως συνάρτηση μιας ή περισσοτέρων ανεξαρτήτων μεταβλητών.

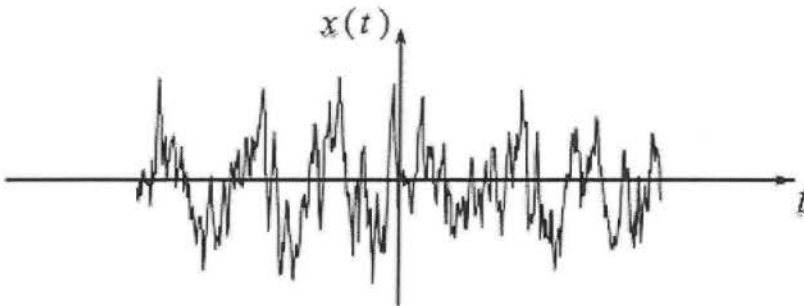
$$t \longrightarrow x(t)$$

Η ανεξάρτητη μεταβλητή  $t$  είναι συνήθως ο χρόνος, ή οποία μπορεί να έχει και άλλη φυσική σημασία.

Με  $x(t)$  συμβολίζεται η τιμή του σήματος τη χρονική στιγμή  $t$ .

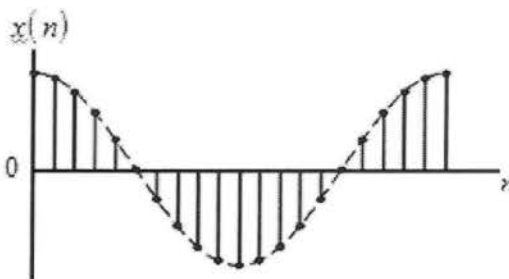
## 1.3 Ταξινόμηση Σημάτων

### 1.3.1 Σήματα Συνεχούς Χρόνου ή Αναλογικά Σήματα



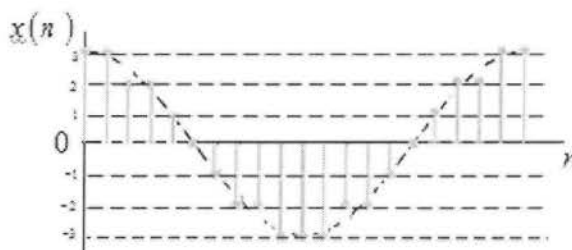
Σχήμα 1.3.1 Γραφική αναπαράσταση ενός συνεχούς σήματος

### 1.3.2 Σήματα Διακριτού Χρόνου



Σχήμα 1.3.2 Γραφική αναπαράσταση ενός διακριτού σήματος

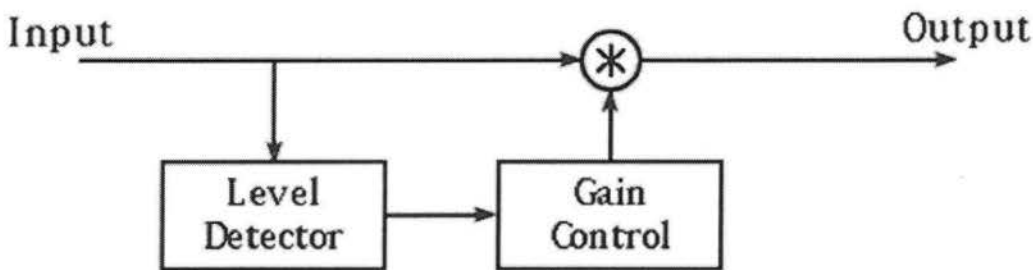
### 1.3.3 Ψηφιακά Σήματα



Σχήμα 1.3.3 Γραφική αναπαράσταση ενός ψηφιακού σήματος

## 1.4 Δυναμική επεργασία σήματος

Στις εφαρμογές αυτές υλοποιούνται μη – γραμμικές σχέσεις εισόδου / εξόδου (π.χ. λογαριθμικές εξισώσεις) που επιτρέπουν τον επιλεκτικό έλεγχο της δυναμικής περιοχής του σήματος εισόδου, με συμπίεση, περιορισμό (συστολή) ή επέκταση του πλάτους του επεξεργασμένου σήματος. Η χρήση τέτοιων συστημάτων είναι πολύτιμη σε διάφορες εφαρμογές όπως στη μουσική παραγωγή, σε εφαρμογές συμπίεσης ψηφιακού σήματος, στην αποθορυβοποίηση (de-noising), στην προστασία από την υπεροδήγηση κυκλωμάτων όπως ενισχυτών και ηχείων και στα ακουστικά βαρηκοΐας.



Σχήμα 1.4 Block διάγραμμα συστήματος μεταβολής και ελέγχου δυναμικής περιοχής

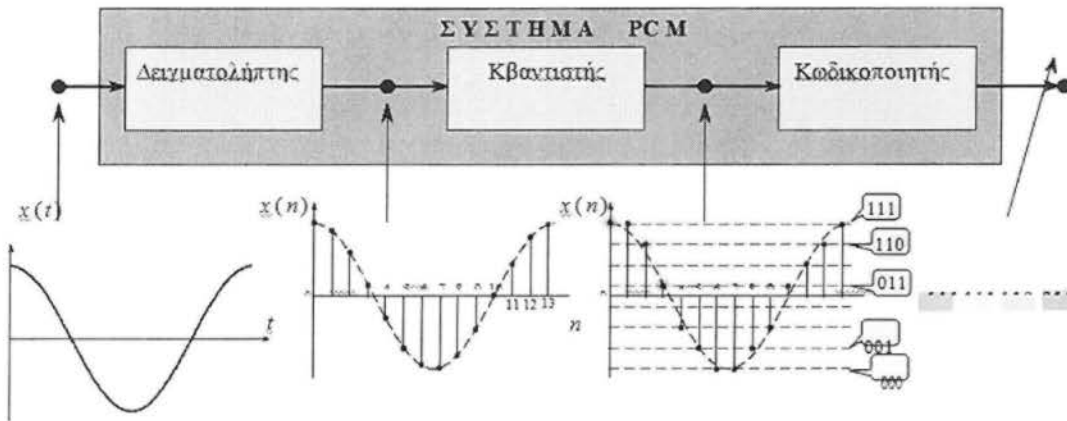
Μια απλοϊκή αναπαράσταση της λειτουργίας των δυναμικών επεξεργαστών φαίνεται στο Σχήμα 1.4 , Γίνεται λοιπόν χρήση ενός πλευρικού βρόγχου ο οποίος υπολογίζει την στάθμη του ηχητικού σήματος εισόδου, την απεικονίζει σε μία άλλη τιμή (κέρδος) με βάση προκαθορισμένη και επιλεγμένη από τον χρήστη μη-γραμμική σχέση εισόδου- εξόδου και τελικά, με την χρήση αυτής της τιμής κέρδους  $g(t)$ , μεταβάλλει τοπικά το σήμα εισόδου  $x(t)$ , σύμφωνα με την σχέση

$$y(t) = g(t) \cdot x(t)$$

Σχέση 1.4

## 1.5 Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)

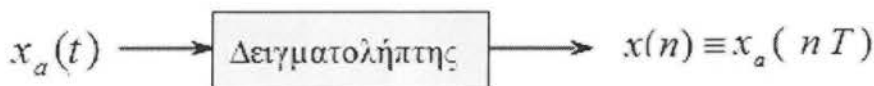
Η παλμοκωδική διαμόρφωση (Pulse Code Modulation (PCM)) είναι το απλούστερο σχήμα κωδικοποίησης κυματομορφής. Ένας παλμοκωδικός διαμορφωτής παλμών αποτελείται από τρία βασικά μέρη: ένα δειγματολήπτη, έναν κβαντιστή και ένα κωδικοποιητή.



Σχήμα 1.5

### 1.5.1 Δειγματολήπτης

Σε πολλές εφαρμογές είναι αναγκαίο να μεταδίδουμε ή να αποθηκεύουμε ένα αναλογικό σήμα από τις τιμές των δειγμάτων του παρμένες κατά κατάλληλα χρονικά διαστήματα.



Σχήμα 1.5.1

## 1.6 Θεώρημα της Δειγματοληψίας(Θεώρημα Nyquist )

Το **θεώρημα της δειγματοληψίας** αναφέρει ότι ένα αναλογικό σήμα μπορεί να αναπαραχθεί από ένα κατάλληλο σύνολο δειγμάτων του και επομένως χρειάζεται να μεταδίδουμε μόνο τις τιμές των δειγμάτων μόλις εμφανίζονται και όχι το ίδιο το αναλογικό σήμα.

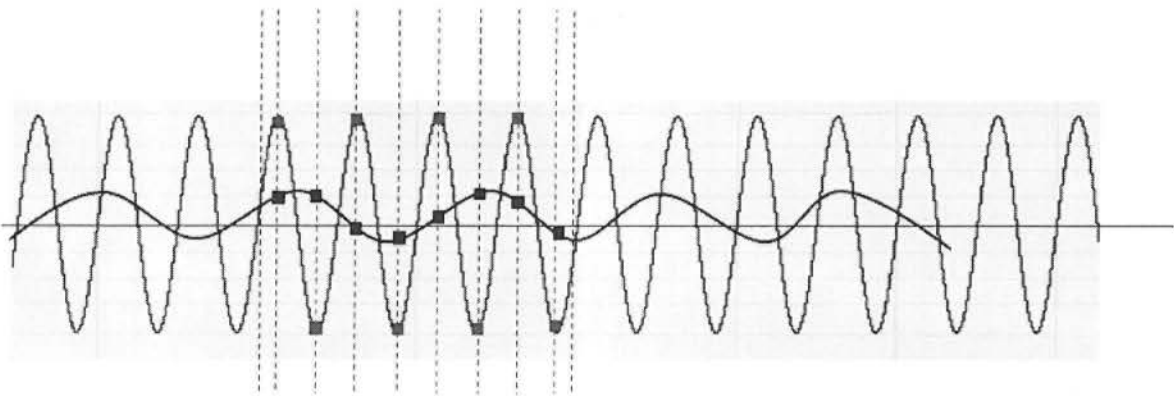
Το ζητούμενο είναι πόσο μεγάλη ή μικρή πρέπει να είναι η περίοδος δειγματοληψίας  $T$  ώστε να μη χαθεί η πληροφορία, δηλαδή, να είναι δυνατή η ανακατασκευή του αναλογικού σήματος  $x_a(t)$  από τα δείγματα  $x(n)$ .

Ο ρυθμός δειγματοληψίας ( $f_s =$  sample rate) ενός σήματος θα πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσιος από την ψηλότερη αρμονική συνιστώσα που περιέχεται στο σήμα ( $f_{max}$ ). Αυτή η θεώρηση υπαγορεύει ότι για την σωστή δειγματοληψία ενός ημιτονικού σήματος χρειάζονται τουλάχιστον δύο δείγματα ανά περίοδο.

$$f_s \geq 2f_{max}$$

CD Quality:  $f_s=2f_n$  (22050Hz: cutoff frequency)      44100Hz

Τηλέφωνο:  $f_s>2f_n$  (3300Hz    >>    >>    )      8000Hz



Σχήμα1.6

Από το θεώρημα του Nyquist αποδεικνύεται ότι κατά την απεικόνιση στο πεδίο του χρόνου  $sc(t) \rightarrow sd(nTs)$ , στο πεδίο της συχνότητας προκύπτει μια σχέση μεταξύ του φάσματος του αναλογικού σήματος  $Sc(f)$  και του φάσματος του ψηφιακού σήματος  $Sd(f)$  της μορφής

$$S_d(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S_c(f - kFs)$$

Σχέση (1.6)

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι παραστάσεις  $Sc(f)$  και  $Sd(f)$  προκύπτουν από το συνεχή και διακριτό μετασχηματισμό Fourier των σημάτων  $sc(t)$  και  $sd(nTs)$  αντίστοιχα. Η σχέση (1) μας λέει ότι ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος  $sd(nTs)$  είναι η περιοδική αναπαράσταση του μετασχηματισμού του σήματος  $sc(t)$  στα άπειρα ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας. Η σχέση (1) εκφράζει επίσης με μαθηματικό τρόπο την δημιουργία του φαινομένου της φασματικής αναδίπλωσης, δηλαδή την εμφάνιση συχνοτικών συνιστωσών στο ψηφιακό σήμα οι οποίες προέρχονται από μεγαλύτερες συχνότητες του αναλογικού σήματος.

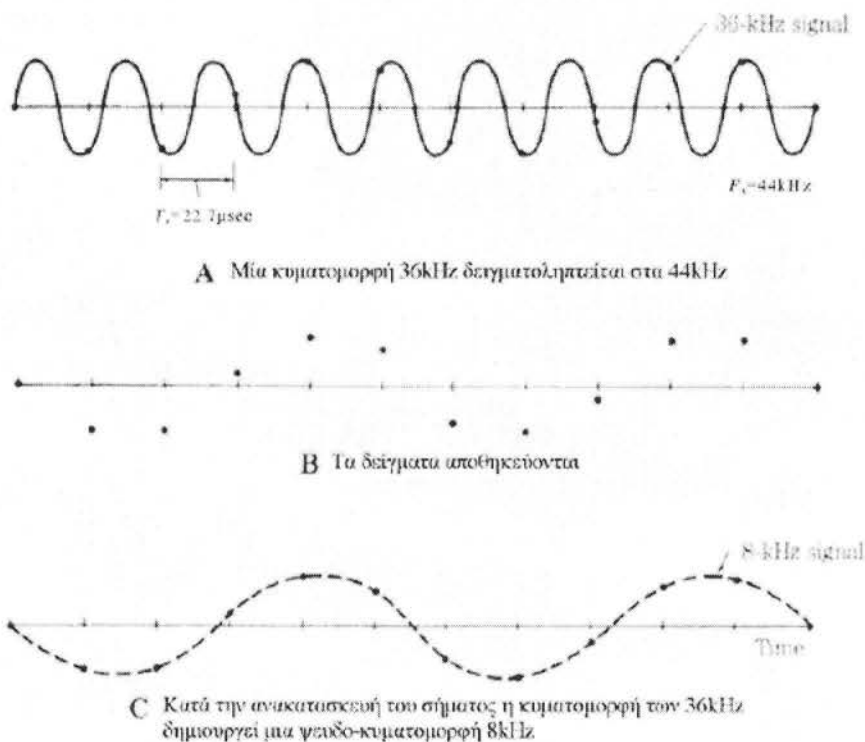
Ας θεωρήσουμε ότι  $F_s=44$  kHz και ας θέσουμε  $f=8$  kHz στην (1). Εξετάζουμε το φαινόμενο λαμβάνοντας υπόψιν για το  $k$  μόνο τις τιμές  $-1, 0$  και  $1$ . Η σχέση τώρα μας λέει ότι

$$S_d(8\text{kHz}) = \frac{1}{T_s} [S_c(8\text{kHz} - 44\text{kHz}) + S_c(8\text{kHz}) + S_c(8\text{kHz} + 44\text{kHz})] \Rightarrow$$

$$S_d(8\text{kHz}) = \frac{1}{T_s} [S_c(-32\text{kHz}) + S_c(8\text{kHz}) + S_c(54\text{kHz})].$$



Γίνεται λοιπόν φανερό ότι εκτός από τις συνιστώσες του αναλογικού σήματος στα 8kHz, συνιστώσες των 32kHz και των 54kHz θα εμφανιστούν στο ψηφιακό σήμα, εκτός αν έχουν ληφθεί μέτρα έτσι ώστε το αναλογικό –προς ψηφιοποίηση– σήμα να μην έχει τέτοιες συνιστώσες, δηλαδή να έχει γίνει χρήση κατάλληλου φίλτρου χαμηλής διέλευσης συχνοτήτων. Ένα ζήτημα ενδεχομένως να δημιουργείται σχετικά με το αρνητικό πρόσημο συχνότητας (-32kHz). Θα πρέπει να θυμηθεί ο αναγνώστης ότι ο μετασχηματισμός Fourier ενός σήματος έχει μιγαδικές τιμές και ότι αν το σήμα  $g(t)$  είναι πραγματικό (όπως όλα τα σήματα που εξετάζονται στο μάθημα) θα ισχύει  $G(-f)=G^*(f)$ , όπου το “\*” εκφράζει μιγαδική συζυγία και  $G(f)$  είναι ο μετασχηματισμός Fourier συνεχούς χρόνου του σήματος  $g(t)$ .



**Σχήμα 1.6.1**

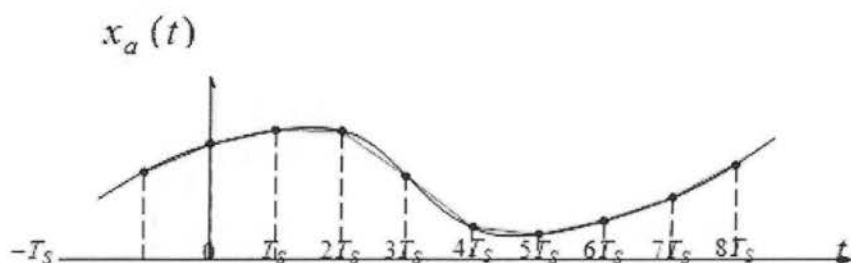
Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ένα απλό παράδειγμα φασματικής αναδίπλωσης όπου κατά την ψηφιοποίηση ενός ημιτονικού σήματος συχνότητας 36kHz με συχνότητα δειγματοληψίας 44kHz δημιουργείται μια ψευδο-συχνότητα 8kHz στο ψηφιακό σήμα. Ο περιορισμός του συχνοτικού εύρους του αναλογικού σήματος είναι σημαντικότερος για τη σωστή ψηφιοποίηση του σήματος.

Από όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως και γνωρίζοντας ότι τα ακουστικά σήματα γίνονται αντιληπτά μέχρι περίπου τη συχνότητα των 20kHz, προκύπτει ότι η συχνότητα δειγματοληψίας  $F_s$  (Hz) θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με 40kHz. Παρόλα αυτά, λόγω των αρχικών τεχνικών προδιαγραφών των συστημάτων video στα οποία γινόταν αρχικά η αποθήκευση των ψηφιακών ηχητικών δεδομένων, η συχνότητα δειγματοληψίας για τα οικιακά ψηφιακά ηχητικά συστήματα, ορίστηκε στα 44.1kHz. Στην πράξη όμως τα ακουστικά σήματα δεν περιορίζονται στη μέγιστη τιμή των 22.05kHz που απαιτεί η παραπάνω συχνότητα δειγματοληψίας, γι' αυτό και απαιτείται προ-φιλτράρισμα του αρχικού αναλογικού σήματος πριν οδηγηθεί στη βαθμίδα δειγματοληψίας, με στόχο την αποκοπή συχνοτήτων μεγαλύτερων από τη μέγιστη συχνότητα που στο συγκεκριμένο σύστημα ικανοποιεί τη συχνότητα δειγματοληψίας.

Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση κατωδιαβατού (low-pass) φίλτρου που συχνά ονομάζεται και φίλτρο anti-aliasing. Ομοίως, κατά τη διαδικασία της Ψ/Α μετατροπής, λόγω των κβαντισμένων (διακριτών) τιμών πλάτους του αναπαραγόμενου σήματος, δημιουργούνται συχνότητες υψηλότερες της πραγματικής μέγιστης συχνότητας του σήματος, οι οποίες αποκόπτονται με παρόμοιο φίλτρο που συχνά ονομάζεται φίλτρο ανακατασκευής ή εξομάλυνσης reconstruction/smoothing filter.

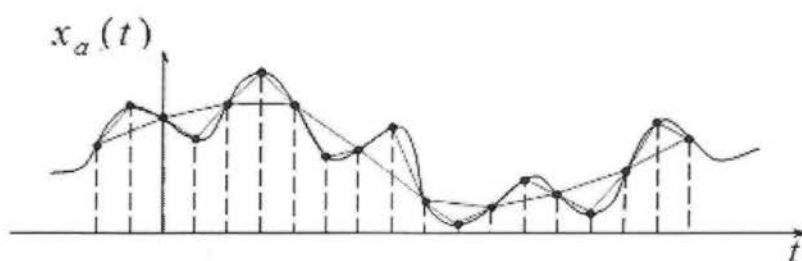
## 1.7 Δειγματοληψία Αναλογικών Σημάτων Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης

- ο Το σήμα  $x_a(t)$  είναι ένα αργά μεταβαλλόμενο σήμα, και το κύριο φασματικό περιεχόμενό του βρίσκεται στις χαμηλές συχνότητες



Σχήμα1.7

- ο Το σήμα  $x_a(t)$  είναι ένα σήμα με γρήγορες μεταβολές οι οποίες οφείλονται στην παρουσία συνιστωσών σε υψηλές συχνότητες



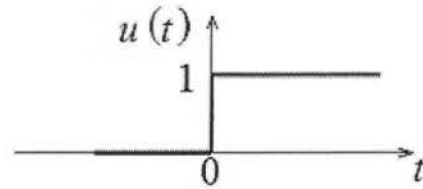
Σχήμα1.7.1

*Είναι προφανές ότι η περίοδος δειγματοληψίας για το δεύτερο σήμα πρέπει να είναι σημαντικά μικρότερη.*

## 1.8 Στοιχειώδη Σήματα

### 1.8.1 Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος συνεχούς χρόνου

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



### 1.8.2 Η κρουστική συνάρτηση συνεχούς χρόνου ή Συνάρτηση δέλτα.

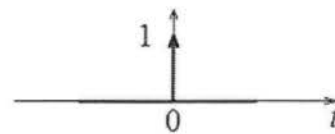
Η  $\delta(t)$  δεν είναι συνάρτηση με τη συνήθη έννοια και ορίζεται μέσα από τις ιδιότητές της, δηλαδή

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

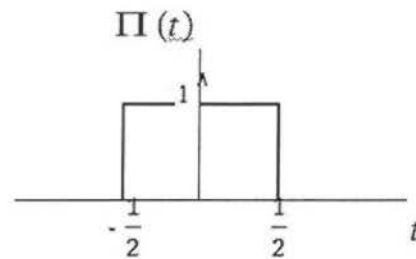
$$\delta(t) = \delta(-t)$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t), \quad a > 0$$



### 1.8.3 Η συνάρτηση Ορθογώνιου Παλμού

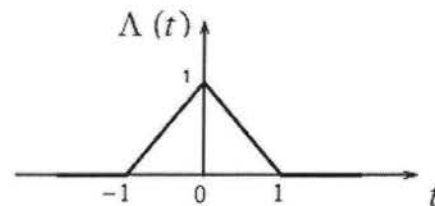
$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & |t| = \frac{1}{2} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι  $\Pi(t) = u(t + \frac{1}{2}) - u(t - \frac{1}{2})$

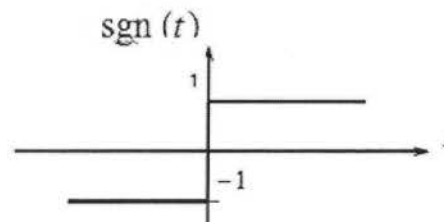
### 1.8.4 Η συνάρτηση Τριγωνικού Παλμού

$$\Lambda(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t < 0 \\ -t+1, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



### 1.8.5 Η συνάρτηση Προσήμου

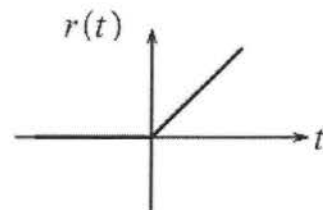
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$$



### 1.8.6 Η συνάρτηση Κλίσης

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι  $r(t) = t \cdot u(t)$



## 1.9 Ενεργειακά σήματα - σήματα ισχύος

Η ενέργεια  $E_x$  του σήματος  $x(t)$  δίνεται από τη σχέση

$$E_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

Σχέση 1.9

Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως **ενεργειακό σήμα** αν

$$0 < E_x < \infty$$

Η μέση ισχύς  $P_x$  του σήματος  $x(t)$  δίνεται από τη σχέση

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

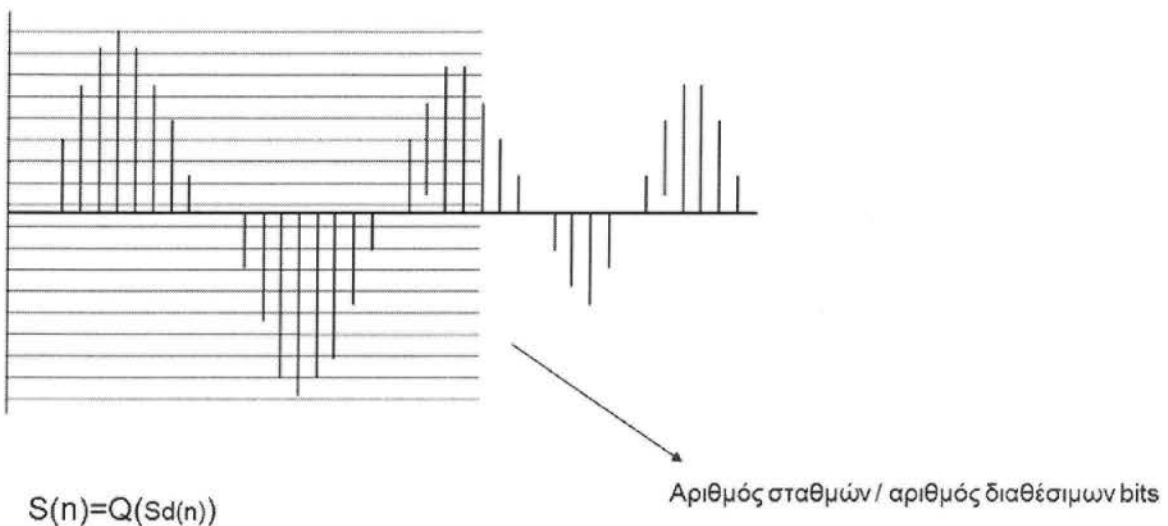
Σχέση 1.9.1

Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως **σήμα ισχύος** αν

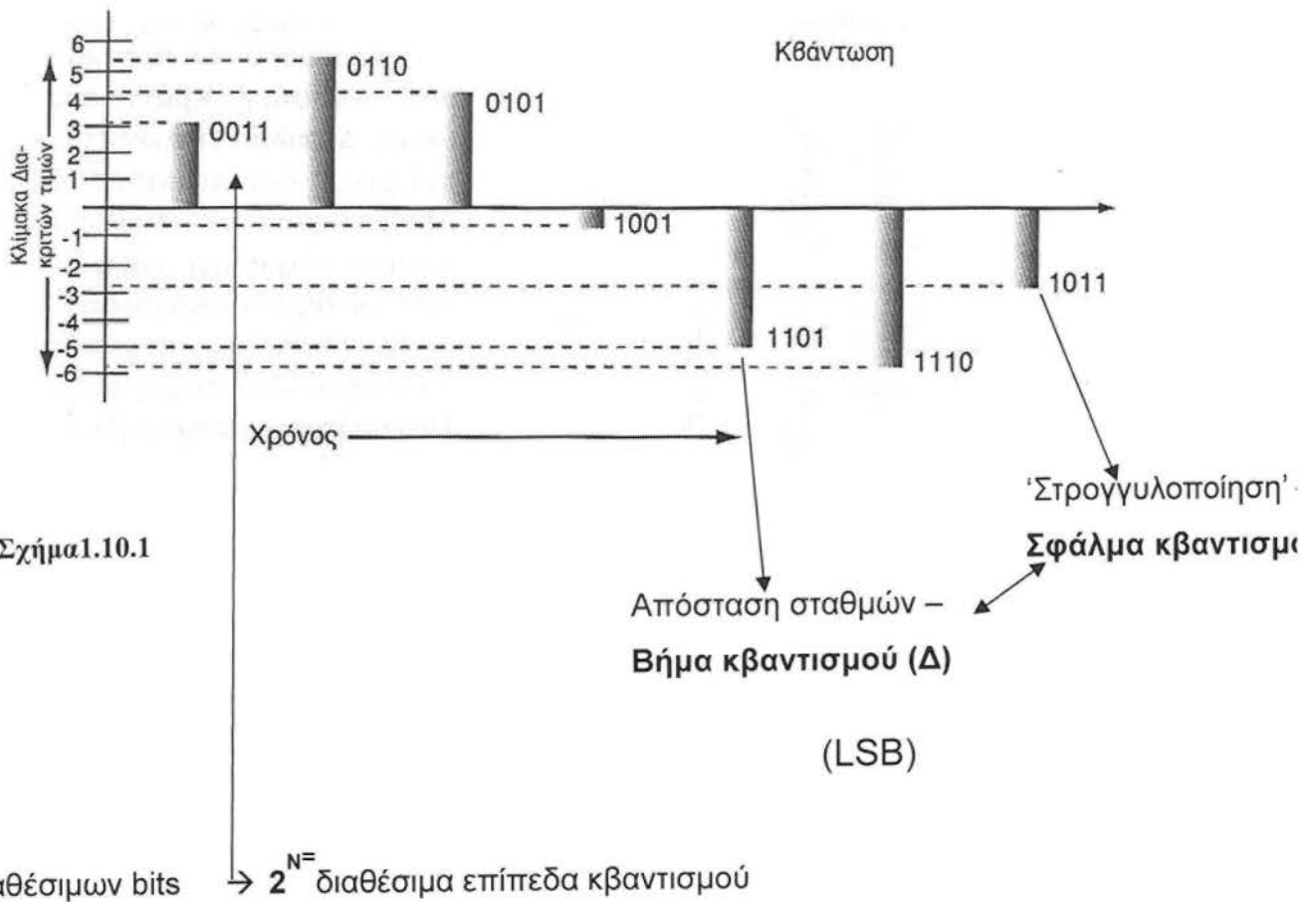
$$0 < P_x < \infty$$

## 1.10 Κβαντισμός

Με τον όρο κβαντισμό εννοούμε τη διαδικασία κατά την οποία οι διαδοχικές τιμές της στάθμης (πλάτους) του σήματος διάκριτου χρόνου  $sd(nTs)$  μετατρέπονται σε διάκριτες (ψηφιακές) τιμές, πραγματοποιείται δηλαδή μια απεικόνιση της μορφής  $sd(nTs) \rightarrow \langle sd(nTs) \rangle$ , όπου  $\langle sd(nTs) \rangle$  είναι η κβαντισμένη τιμή στάθμης του σήματος. Κατά την παραπάνω μετατροπή γίνεται προφανώς κάποιο είδος στρογγυλοποίησης, οπότε προκύπτει ένα σφάλμα  $e(n)$  το οποίο καλείται σφάλμα κβαντισμού. Το τελικό σήμα  $\langle sd(nTs) \rangle$ , είναι πλέον διάκριτο τόσο ως προς τον χρόνο, όσο και ως προς το πλάτος και καλείται ψηφιακό.



Σχήμα 1.10



Σχήμα 1.10.1

Αριθμός διαθέσιμων bits  $\rightarrow 2^N =$  διαθέσιμα επίπεδα κβαντισμού

1 bit: 0, 1  
 2 bit: 00, 01, 10, 11

Προσθετικές τιμές: 8bit (256 στάθμες), 16 bit (65536 στάθμες), 24bit ...



## 1.11 Αριθμητική αναπαράσταση σταθερού σημείου και βήμα κβαντισμού

Γενικά, η αριθμητική αναπαράσταση ψηφιακών δεδομένων υλοποιείται βασικά με δύο τρόπους: (α) με αριθμητική σταθερού σημείου (fixed-point number representation) και (β) με αριθμητική κινητής υποδιαστολής (floating-point number representation). Η επιλογή του κατάλληλου τύπου αριθμητικής αναπαράστασης που θα χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια κάποιας συγκεκριμένης εφαρμογής εξαρτάται βασικά από διάφορους παράγοντες.

Η αριθμητική αναπαράσταση σταθερού σημείου ψηφιακών ηχητικών δειγμάτων με εύρος τιμών από  $-s_{\max}$  έως  $s_{\max}$  προκύπτει με κανονικοποίηση των τιμών των δειγμάτων εισόδου και με προσέγγιση της προκύπτουσας τιμής από ζυγισμένο άθροισμα πεπερασμένου πλήθους δυνάμεων του 2. Συγκεκριμένα, εάν  $s(k)$  το ψηφιακό ηχητικό δείγμα που αντιστοιχεί στην  $k$ -οστή περίοδο δειγματοληψίας του αρχικού αναλογικού σήματος, η κανονικοποιημένη τιμή που αντιστοιχεί στο παραπάνω δείγμα δίνεται από τη σχέση

$$\hat{s}(k) = \frac{\hat{s}_d(k)}{|s_{\max}|}$$

Σχέση 1.11

και το νέο εύρος τιμών του κανονικοποιημένου σήματος είναι από -1 έως 1. Στη συνέχεια, οι προκύπτουσες κανονικοποιημένες τιμές εκφράζονται ως ζυγισμένο άθροισμα πεπερασμένου μήκους, δηλαδή:

$$\hat{s}(k) = -b_0 + b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_{N-1} 2^{-(N-1)}$$

Σχέση 1.11.1

όπου οι  $N$  σε πλήθος τιμές "ζυγίσματος"  $b_0, b_1, \dots, b_i, \dots, b_{N-1}$  αποτελούν τα bit της δυαδικής αναπαράστασης του συγκεκριμένου δείγματος (με δυνατές τιμές 1 ή 0). Το bit  $b_0$  αποτελεί το Πλέον Σημαντικό Ψηφίο (Most Significant Bit, MSB), ενώ το  $b_{N-1}$  το Λιγότερο Σημαντικό Ψηφίο (Least Significant Bit, LSB). Για θετικές τιμές της κανονικοποιημένης τιμής, το  $b_0$  είναι 0, καθώς για αρνητικές είναι 1. Προφανώς, το εύρος των δυνατών τιμών των κανονικοποιημένων δειγμάτων που προκύπτει κάνοντας χρήση της σχέσης (1.3.1) είναι

$$-1 \leq \hat{s}(k) \leq 1 - 2^{-(N-1)}$$

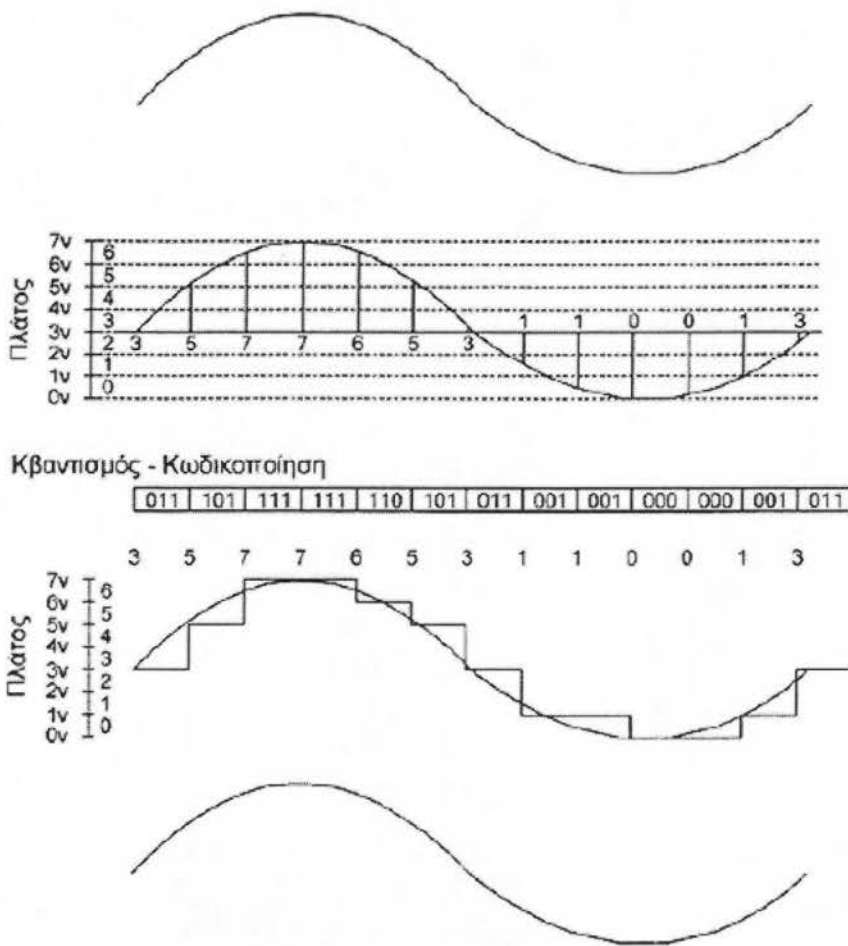
Η μικρότερη αρνητική τιμή (-1) δημιουργείται για  $b_0=1$  και όλα τα άλλα bits ίσα με μηδέν, δηλαδή για ψηφιακή λέξη της μορφής [1000...000]. Η μεγαλύτερη θετική τιμή δημιουργείται αντίστοιχα για ψηφιακές λέξεις της μορφής [0111...111].

Από όσα έχουν ειπωθεί έως τώρα είναι δυνατόν να επαναδιατυπώσουμε την τιμή του βήματος κβαντισμού  $\Delta$  με βάση τις κανονικοποιημένες τιμές του σήματος εισόδου από -1 έως  $1-2^{-(N-1)}$ . Αυτή προκύπτει αν διαιρέσουμε το εύρος των δυνατών τιμών του ψηφιακού ηχητικού δείγματος με το πλήθος των διαθέσιμων σταθμών κβαντισμού. Από τη σχέση (1.3.3) φαίνεται ότι το εύρος δυνατών τιμών, δηλαδή, η απόσταση από την ελάχιστη αρνητική τιμή στη μέγιστη θετική είναι  $2-2^{-(N-1)}$ . Για μεγάλες σχετικά τιμές του  $N$ , ο όρος  $2^{-(N-1)}$  γίνεται πολύ μικρός οπότε μπορούμε να τον αγνοήσουμε και να θεωρήσουμε ότι το εύρος τιμών είναι ίσο με 2. Οπότε, το βήμα κβαντισμού γράφεται

$$\Delta = \frac{2}{2^N} = 2^{-(N-1)}$$

Σχέση 1.11.2

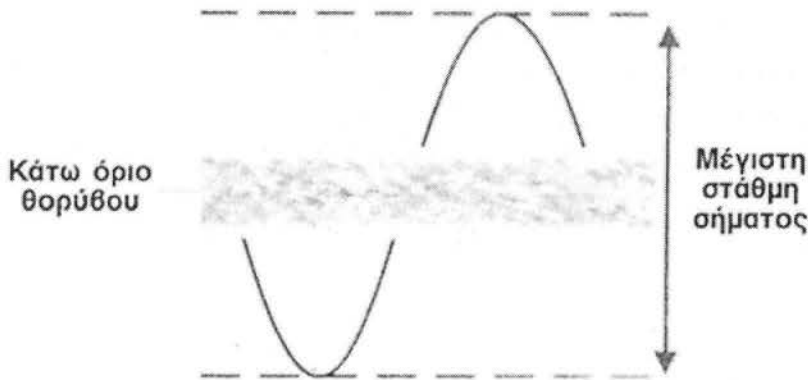
Το βήμα κβαντισμού  $\Delta$  λέγεται και διακριτική ικανότητα, καθότι καθορίζει την ποιότητα της ανάλυσης κατά την ψηφιοποίηση του ηχητικού σήματος. Όσο πιο μεγάλο το μήκος λέξης (δηλαδή το  $N$ ) τόσο πιο μικρό το  $\Delta$  και άρα τόσο καλύτερη η ανάλυση που προσφέρει το κύκλωμα κβαντοποίησης. Ο κβαντιστής γίνεται λοιπόν μεγάλος παράγοντας για τον καθορισμό της ποιότητας του ψηφιοποιημένου ηχητικού σήματος. Το βήμα  $\Delta$  του κβαντιστή καθορίζει άμεσα με την ποιότητα του αναλογικού σε ψηφιακό μετατροπέα και αυτός με τη σειρά του καθορίζει την ποιότητα του ηχητικού σήματος κατά την αναπαραγωγή του. Η ανάλυση ως εδώ κλείνει τη βασική θεωρία για την όλη διαδικασία μετατροπής του αναλογικού σήματος σε ψηφιακό και αντίστροφα. Η όλη διαδικασία απεικονίζεται συνοπτικά και στο Σχήμα 1.11.



Σχήμα 1.11

## 1.12 Δυναμική περιοχή και SNR σε ηχητικά συστήματα

Υπό μία έννοια, δυναμική περιοχή είναι η διαφορά, σε dB, μεταξύ των πιο δυνατών και πιο ήσυχων περασμάτων του προγράμματος που μπορούν να αποδοθούν με ευκρίνεια από το ηχοσύστημα. Εκφράζει τη μέγιστη διαφορά σε ακουστές στάθμες του προγράμματος. Κατ' ουσία υπάρχουν δύο απόλυτες στάθμες σε κάθε ηλεκτρονικό σύστημα, η μέγιστη στάθμη και το κάτω όριο θορύβου. Και τα δύο φαίνονται στο Σχήμα 1.12.



Σχήμα 1.12 Μέγιστη στάθμη σήματος και κάτω όριο θορύβου

Είναι φανερό ότι ένα σήμα πολύ μικρής στάθμης κινδυνεύει να ‘πνιγεί’ μέσα στο θόρυβο, ενώ από την άλλη, ένα σήμα πολύ μεγάλης στάθμης κινδυνεύει να παραμορφώσει (ψαλιδιστεί). Για να μεταδοθεί επομένως με ευκρίνεια μία ηχητική πληροφορία, θα πρέπει να κινείται μεταξύ της ‘Σκύλας’ του θορύβου και της ‘Χάρυβδης’ της παραμόρφωσης.

Ποιες όμως είναι οι αιτίες του θορύβου σε ένα ηλεκτρονικό σύστημα; Σε ένα αναλογικό ηχοσύστημα, ο θόρυβος προέρχεται κυρίως από παρεμβολές που δημιουργούνται από τα ενεργά στοιχεία του κυκλώματος, όπως οι τελεστικοί ενισχυτές και τα τρανζίστορ, τα οποία τροφοδοτούνται με τάσεις πολλές φορές άνω των 20 V. Ακόμα όμως και σε ένα παθητικό σύστημα, όπως το δυναμικό μικρόφωνο, ο ηλεκτρονικός θόρυβος είναι παρών και οφείλεται στην τυχαία κίνηση των ηλεκτρονίων στην αντίσταση του πηνίου (θερμικός θόρυβος). Δεν υπάρχει επομένως απόλυτη ησυχία ούτε στα ηλεκτρονικά κυκλώματα.

Η δυναμική περιοχή τυπικά εκτείνεται από τη μέση τετραγωνική τιμή του θορύβου μέχρι την απόλυτη μέγιστη στάθμη. Πρέπει να σημειωθεί ωστόσο ότι ένας τέτοιος ορισμός της δυναμικής περιοχής, αν και έχει σημασία για τεχνικούς σκοπούς, δεν αντιπροσωπεύει τη υποκειμενικά αισθητή δυναμική περιοχή, όπως αυτή ορίζεται για το ανθρώπινο αισθητήριο όργανο της ακοής. Συγκεκριμένα, όταν ακούμε η ένταση ενός ήχου δεν εξαρτάται τόσο από τις μέγιστες στιγμιαίες τιμές της ηχητικής πίεσης, αλλά από τη μέση τετραγωνική της τιμή. Η μέση τετραγωνική τιμή της πίεσης είναι βέβαια ανάλογη της αντίστοιχης τιμής της τάσης με την οποία αναπαρίσταται το ηχητικό σήμα. Θεωρώντας ένα αναλογικό ηχητικό σύστημα, η μεταβολή της τάσης είναι συνεχούς χρόνου και επομένως η μέση τετραγωνική τιμή ενός ηχητικού σήματος  $s(t)$  ορίζεται από τη παρακάτω σχέση .

$$S_{RMS} = \left( \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt \right)$$

Σχέση 1.12

Γενικά, η μέση τετραγωνική τιμή ενός δυναμικού μεγέθους εκφράζει ενέργεια. Είναι αξιοσημείωτο ότι το σύστημα ακοής του ανθρώπου, σε αναλογία με τη σχέση (1.4.1), εκτελεί κάτι σαν ολοκλήρωση κατά την επεξεργασία του ακουστικού σήματος. Είναι λοιπόν φανερό ότι αν θέλουμε ένα αντιπροσωπευτικό μέγεθος για τη δυναμική περιοχή ενός ηχοσυστήματος θα πρέπει να συγκρίνουμε ενέργειες (μέσες τετραγωνικές τιμές του σήματος) και όχι στιγμιαίες απόλυτες στάθμες. Για αυτό το λόγο, ορίζεται η σχέση σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio, SNR).

$$SNR_{(dB)} = 20 \log_{10} \frac{S_{RMS}}{N_{RMS}}$$

Σχέση 1.12.1

όπου SRMS και NRMS είναι η μέση τετραγωνική τιμή του σήματος εισόδου και του θορύβου αντίστοιχα. Αυτή η σχέση δίνει τιμές σε dB μικρότερες από αυτές της δυναμικής περιοχής, γεγονός που οφείλεται στο ότι η μέση τετραγωνική τιμή ενός σήματος είναι πάντα μικρότερη από την μέγιστη απόλυτη τιμή της συνάρτησης  $s(t)$  κάτι που μαθηματικά μπορούμε να το παραστήσουμε ως

$$S_{RMS} < \max \{ |s(t)| \}$$

Σχέση 1.12.2

Για παράδειγμα, για ένα ημιτονικό σήμα  $s(t)=V_0\sin\omega t$ , το πλάτος σχετίζεται με τη μέση τετραγωνική τιμή μέσω της σχέσης

$$S_{RMS} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Σχέση 1.12.3

Ένα μέγεθος που έχει σημασία είναι ο λόγος της μέγιστης στιγμιαίας τιμής προς τη μέση τετραγωνική τιμή του σήματος

$$\frac{\max\{|s(t)|\}}{S_{RMS}}$$

Σχέση 1.12.4

Ο λόγος αυτός εκφράζει ένα μέγεθος το οποίο σχετίζεται με τη μεταβλητότητα του σήματος, το πόσο δηλαδή μεγαλύτερες είναι οι μέγιστες στιγμιαίες τιμές του πλάτους από τη μέση τετραγωνική του τιμή. Η αναμενόμενη τιμή του συγκεκριμένου λόγου για ηχητικά σήματα ομιλίας είναι γύρω στο 8:1 ενώ για κλασσική μουσική γύρω στο 30:1. Φαίνεται λοιπόν ότι η διαφορά στη στατιστική μεταξύ των ηχητικών σημάτων αντανακλάται σε διαφορετική σχέση μεταξύ δυναμικής περιοχής και μέσης τετραγωνικής τιμής. Για παράδειγμα, η παραδοχή για σήμα ομιλίας μας υπαγορεύει ότι η δυναμική περιοχή του συστήματος θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε  $(\Delta\Pi)=8S_{RMS}$  ενώ για σήμα κλασσικής μουσικής θα πρέπει  $(\Delta\Pi)=30S_{RMS}$  ΚΟΚ.

$$Headroom = 20 \log_{10} \left( \frac{\max\{|s(t)|\}}{S_{RMS}} \right)$$

Σχέση 1.12.5

Ο διαχωρισμός της μέγιστης απόλυτης στιγμιαίας τιμής από τη μέση τετραγωνική τιμή του σήματος διαφαίνεται και στα χαρακτηριστικά των επαγγελματικών ηχητικών συστημάτων τα οποία ορίζουν το μέγιστο πλάτος τάσης του συστήματος (peak level) και τη νόμιμη στάθμη λειτουργίας (nominal level, RMS level). Σε ένα επαγγελματικό αναλογικό ηχητικό σύστημα η τιμή του headroom είναι της τάξης των 20dB. Αυτό το headroom επιτρέπει στα μέγιστα στιγμιαία πλάτη του σήματος να διατηρούν ένα λόγο 10:1 σε σχέση με τη μέση τετραγωνική του τιμή, κάτι που είναι απαραίτητο για μουσικά σήματα.

### 1.13 Δυναμική περιοχή και SNR σε ψηφιακά ηχητικά συστήματα

Ο παράγοντας του θορύβου σε ένα ψηφιακό κύκλωμα είναι το σφάλμα κβαντισμού  $e(n) = \hat{s}(n) - s(n)$ . Το σφάλμα αυτό χαρακτηρίζεται από μια μέση τετραγωνική τιμή  $E_{RMS}$  η οποία πρέπει να καθοριστεί με βάση τις παραδοχές που έγιναν στην παράγραφο 1.2.2. Για τον υπολογισμό του SNR χρειάζεται βέβαια και ο καθορισμός του αριθμητή της σχέσης (1.4.2), η οποία φυσικά εκφράζει τη μέση τετραγωνική τιμή  $S_{RMS}$  του σήματος εισόδου  $s(n)$ .

#### 1.13.1 Υπολογισμός του ERMS

Κατ' αρχάς παρατηρούμε ότι το  $e(n)$  θα είναι μέγιστο όταν η πραγματική τιμή του αναλογικού στιγμιότυπου  $s(n)$  πέφτει ακριβώς ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς σταθμούς κβαντισμού. Δεδομένου ότι η απόσταση μεταξύ δύο σταθμών κβαντισμού είναι ίση με  $\Delta$ , φαίνεται ότι το  $e(n)$  θα κινείται μεταξύ  $-\Delta/2$  και  $\Delta/2$ , δηλαδή

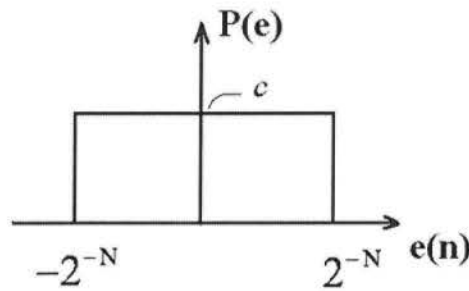
$$-\frac{\Delta}{2} \leq e(n) \leq \frac{\Delta}{2}$$

Σχέση 1.13

Θεωρώντας ότι το σήμα εισόδου είναι κανονικοποιημένο μεταξύ -1 και 1, μπορώ να αντικαταστήσω το  $\Delta$  σύμφωνα με τη σχέση (1.13) και επομένως θα έχω

$$-2^{-N} \leq e(n) \leq 2^{-N}$$

Όταν το σήμα εισόδου κινείται σε φυσιολογικές στάθμες, η μορφή του σφάλματος κβαντισμού είναι τέτοια ώστε να θεωρήσουμε ότι σε αυτό το εύρος το  $e(n)$  παίρνει όλες τις δυνατές τιμές με την ίδια πιθανότητα. Με αυτά σαν δεδομένα σχεδιάζουμε το Σχήμα 1.8 όπου φαίνεται το διάγραμμα κατανομής πυκνότητας πιθανότητας του  $e(n)$ . Ο κατακόρυβος άξονας εκφράζει πιθανότητα και ο οριζόντιος πλάτος. Είναι προφανές ότι η τιμή του  $P(e)$  είναι σταθερή, δηλαδή  $P(e) = c$ . Θυμίζεται ότι το εμβαδό του ορθογώνιου που σχηματίζεται από το Σχήμα 1.13 θα πρέπει να είναι ίσο με 1. Ζητείται από τον αναγνώστη να αποδείξει ότι η τιμή του  $c$  είναι  $2^{N-1}$ .



Σχήμα 1.13.1 Διάγραμμα κατανομής πιθανότητας του σφάλματος κβαντοποίησης.

Για τη δεδομένη κατανομή πιθανότητας του  $e(n)$  η RMS τιμή του μπορεί εύκολα να υπολογιστεί με κατάλληλη ολοκλήρωση ότι είναι ίση με

$$E_{RMS} = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}} = \frac{2^{-N}}{\sqrt{3}}$$

Σχέση 1.13.1

### 1.13.2 Ορισμός του SRMS:

Για τον το σήμα εισόδου  $s(n)$  θα θεωρήσουμε ότι είναι ένα ημιτονικό σήμα και ότι αυτό το σήμα εισέρχεται στο ψηφιακό κύκλωμα αξιοποιώντας όλη τη δυναμική περιοχή του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι το πλάτος του είναι ίσο με  $V_0=1$  και άρα η RMS τιμή του θα είναι ίση με  $S_{RMS} = 1/\sqrt{2}$ . Αντικαθιστώντας αυτήν την τιμή στην (1.4.2) και λαμβάνοντας υπόψιν της έκφραση του  $E_{RMS}$  μπορούμε να δούμε ότι

$$SNR(dB) = 20 \log_{10} \frac{1/\sqrt{2}}{2^{-N}/\sqrt{3}} = 20 \log_{10} 2^N + 20 \log_{10} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 6,02N + 1,76 \text{ dB}$$



Από τη σχέση αυτή φαίνεται λοιπόν ότι η προσθήκη κάθε ενός bit (δηλαδή η μετάβαση από το N στο N+1) έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του SNR κατά 6 dB, που σε γραμμική κλίμακα αντιστοιχεί σε διπλασιασμό του SNR ( $20\log_{10} 2 = 6,02$ ). Με άλλα λόγια, αύξηση της τάξης του κβαντιστή οδηγεί σε υποδιπλασιασμό της στάθμης του θορύβου και επομένως σε διπλασιασμό της δυναμικής περιοχής.

### 1.13.3 Ορισμός του dB-FS (Full Scale)

Συχνά ο ορισμός του πλάτους και της μέσης τετραγωνικής τιμής ενός ψηφιακού σήματος μας δίνεται εκφρασμένο σε dB-FS. Το μέγεθος αυτό ορίζεται με τέτοιον τρόπο ώστε η τιμή 0 dB-FS να αντιστοιχεί στο μέγιστο δυνατό πλάτος του σήματος, όταν δηλαδή το σήμα αξιοποιεί όλο το δυναμικό εύρος του συστήματος. Για παράδειγμα, μια ημιτονική κυματομορφή χαρακτηρίζεται πλήρους πλάτους (full scale) όταν το πλάτος  $V_0$  είναι ίσο με 1, δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε κανονικοποιημένη κλίμακα. Από εκεί και πέρα, ισχύουν όλες οι ιδιότητες των λογαρίθμων και οι χαρακτηριστικές τιμές της συνάρτησης.

$$f(x) = 20\log_{10} x$$

## 1.14 Κβαντισμός ηχητικών σημάτων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το δεύτερο στάδιο στη διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού σήματος σε ψηφιακό είναι ο κβαντισμός των τιμών πλάτους του σήματος διάκριτου χρόνου που προκύπτει κατά τη δειγματοληψία του αρχικού αναλογικού σήματος. Θεωρητικά, η αναλογική κυματομορφή του ακουστικού σήματος διάκριτου χρόνου  $s(n)$  έχει άπειρο αριθμό τιμών πλάτους. Κατά την Α/Ψ μετατροπή, οι τιμές αυτές αντιστοιχίζονται σε πεπερασμένο αριθμό σταθμών (τιμών πλάτους), το πλήθος των οποίων εξαρτάται από την τάξη του κβαντιστή. Η διαδικασία αυτή μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως

$$\hat{s}(n) = Q\{s(n)\}$$

Σχέση 1.14

Στην ανάλυση που ακολουθεί θα εννοείται ότι ο αριθμός δείγματος  $n$  αντιστοιχεί στην  $t=nTs$  τιμή του αναλογικού σήματος  $s_c(t)$  και ο δείκτης  $d$  θα εξυπακούεται, δηλαδή

$$s_d(nTs) = s(n)$$

Σχέση 1.14.1

και

$$\langle s_d(nTs) \rangle = Q\{s(n)\} = \hat{s}(n)$$

Σχέση 1.14.2

Το  $s(n)$  θα υπονοεί δηλαδή σήμα διακριτού χρόνου και συνεχούς πλάτους (αναλογικό στιγμιότυπο) και το  $\hat{s}(n)$  δείγμα διακριτού χρόνου και διακριτού πλάτους (ψηφιακό σήμα). Υπάρχουν διάφοροι τύποι κβαντιστών που υλοποιούν την παραπάνω γενική σχέση, με πιο κοινό τον ομοιόμορφο, γραμμικό κβαντιστή, ο οποίος στρογγυλεύει την αναλογική τιμή της εισόδου του στην πλησιέστερη στάθμη (rounding).

Κάθε δυνατή έξοδος του κβαντιστή (στάθμη) μπορεί να κωδικοποιηθεί δυαδικά από μία ψηφιακή λέξη μήκους  $N$  bit, οπότε το συνολικό πλήθος των σταθμών εξόδου είναι  $2^N$ . Το  $N$  είναι σημαντικός παράγοντας για την ποιότητα ψηφιακής αναπαράστασης της ηχητικής πληροφορίας. Το

N αναφέρεται επίσης ως ευκρίνεια κβαντισμού και ως τάξη του κβαντιστή.

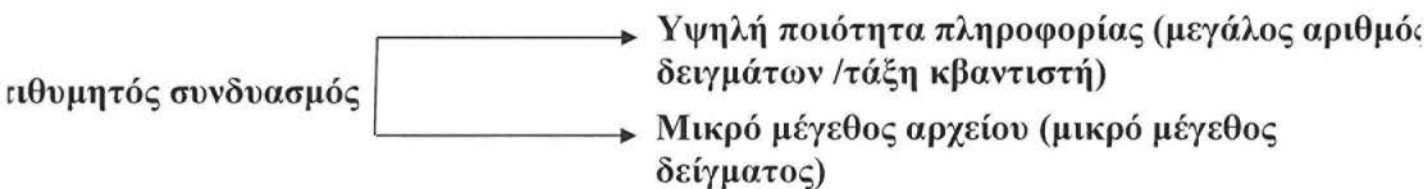
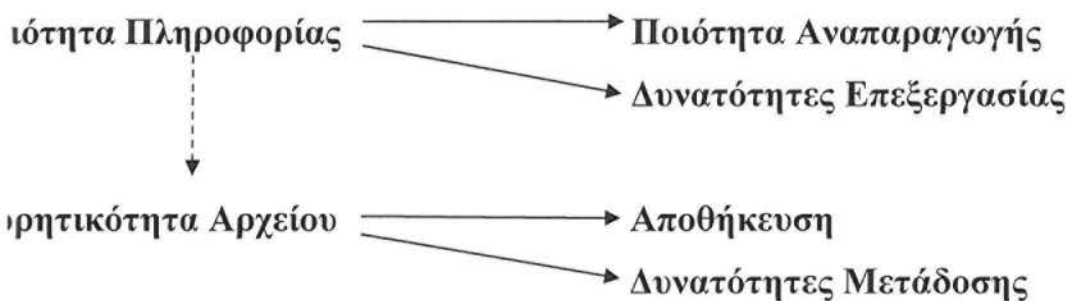
Οι στάθμες μεταξύ διαδοχικών σταθμών κβαντισμού απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\Delta$ , η οποία καλείται βήμα κβαντισμού (ή αλλιώς τιμή του Ελάχιστα Σημαντικού Ψηφίου -Least Significant Bit, LSB) και δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta = LSB = \frac{S_{\max}}{2^{N-1}}$$

Σχέση 1.14.3

Όπου  $S_{\max}$  το μέγιστο πλάτος εισόδου που μπορεί να κβαντιστεί σωστά από το συγκεκριμένο κβαντιστή. Στην πράξη, το βήμα κβαντισμού  $\Delta$  ορίζεται σαν η αύξηση της τάσης εισόδου που απαιτείται να εφαρμοστεί στην είσοδο ενός κβαντιστή για την αλλαγή του λιγότερο σημαντικού ψηφίου (LSB) της εξόδου του.

## 1.15 Σχέση Δειγματοληψίας - Κβαντισμού



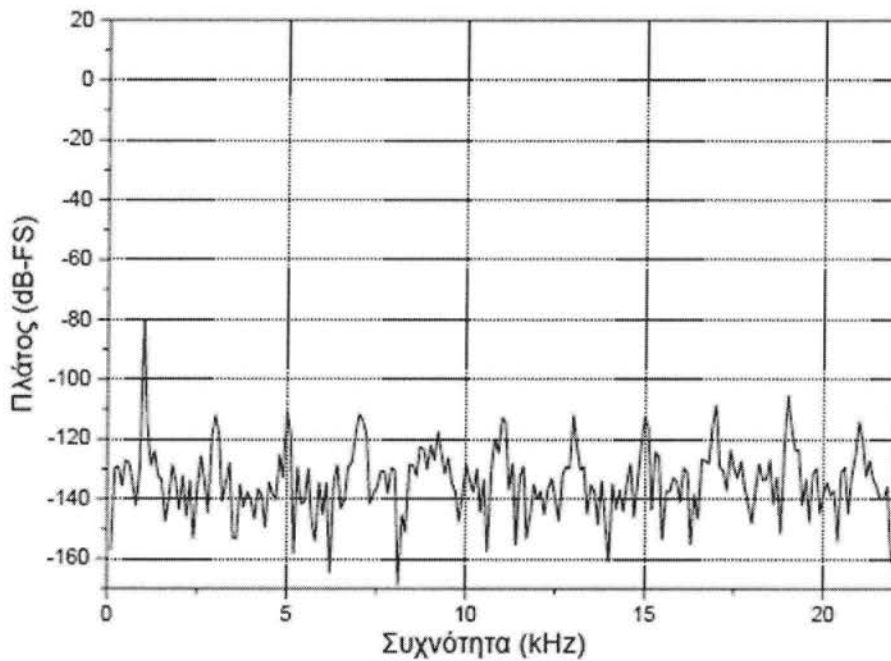
### 1.15.1 Χωρητικότητα Αρχείου

$$\text{Χωρητικότητα (bytes)} = \frac{\text{Συχνότητα (Hz)} \times \text{μέγεθος δείγματος (bits)} \times \text{διάρκεια (sec)} \times \text{αρ.καναλιών}}{8 \text{ (bits) (μέγεθος byte)}}$$

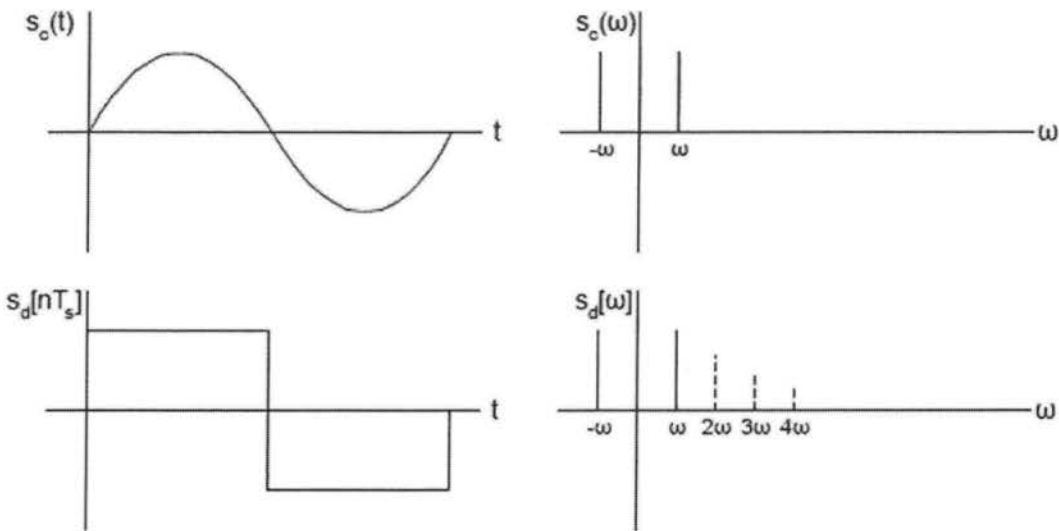
## 1.16 Dither

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι σε αντίθεση με τα αναλογικά συστήματα, τα προβλήματα μετατροπής παρουσιάζονται στις χαμηλές στάθμες σήματος, όπως π.χ. στα ήσυχα περάσματα της μουσικής ή στο τέλος της διάρκειας μιας μουσικής νότας, καθώς όσο μικραίνει το πλάτος του σήματος εισόδου, τόσο το σφάλμα κβαντισμού δεν έχει την θεωρητική μορφή του λευκού θορύβου, αλλά αποκτά συσχετισμένο προς το σήμα εισόδου χαρακτήρα (δηλ. μορφή αρμονικής παραμόρφωσης) και η παραπάνω ανάλυση δεν ισχύει (Σχήμα 1.10). Μάλιστα, συχνά συμβαίνει το πλάτος του σήματος να είναι μικρότερο της ελάχιστης στάθμης κβαντισμού του μετατροπέα. Στις περιπτώσεις αυτές ενδέχεται να εμφανιστούν και άλλα ανεπιθύμητα φαινόμενα παραμορφώσεων (Σχήμα 1.11). Όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα, ελλειπής κβαντισμός του σήματος προκαλεί παραμόρφωση με αποτέλεσμα το φάσμα του παραγόμενου σήματος να εμφανίζει νέες αρμονικές που ενδέχεται να μην ικανοποιούν την συνθήκη δειγματοληψίας και να παράγουν αναδιπλούμενες συνιστώσες (aliasing). Αυτή η μορφή αρμονικής παραμόρφωσης σε χαμηλής στάθμης σήματα, προσδίδει συχνά τη χαρακτηριστική τραχύτητα στην ακουστική χροιά των ήχων που αναπαράγονται από ψηφιακά συστήματα, κυρίως χαμηλής ποιότητας/τιμής (π.χ. κάρτες ήχου για PC με ευκρίνεια κβαντισμού 8 bit). Ο ελλειπής κβαντισμός περιορίζει επίσης την ακουστική ευκρίνεια στην αναπαραγωγή μουσικών ήχων - κάτι που δεν είναι σύνηθες σε αντίστοιχα αναλογικά συστήματα. Συμπερασματικά, ο θόρυβος που παράγουν τα ψηφιακά ηχητικά συστήματα εμφανίζεται κατά το στάδιο του κβαντισμού (ή της αναπαραγωγής του κβαντισμένου σήματος) και έχει ιδιάζοντα και ανεπιθύμητο χαρακτήρα. Για τη λύση των προβλημάτων αυτών έχουν προταθεί κατά καιρούς τεχνικές που βασίζονται στη χρήση μη γραμμικών floating point μετατροπέων, που όμως δεν τυγχάνουν ευρείας χρήσης για μουσικά σήματα. Προφανώς, θα ήταν χρήσιμο αν η τάξη  $N$  (bits) του κβαντιστή αυξηθεί πάνω από τα 16 bit, αλλά αυτό, όπως θα συζητηθεί αργότερα, δεν ήταν τεχνικά εφικτό την δεκαετία του '80 όταν ορίσθηκαν οι προδιαγραφές του συστήματος CD. Οι περιορισμοί αυτοί πλέον δεν ισχύουν και έτσι στο σύστημα DVD (και σε άλλα ψηφιακά ηχητικά συστήματα) είναι δυνατή η χρήση σήματος κβαντισμένου με ευκρίνεια μέχρι και 24 bit.

Στην περίπτωση συστημάτων 16 bit, μια λύση που ακολουθείται κατά την αρχική Α/Ψ μετατροπή του μουσικού σήματος (ηχογράφηση) βασίζεται στην προσθήκη θορύβου χαμηλής στάθμης (dither), που έχει τιμές πλάτους συγκρίσιμες της στάθμης κβαντισμού  $\Delta$  και η επίδρασή του θα συζητηθεί εκτενώς σε αυτό το κεφάλαιο. Το αποτέλεσμα της προσθήκης αυτής όπως θα δούμε, αναιρεί πολλά από τα προβλήματα που συζητήθηκαν παραπάνω, έτσι ώστε να εμφανίζεται ένα περισσότερο ικανοποιητικό ακουστικό αποτέλεσμα, αυξάνει όμως τη στάθμη του θορύβου, ο οποίος έχει πλέον τον επιθυμητό χαρακτήρα του λευκού θορύβου.



Σχήμα 1.16 Μορφή φάσματος ημιτονικού σήματος πλάτους  $-80\text{dB-FS}$ , συχνότητας  $1\text{kHz}$ ,  $N=16\text{ bit}$



Σχήμα 1.16.1 Επίδραση του κβαντισμού στο φασματικό περιεχόμενο σημάτων χαμηλής στάθμης

## 1.17 Κβαντισμός και Dither

Το Dither είναι ουσιαστικά μια διαδικασία κατά την οποία εισάγουμε στο σήμα μας θόρυβο κατάλληλου πλάτους και στατιστικών χαρακτηριστικών. Το πλάτος αυτό συνήθως είναι της τάξης του  $\frac{1}{2}$  και 1LSB, και ο θόρυβος έχει συνήθως χαρακτηριστικά λευκού θορύβου (παρόμοια δηλαδή με την αρχική υπόθεση που κάναμε για το σφάλμα κβαντισμού).

Τα οφέλη από τη χρήση Dither φαίνονται στα διαγράμματα του σχήματος 1.13. Στην αριστερή στήλη φαίνονται τα χαρακτηριστικά του σήματος εισόδου χωρίς τη χρήση Dither και στη δεξιά με τη χρήση του Dither.

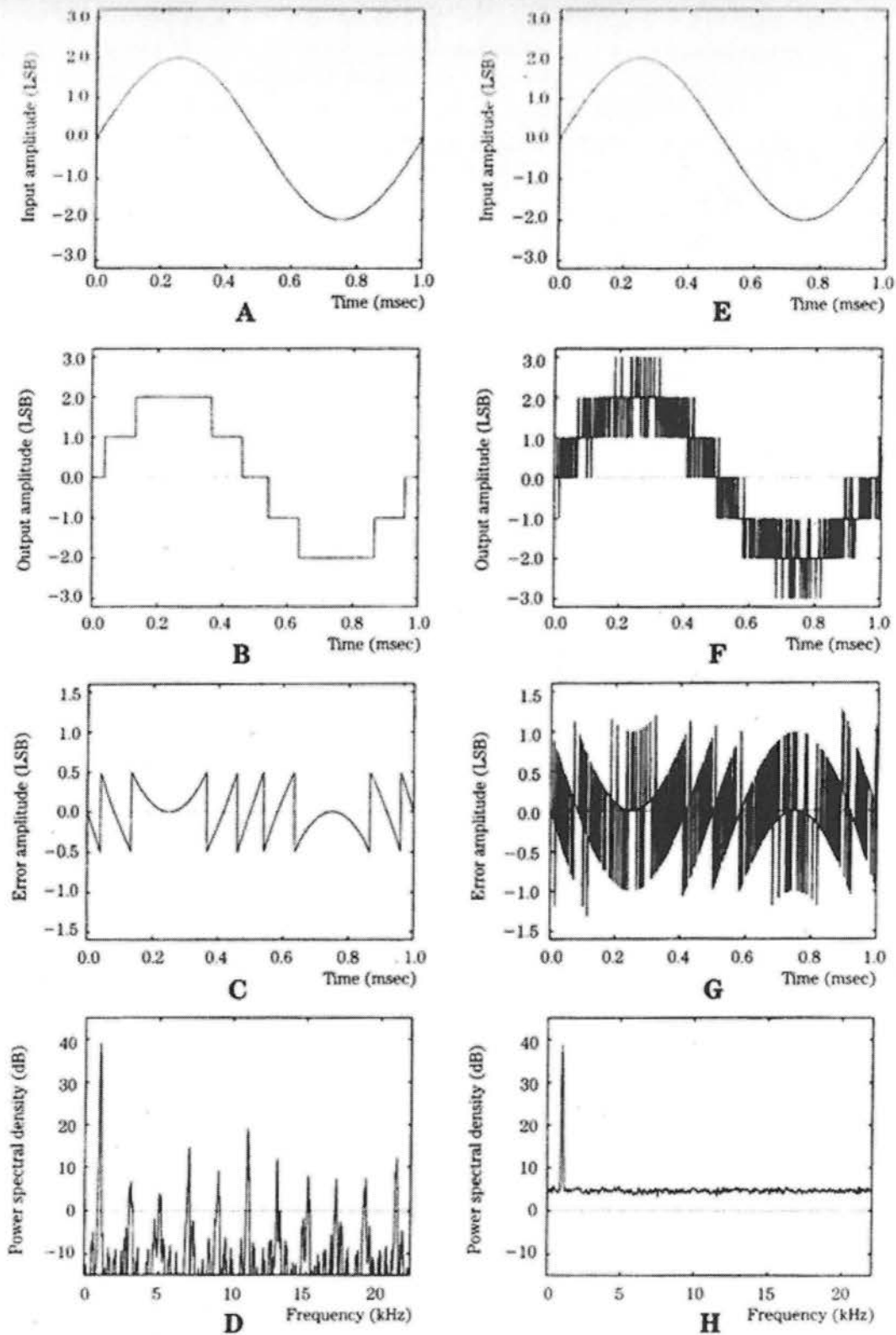
Σχήμα 1.13 A: ένα ημιτονικό σήμα συχνότητας 1 kHz εισέρχεται στον κβαντιστή με πλάτος ίσα ίσα 2 LSB. Με το που θα εισέλθει στον κβαντιστή θα πάρει τη μορφή που φαίνεται στο διάγραμμα B. Στο διάγραμμα C φαίνεται το σφάλμα κβαντισμού και στο D απεικονίζεται η φασματική πυκνότητα του ψηφιακού σήματος (είναι ένα διάγραμμα έντασης ανά συχνότητα). Φαίνεται λοιπόν ότι όσο λιγοστεύουν οι σταθμοί κβαντισμού από όπου διέρχεται το σήμα, αυτό παίρνει μια μορφή που μοιάζει με τετραγωνικό παλμό, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα να εμφανίζονται συχνότητες αρμονικές της αρχικής.

Στο σχήμα D βλέπουμε ότι ναι μεν υπερिσχύει η αρχική συχνότητα του 1 kHz αλλά εμφανίζονται και αρμονικές στα 3, 5, 7, 9 kHz και πάει λέγοντας. Τα ίδια μεγέθη με τη χρήση Dither πλάτους 2 LSB p-p (από κορυφή σε κορυφή) φαίνονται τώρα στη δεξιά στήλη. Βλέπουμε λοιπόν ότι ο θόρυβος από το Dither υπερτίθεται πάνω στην ημιτονική κυματομορφή αλλάζοντας την απόκριση του κβαντιστή στο διάγραμμα F.

Το σφάλμα κβαντισμού έχει αποκτήσει και αυτό διαφορετική μορφή (διάγραμμα G) και από τη φασματική πυκνότητα του ψηφιακού σήματος στο διάγραμμα Η φαίνεται ότι οι αρμονικές συχνότητες έχουν εξουδετερωθεί. Στη θέση τους βλέπουμε ένα ομοιόμορφα κατανομημένο λευκό θόρυβο, ο οποίος είναι λιγότερο ενοχλητικός από την περίπτωση με τις δυνατές αρμονικές συνιστώσες.

Με το Dither καταφέρνουμε λοιπόν να βελτιώνουμε υποκειμενικά τη χροιά του ψηφιακού σήματος. Η προσθήκη του dither στην είσοδο ενός κβαντιστή μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι προκαλεί τις εξής σημαντικές βελτιώσεις στη συνολική λειτουργία του: (α) αλλάζει την μορφή του σφάλματος κβαντισμού και το καθιστά ανεξάρτητο από το σήμα εισόδου, (β) αφαιρεί κάθε είδους αρμονικής παραμόρφωσης η οποία εμφανίζεται κατά την μετατροπή σημάτων πολύ μικρού πλάτους, δίνοντας στον θόρυβο κβαντισμού χαρακτηριστικά όμοια με τα χαρακτηριστικά λευκού θορύβου και (γ) βελτιώνει τη διακριτική ικανότητα του κβαντιστή, αυξάνοντας κατά υποκειμενικό (κι όχι ποσοτικό) τρόπο τη δυναμική του περιοχή.





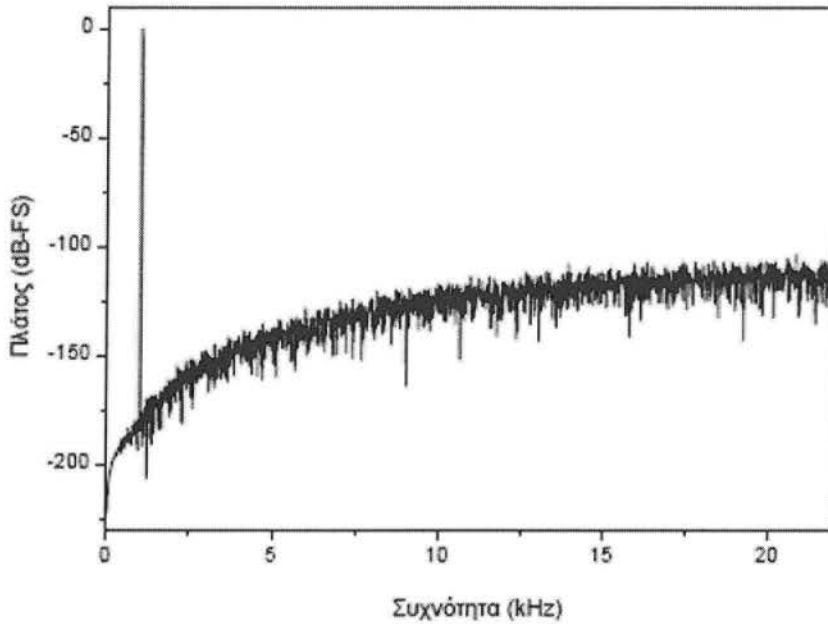
Σχήμα 1.17 Επίδραση της προσθήκης Dither στη μορφή και τη φασματική πυκνότητα του ψηφιακού σήματος.

Ο λόγος που λέμε κατά υποκειμενικό και όχι κατά ποσοτικό έχει να κάνει με το ότι με την προσθήκη Dither το επίπεδο του θορύβου αυξάνεται, δε μειώνεται. Πράγματι, αν υπολογίσουμε τη μέση τετραγωνική ισχύ του σφάλματος κβαντισμού χωρίς Dither θα δούμε ότι αυτή κυμαίνεται στο διάγραμμα D στα 0 dB περίπου, ενώ στο διάγραμμα Η η στάθμη του θορύβου είναι αυξημένη κατά 5 dB (σχεδόν διπλάσια). Το πλεονέκτημα λοιπόν του Dither είναι ότι αλλάζει τη μορφή του σφάλματος κβαντισμού, όχι ότι μειώνει το επίπεδο του θορύβου. Το Dither αυξάνει το επίπεδο θορύβου του κβαντιστή, και αυτή αύξηση είναι ανάλογη του πλάτους του Dither που χρησιμοποιείται (πχ αν είναι 1LSB pp, 2 LSB p-p κλπ).

### 1.18 Μορφοποίηση θορύβου

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η χρήση dither έχει σαν αποτέλεσμα την αποδιαμόρφωση του σφάλματος κβαντισμού από το σήμα εισόδου και την μείωση της αρμονικής παραμόρφωσης που δημιουργείται κατά τον κβαντισμό σημάτων μικρού πλάτους, με ταυτόχρονη αύξηση το επιπέδου του θορύβου κβαντισμού. Παρόλο που σε τυπικές ηχητικές εφαρμογές (κβαντισμός 16bit, συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz) η στάθμη θορύβου είναι αρκετά χαμηλή κι έχει χαρακτηριστικά λευκού θορύβου, εντούτοις για σήματα χαμηλής έντασης, το επίπεδο του θορύβου ξεπερνά το ελάχιστο κατώφλι ακοής και ο θόρυβος κβαντισμού καθίσταται ακουστός. Η ακουστότητα του θορύβου αυξάνει λόγω της μεταβλητής ευαισθησίας του ανθρωπίνου ακουστικού οργάνου με τη συχνότητα, με αποτέλεσμα ο θόρυβος κβαντισμού να είναι λιγότερο ακουστός από τη συχνότητα των 4kHz και πάνω. Επίσης, κατά καιρούς έχουν εμφανιστεί και υλοποιήσεις φίλτρων με συντελεστές δεκαδικούς αριθμούς, τα οποία προσπαθούν να δώσουν στο θόρυβο κβαντισμού τη μορφή του ελαχίστου κατωφλίου ακοής (βλ. 'Εγχειρίδιο Ακουστικής' κεφ 3). Για το λόγο αυτό, σε τυπικές ηχητικές εφαρμογές, ο θόρυβος κβαντισμού μορφοποιείται κατάλληλα στο πεδίο της συχνότητας, χρησιμοποιώντας τεχνικές μορφοποίησης θορύβου (Noise-Shaping). Η τεχνικές αυτές υλοποιούνται μέσω ανατροφοδοτούμενων ψηφιακών φίλτρων που λειτουργούν ως κλάδοι ανατροφοδότησης γύρω από έναν κβαντιστή Στο Σχήμα 1.16 φαίνεται η επίδραση που έχει η εφαρμογή της τεχνικής Noise-shaping κατά τον κβαντισμό μιας 0dB-FS ημιτονικής κυματομορφής 1kHz με χρήση κατάλληλου αναδρομικού φίλτρου. Με σωστή επιλογή λοιπόν του φίλτρου, μπορούμε να διαμορφώσουμε το θόρυβο και να μορφοποιήσουμε το επίπεδό του ώστε η ενέργεια του

θορύβου να μετατοπιστεί προς τις υψηλές συχνότητες όπου γίνεται λιγότερο ακουστός.



**Σχήμα 1.18** Φάσμα εξόδου κβαντιστή για είσοδο ημιτονικού σήματος πλάτους 0dB-FS, συχνότητας 1kHz και χρήση Noise-Shaping τεχνικής.

### 1.19 Υπερδειγματοληψία

Οι τεχνικές υπερδειγματοληψίας (oversampling) εμφανίστηκαν σε συστήματα στα τέλη της δεκαετίας του '80 και είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν είτε στην Α/Ψ είτε στην Ψ/Α μετατροπή, βασίζονται δε στην αύξηση της συχνότητας δειγματοληψίας (ή της ροής δεδομένων) κατά  $R$  φορές, όπου αν π.χ.  $R=2$ , τότε υλοποιείται 2x oversampling, αν  $R=4$ , 4x oversampling κλπ. Όπως θα εξηγηθεί παρακάτω, τα κύρια πλεονεκτήματα αυτής (της θεωρητικά περιττής) αύξησης είναι:

- Η ελάττωση των παραμορφώσεων από το αναλογικό antialiasing φίλτρο εισόδου ή εξόδου του μετατροπέα.

- Η ελάττωση του θορύβου σφάλματος κβαντισμού, κάτι που συμπληρωματικά διευκολύνεται με τη χρήση τεχνικών μορφοποίησης φάσματος του σφάλματος (Noise-Shaping).
- Η δυνατότητα ελάττωσης της τάξης του κβαντιστή του μετατροπέα, χωρίς ταυτόχρονη ελάττωση της σχέσης SNR, κάτι που με τη χρήση ειδικών μεθόδων διαμόρφωσης του προς μετατροπή σήματος, επιτρέπει κβαντισμό χαμηλής τάξης μέχρι και  $N = 1$  bit (μετατροπείς Σίγμα-Δέλτα).
- Η απλούστευση της κατασκευής και ρύθμισης του μετατροπέα και η ελάττωση του κόστους κατασκευής του.

Για να εξηγηθούν τα παραπάνω, θα πρέπει να αναλυθεί η θεωρία της τεχνικής αυτής. Με υπερδειγματοληψία  $R$ -φορές, λαμβάνονται δείγματα του σήματος με μια νέα συχνότητα  $f_s' = Rf_s$  (Hz), π.χ. εάν  $R=4$  και  $f_s=44,1\text{kHz}$ , τότε  $f_s' = 176,4\text{kHz}$ . Έτσι η νέα μέγιστη συχνότητα η οποία είναι δυνατόν να εμφανίζεται στο «υπερδειγματοληπτούμενο» σήμα  $f_{\text{max}}$  θα είναι επίσης αυξημένη κατά  $R$  φορές, δηλαδή  $f_{\text{max}}' = Rf_{\text{max}}$ . Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 1.17, η νέα αυτή συνθήκη επιτρέπει τη χρήση ομαλότερων (χαμηλότερης τάξης) αναλογικών anti-aliasing φίλτρων που δε χρειάζεται να έχουν τόσο υψηλό ρυθμό αποκοπής. Επίσης, βασιζόμενοι στην παραδοχή ο θόρυβος κβαντισμού είναι λευκός, τότε εμφανίζει και σταθερή φασματική πυκνότητα. Στο «υπερδειγματοληπτούμενο» σήμα το φάσμα καλύπτει  $R$ -φορές μεγαλύτερη περιοχή και άρα εμφανίζει ελάττωση του πλάτους του κατά  $R$ -φορές σε συγκεκριμένη συχνότητα, π.χ. αν  $R=4$ , τότε:

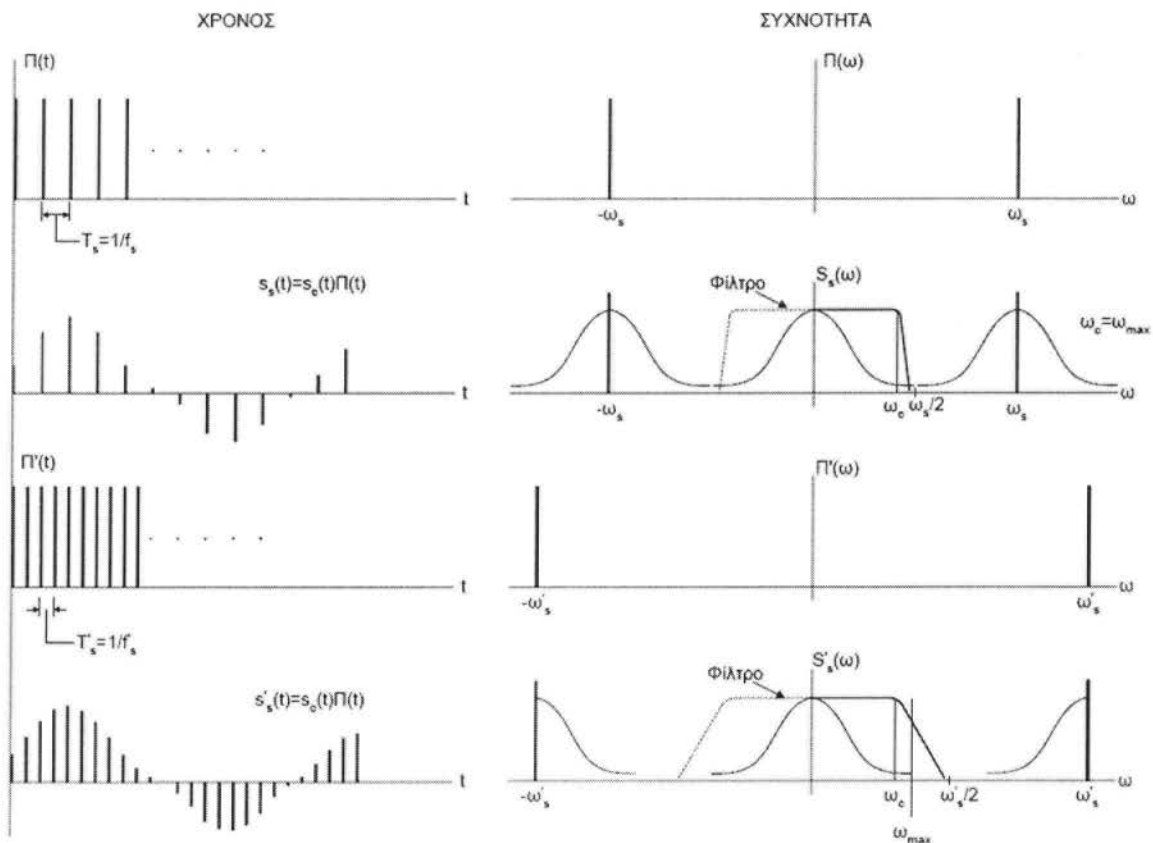
$$(\bar{e}')^2 = \frac{(\bar{e})^2}{4}$$

και επομένως

$$10 \log \frac{(\bar{e})^2}{(\bar{e}')^2} = -6\text{dB}$$

Σχέση 1.19

όπου  $(e)^2$  και  $(e')^2$  είναι η πυκνότητα φασματικής ισχύος του σφάλματος κβαντοποίησης χωρίς και με υπερδειγματοληψία αντίστοιχα. Άρα σε αυτό το παράδειγμα εμφανίζεται μια θεωρητική βελτίωση της τάξης των 6 dB και γενικά, κάθε διπλασιασμός του R αυξάνει την τιμή SNR κατά 3dB περίπου. Επιπλέον, οι περισσότερες περιπτώσεις χρήσης υπερδειγματοληψίας συνδυάζονται με Noise-Shaping τεχνικές έτσι ώστε το σφάλμα κβαντισμού να είναι ελάχιστο στην περιοχή ακουστικών συχνοτήτων (20Hz-20kHz) και να αυξάνει στις υψηλότερες συχνότητες, οπότε τελικά, επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ωφέλιμη ελάττωση στο θόρυβο κβαντισμού. (Σχήμα 1.19.1).



**Σχήμα 1.19** Παράδειγμα εφαρμογής υπερδειγματοληψίας. Φαίνεται η δυνατότητα χρήσης φίλτρου αναλογικού φίλτρου με πιο ομαλή κλίση και έτσι αποφεύγονται πολλά από τα προβλήματα που εισάγονται από τη χρήση φίλτρων μεγάλου ρυθμού αποκοπής συχνοτήτων

Το τρίτο πλεονέκτημα της τεχνικής υπερδειγματοληψίας είναι η αύξηση της «ενεργού τάξης κβαντισμού» ενός δεδομένου μετατροπέα. Έστω  $N$  η τάξη ενός κβαντιστή όπου πριν τον κβαντισμό εφαρμόζουμε δειγματοληψία παράγοντα  $R$ . Θα αποδείξουμε ότι η ποιότητα αναπαραγωγής είναι ισοδύναμη με ένα δεύτερο κβαντιστή τάξης  $N' > N$  για τον οποίο δεν έχει γίνει χρήση υπερδειγματοληψίας. Αυτό προκύπτει από τη γνωστή σχέση

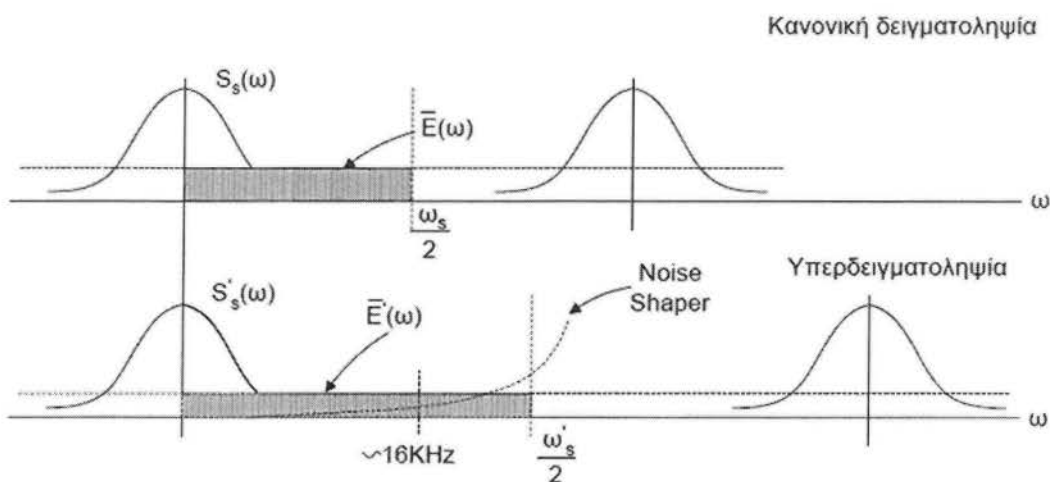
$$SNR_{(dB)} = 20 \log_{10} \frac{S_{RMS}}{N_{RMS}} = 6,02N + 1,76$$

Σχέση 1.19.1

όπου  $N_{RMS}$  είναι η μέση τετραγωνική τιμή του σφάλματος κβαντισμού. Όπως είπαμε προηγουμένως, η υπερδειγματοληψία ελαττώνει την πυκνότητα φασματικής ισχύος του σφάλματος κβαντισμού με αποτέλεσμα η εντός ακουστών συχνοτήτων (20Hz - 20kHz) ενέργεια του σφάλματος κβαντισμού να ελαττώνεται. Αν λοιπόν  $N_{RMS}$  η χωρίς υπερδειγματοληψία RMS τιμή του σφάλματος κβαντισμού τότε κατά την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας αντιστοιχεί μια νέα τιμή  $N'RMS$  τέτοια ώστε  $N'RMS < N_{RMS}$ . Από την προηγούμενη σχέση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αυτή η μείωση αντιστοιχεί σε μια αύξηση της τάξης κβαντισμού από  $N$  σε  $N'$ , τέτοια ώστε

$$N' - N = \Delta N = 0.5 \log_2 R$$

Σχέση 1.19.2



**Σχήμα 1.19.1** Παράδειγμα εφαρμογής υπερδειγματοληψίας. Το σφάλμα κβαντισμού εξαπλώνεται συχνοτικά με αποτέλεσμα τη μείωση της φασματικής του πυκνότητας. Εν τέλει, η ενέργεια του σφάλματος κβαντισμού που είναι εντός του ακουστικού εύρους συχνοτήτων μειώνεται και αυτό ισοδυναμεί σε αύξηση του SNR. Τα οφέλη ενισχύονται από τη χρήση noise-shaping τεχνικών οι οποίες διαμορφώνουν το φάσμα του σφάλματος κβαντισμού ώστε να είναι λιγότερο αισθητός υποκειμενικά.

Από την εξίσωση (1.19.2) είναι οδηγούμαστε σε μια νέα έκφραση του λόγου σήματος προς θόρυβο, λαμβάνοντας υπόψιν τη χρήση υπερδειγματοληψίας παράγοντα R

$$SNR = 6,02(N + 0,5 \log_2 R) + 1,76$$

Σχέση 1.19.3

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι διπλασιασμός της συχνότητας δειγματοληψίας αντιστοιχεί σε αύξηση της τάξης κβαντισμού κατά μισό bit. Στη λογική αυτή βασίζεται η τεχνολογία μετατροπέων οι οποίοι λειτουργούν με πολύ μικρές τάξεις κβαντισμού και μεγάλες συχνότητες δειγματοληψίας. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι μετατροπείς δέλτα και σίγμα-δέλτα οι οποίοι επιτυγχάνουν ικανοποιητική ποιότητα αναλογικής σε ψηφιακή μετατροπή και αντίστροφα με διαμόρφωση σήματος μόνο σε 1 bit. Οι τεχνολογίες αυτές βασίζονται στη χρήση μεγάλου παράγοντα υπερδειγματοληψίας και σε βέλτιστες τεχνικές μορφοποίησης θορύβου (Noise Shaping).

**Παράδειγμα:** Να βρεθεί η συχνότητα δειγματοληψίας με την οποία ένας κβαντιστής τάξης  $N=12$  bit επιτυγχάνει την ίδια ποιότητα μετατροπής με κβαντιστή τάξης  $N'=16$  bit και δειγματοληψίας  $44100$  Hz.

**Απάντηση:** Η τάξη του διαθέσιμου κβαντιστή είναι κατά  $4$  bit μικρότερη από αυτή που θέλουμε να επιτύχουμε. Από τη σχέση (1.6.3) φαίνεται λοιπόν ότι πρέπει να χρησιμοποιηθεί παράγοντας δειγματοληψίας  $R$  τέτοιος ώστε  $0.5 \log_2 R = 4$ . Επομένως θα ισχύει  $\log_2 R = 8$  και επομένως  $R = 2^8 = 256$ . Η συχνότητα δειγματοληψίας εν τέλει θα πρέπει να είναι ίση με  $256 \cdot 44100 = 11,29$  MHz περίπου.



## 1.20 Κωδικοποίηση

Κωδικοποίηση είναι η διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού ηχητικού σήματος σε μία σειρά ψηφίων. Ενώ με την αποκωδικοποίηση (αντίστροφη διαδικασία) έχουμε τη διαδικασία μετατροπής της ψηφιακά κωδικοποιημένης ηχητικής πληροφορίας σε αναλογικό ηχητικό σήμα.

### 1.20.1 Βασικές μέθοδοι κωδικοποίησης:

- **PCM (Pulse Code Modulation):** Παλμοκωδική κωδικοποίηση. Ξεχωριστή αποθήκευση δειγμάτων, γραμμική διαμόρφωση.
- **Mu-Law / A-Law PCM:** Λογαριθμική κωδικοποίηση. Αντιστοίχιση περισσότερων σταθμών στις χαμηλές συχνότητες
- **DPCM (Differential Pulse Code Modulation):** Διαφορική παλμοκωδική κωδικοποίηση. Κωδικοποίηση δείγματος σε σχέση με τα προηγούμενα (πλήρης αποθήκευση 1ου δείγματος, αποθήκευση διαφορών για τα επόμενα δείγματα).
- **Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation):** 1bit → 1= μεγαλύτερο εύρος, 0=μικρότερο εύρος
- **ADPCM (Adaptive Differential Pulse Code Modulation):** Προσαρμοζόμενη διαφορική παλμοκωδική κωδικοποίηση. Πρόβλεψη τιμών → υπολογισμός διαφοράς μεταξύ πραγματικών - προβλεπόμενων τιμών.
- **LPC (Linear Predictive Coding):** Γραμμική προβλεπόμενη κωδικοποίηση. Σύγκριση χαρακτηριστικών του σήματος με ένα αποθηκευμένο αναλυτικό μοντέλο → μετάδοση των χαρακτηριστικών που συμπίπτουν με τα χαρακτηριστικά του μοντέλου. (εφαρμογή σε τηλεπικοινωνίες, συμπίεση ομιλίας)

## 1.21 Ρυθμός μετάδοσης (bit rate)

Ο ρυθμός μετάδοσης εκφράζει την ταχύτητα δημιουργίας και μετάδοσης ψηφιακών δεδομένων σε μία συγκεκριμένη μονάδα χρόνου κατά την παραγωγή / αναπαραγωγή / μετάδοση ενός παλμοκωδικού σήματος, μετριέται σε bits/sec και προκύπτει από το γινόμενο της συχνότητας δειγματοληψίας x μέγεθος δείγματος (bits ανά δείγμα) (→ σχέση δειγματοληψίας – κβαντισμού).

$$I = F_s N \quad (\text{stereo signals: } I = 2F_s N)$$

### Παράδειγμα:

$$F_s = 8000 \text{ (δείγματα ανα δευτερόλεπτο)}$$

$$N = 8 \text{ bits}$$

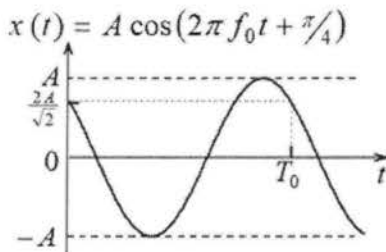
$$\rightarrow I = 64 \text{ kbps}$$

## 1.22 Αιτιοκρατικά και τυχαία-στοχαστικά σήματα

Όταν οι τιμές που παίρνει ένα σήμα σε κάθε χρονική στιγμή ορίζονται χωρίς αβεβαιότητα το σήμα χαρακτηρίζεται ως **αιτιοκρατικό σήμα** ή **νομοτελειακό σήμα**.

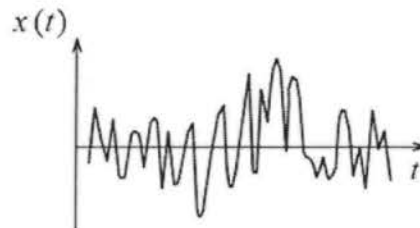
Στην πράξη, όμως, συναντάμε πολλά σήματα, όπως ο θερμικός θόρυβος, στα οποία η τιμή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δεν μπορεί να προκαθορισθεί με βεβαιότητα πριν εμφανιστούν. Τα σήματα αυτά ονομάζονται **τυχαία** ή **στοχαστικά σήματα**.

Για να επεξεργαστούμε τέτοιου είδους σήματα αναγκαστικά καταφεύγουμε στη θεωρία των Πιθανοτήτων και Στατιστικής.



Παράδειγμα νομοτελειακού σήματος

Σχήμα 1.22



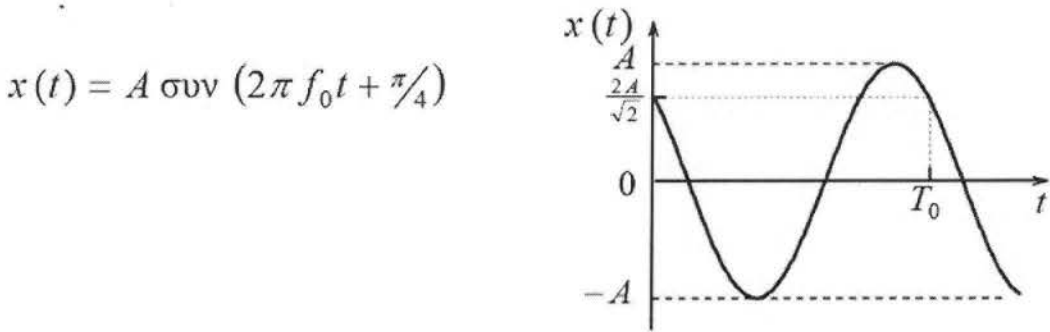
Παράδειγμα τυχαίου σήματος

Σχήμα 1.22.1

### 1.23 Περιγραφή των σημάτων στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας

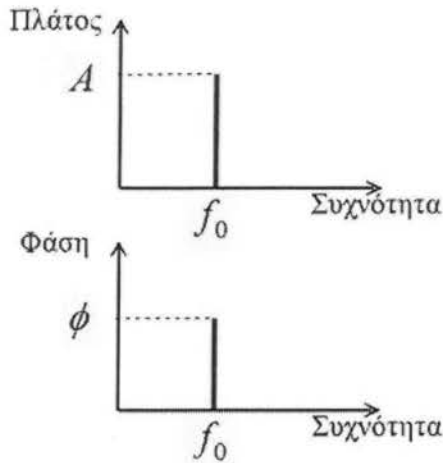
Υπάρχουν δύο τρόποι περιγραφής ενός αιτιοκρατικού σήματος. Ο πρώτος τρόπος περιγραφής πραγματοποιείται στο **πεδίο του χρόνου**, ενώ ο δεύτερος στο **πεδίο της συχνότητας**.

Ο πρώτος τρόπος είναι άμεσα αντιληπτός και η χρονική μεταβολή του σήματος δίδεται είτε μέσω **αναλυτικής** σχέσης (μαθηματικός τύπος) είτε με **γραφική**



Σχέση 1.23

Η περιγραφή των σημάτων στο πεδίο της συχνότητας περιλαμβάνει, κατά περίπτωση, τη χρήση της **σειράς** ή του **μετασχηματισμού Fourier** μέσω των οποίων ένα σήμα περιγράφεται από το φασματικό του περιεχόμενο. Η συνάρτηση η οποία περιέχει τη φασματική περιγραφή ενός σήματος ονομάζεται **φάσμα** του σήματος.

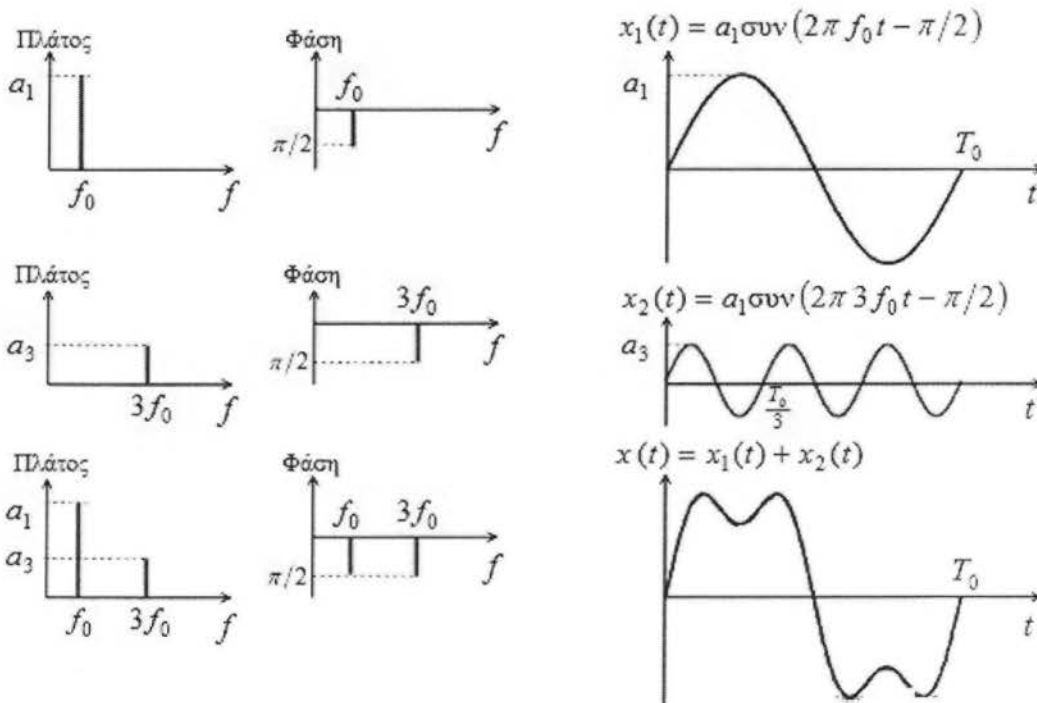


$$x(t) = A \text{ συν} (2\pi f_0 t + \phi)$$

Το φάσμα του σήματος  $x(t)$

Σχήμα 1.23

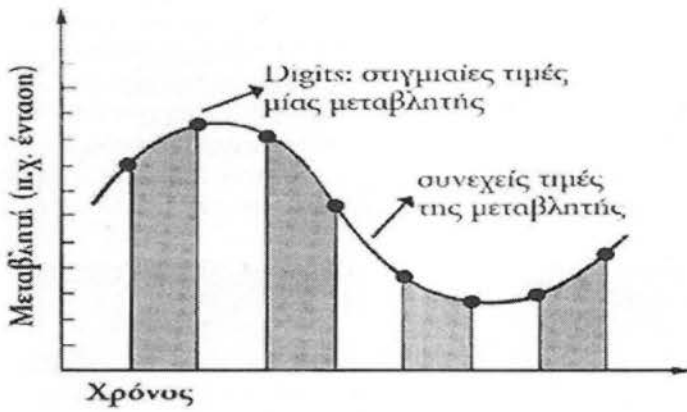
**Εφαρμογή:** Περιγραφή σήματος στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας



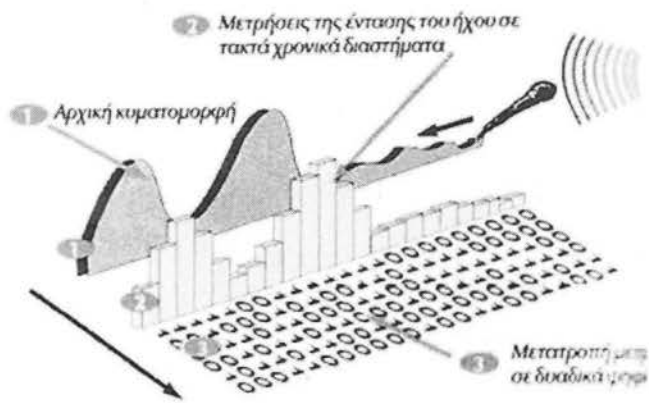
Σχήμα 1.23.1

## 1.24 Ψηφιοποίηση Αναλογικού Σήματος

Η διαδικασία μετατροπής ενός συνεχούς αναλογικού ηχητικού σήματος σε έναν κώδικα ψηφίων

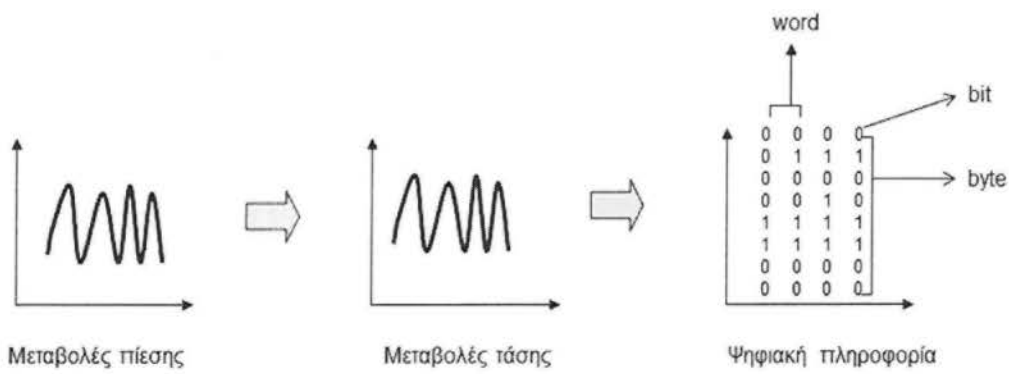


Σχήμα 1.24

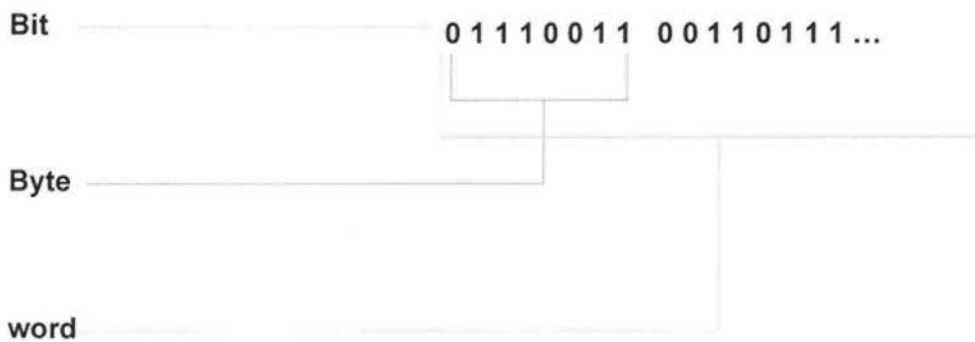


Διαδικασία ψηφιοποίησης του ήχου

Σχήμα 1.24.1



Σχήμα 1.24.2



Σχήμα 1.24.3

## 1.25 Μετασχηματισμός Fourier

Ο μετασχηματισμός Fourier παρέχει τη δυνατότητα μετάβασης από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο συχνότητας. Με το μετασχηματισμό Fourier αναλύουμε μη περιοδικά σήματα με εκθετικά σήματα και με το τρόπο αυτό αποκαλύπτεται το φασματικό τους περιεχόμενο.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \text{ή} \quad X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt$$

Σχέση 1.25

Η συνάρτηση  $X(\omega)$  αποτελεί την εξίσωση ανάλυσης και είναι ο **μετασχηματισμός Fourier (MF)** του **σήματος  $x(t)$** .

Ακριβέστερα, μετασχηματισμός **Fourier** είναι ο κανόνας εύρεσης της  **$X(\omega)$**  από την  **$x(t)$** .

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad \text{ή} \quad x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi f t} df$$

Σχέση 1.25.1

Η εξίσωση αποτελεί την **εξίσωση σύνθεσης** και ανασυνθέτει το σήμα στο πεδίο του χρόνου

Στο **μετασχηματισμό Fourier**, η εξίσωση ανάλυσης

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Σχέση 1.25.2

αναλύει ένα μη περιοδικό σήμα  $x(t)$  στο διάστημα  $(-\infty, +\infty)$  σ' ένα **συνεχές φάσμα** περιοδικών εκθετικών σημάτων.

$X(\omega)$  είναι το **φασματικό περιεχόμενο** στο απειροστό διάστημα συχνοτήτων  $[\omega, \omega + d\omega]$ .



Η συνεισφορά των συχνοτήτων  $[\omega, \omega + d\omega]$  έχει “πλάτος”

$$X(\omega) \cdot \frac{d\omega}{2\pi} \quad \text{ή} \quad X(\omega) \cdot df$$

Σχέση 1.25.3

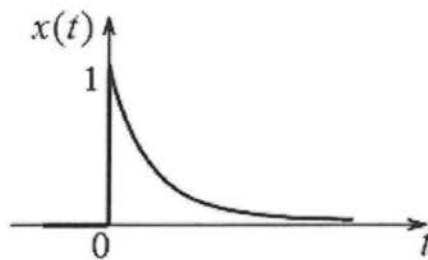
Ο μετασχηματισμός Fourier  $X(\omega)$  είναι η **φασματική πυκνότητα πλάτους**.

Όταν  $x(t)$  είναι σήμα τάσης, τότε ο  $X(\omega)$  έχει μονάδα μέτρησης “Volts ανά μονάδα συχνότητας”.

### Παράδειγμα:

Το αιτιατό εκθετικό σήμα

$$x(t) = e^{-at} u(t), \quad a \in \mathbb{R}$$



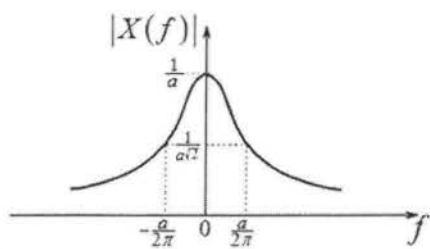
Το αιτιατό εκθετικό σήμα  $x(t)$ .

Σχήμα 1.25

έχει μετασχηματισμό **Fourier**

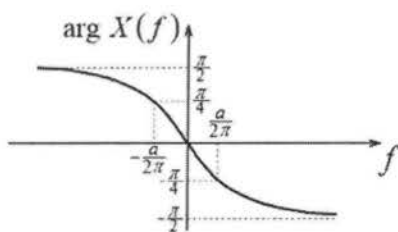
$$X(f) = \frac{1}{a + j2\pi f}$$

Σχέση 1.25.4



Το πλάτος του MF του σήματος  $x(t)$ .

**Σχήμα 1.25.1**



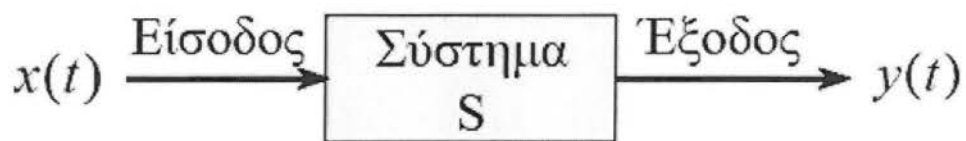
Η φάση του MF του σήματος  $x(t)$ .

**Σχήμα 1.25.2**

# Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>

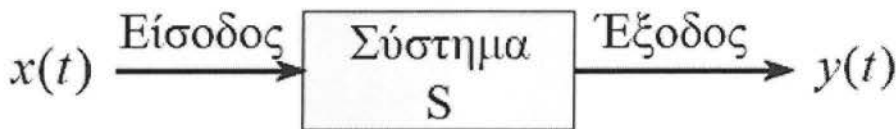
## Σύστημα

---



## 2.1 Συστήματα

Ως **σύστημα** ορίζουμε την οντότητα εκείνη η οποία επενεργώντας σε ένα σήμα  $x(t)$  έχει σαν αποτέλεσμα ένα άλλο σήμα  $y(t)$ . Η βασική θεωρία ψηφιακής επεξεργασία σήματος όπου το σήμα και το σύστημα θεωρείται διακριτού χρόνου ορίζει επακριβώς τις βάσεις για τη μελέτη της επεξεργασίας του ψηφιακού ηχητικού σήματος. Η μονάδα επεξεργασία του ηχητικού σήματος μπορεί να αποδοθεί με την έννοια του συστήματος, όπου η είσοδος  $x(n)$  αναπαριστά το πριν την επεξεργασία ηχητικό σήμα (dry signal) και η έξοδος  $y(n)$  την τελική μορφή του επεξεργασμένου ηχητικού σήματος (wet signal).



*Σχηματική περιγραφή του συστήματος S.*

Σχήμα 2.1

Ένα σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένας μετασχηματισμός μεταξύ σημάτων

$$y(t) = S\{x(t)\}$$

Σχέση 2.1

## 2.2 FIR φίλτρα (Finite Impulse Response)

Η εξέταση του συστήματος θα γίνει σε πρώτη φάση θεωρώντας ένα Γραμμικό Χρονικά Αναλλοίωτο σύστημα (ΓΧΑ), και συγκεκριμένα, σύστημα με πεπερασμένη κρουστική απόκριση (FIR φίλτρο) το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί από εξισώσεις διαφοράς με σταθερούς συντελεστές ως

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_q x(n-q)$$

Σχέση 2.2

Η εξίσωση διαφοράς εκφράζει τη έξοδο του συστήματος τη χρονική στιγμή  $n$  συναρτήσει της τρέχουσας τιμής,  $x(n)$ , και των παρελθοντικών τιμών  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ , ...,  $x(n-q)$  του σήματος εισόδου και μπορεί να αναπαρασταθεί σε πιο συνοπτική μορφή μέσω της σχέσης

$$y(n) = \sum_{k=0}^q b_k x(n-k)$$

Σχέση 2.3

Το  $q$  εδώ είναι ένας ακέραιος αριθμός που αναπαριστά την τάξη του φίλτρου. Τα  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_q$  λέγονται συντελεστές του φίλτρου και είναι αυτοί που καθορίζουν την επίδραση του συστήματος στο εισερχόμενο προς επεξεργασία ηχητικό σήμα. Για παράδειγμα, με κατάλληλη επιλογή της τιμής των συντελεστών  $b_j$  μπορούμε να ορίσουμε αν το σύστημά μας θα είναι ένα φίλτρο χαμηλής ή υψηλής διέλευσης συχνοτήτων, ή αν θα λειτουργεί σε μονάδα προσθήκης αντήχησης, λαμβάνοντας υπόψιν την ακουστική ενός μικρού ή μεγάλου κλειστού χώρου. Σε ένα τέτοιο FIR φίλτρο οι συντελεστές περιγράφουν πλήρως την κρουστική απόκριση του συστήματος. Η κρουστική απόκριση του συστήματος της σχέσης (3.1.2) είναι μια ακολουθία  $q$  δειγμάτων η οποία ταυτίζεται με το διάνυσμα  $h(n)=[b_0, b_1, b_2, \dots, b_q]$ . Η κρουστική απόκριση του συστήματος ορίζει με μοναδικό τρόπο τα χρονικά χαρακτηριστικά της αλληλεπίδρασης σήματος-συστήματος. Η κρουστική απόκριση  $h(n)$  μπορεί μέσω του μετασχηματισμού Fourier να μας δώσει την απόκριση συχνότητας  $H(\omega)$  του συστήματος (το  $\omega$  αναπαριστά συχνότητα), η οποία καθορίζει με μοναδικό τρόπο τα φασματικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

### 2.3 IIR φίλτρα (Infinite Impulse Response)

Η εξίσωση διαφοράς είναι δυνατόν εκτός από τις καθυστερημένες τιμές του σήματος εισόδου να λαμβάνει υπόψιν και τις καθυστερημένες τιμές του σήματος εξόδου  $y(n)$ . Η εξίσωση διαφοράς σε μια τέτοια περίπτωση γράφεται

$$a_0 y(n) + a_1 y(n-1) + \dots + a_p y(n-p) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_q x(n-q)$$

Σχέση 2.4

όπου οι αριθμοί  $p$  και  $q$  μπορεί εν γένει να είναι διαφορετικοί. Ένα σύστημα του οποίου η έξοδος εξαρτάται από προηγούμενες τιμές της εξόδου λέγεται άπειρης κρουστικής απόκριση (IIR φίλτρο). Σε πιο συνοπτική μορφή, ένα IIR σύστημα μπορεί να γραφεί ως

$$\sum_{k=0}^p a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^q b_k x(n-k)$$

Σχέση 2.4.1

Είναι φανερό ότι για την υλοποίηση της παραπάνω παράστασης χρειάζεται να γίνει μια σύμβαση σχετικά με τις αρχικές συνθήκες οι οποίες καθορίζουν τις αρχικές τιμές εισόδου και εξόδου  $x(n)$  και  $y(n)$ . Αν δηλαδή θεωρήσουμε ότι το σήμα εισόδου αρχίζει να διέρχεται από το σύστημα τη χρονική στιγμή  $n=0$ , η εξίσωση (3.1.3) και (3.1.4) μας λένε ότι θα πρέπει να έχουμε ορίσει κάποιες τιμές για τα  $x(-1), x(-2), \dots, x(-q)$  καθώς και για τα  $y(-1), y(-2), \dots, y(-p)$  για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε τις τιμές της εξόδου για τις χρονικές στιγμές  $n=0$  και μετά. Οι αρχικές συνθήκες εν γένει σε μία εξίσωση διαφοράς ορίζονται ανάλογα με κάποιες παραδοχές σχετικά με το σύστημα, εμείς όμως θα εξετάζουμε τέτοιες εξισώσεις διαφοράς για μηδενικές αρχικές συνθήκες και μηδενικές αρχικές τιμές της εισόδου που σημαίνει πολύ απλά ότι

$$y(-1) = y(-2) = \dots = y(-p) = x(-1) = x(-2) = \dots = x(-q) = 0$$

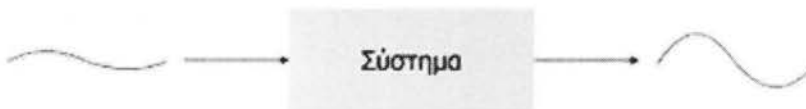
Σχέση 2.4.2

## 2.4 Κατηγορίες συστημάτων

Τα συστήματα που χρησιμοποιεί ο άνθρωπος διακρίνονται σε

### 2.4.1 Αναλογικά:

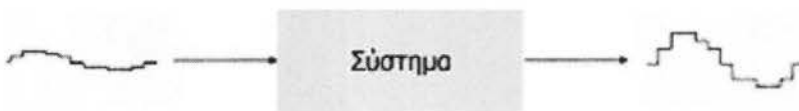
- Χειρίζονται σήματα τα οποία μεταβάλλονται σε ένα συνεχές διάστημα τιμών.



Σχήμα 2.5.1

### 2.4.2 Ψηφιακά:

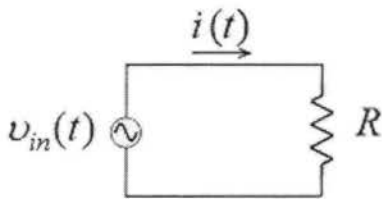
- Χειρίζονται σήματα τα οποία μπορούν να λάβουν ένα πεπερασμένο αριθμό τιμών



Σχήμα 2.5.2

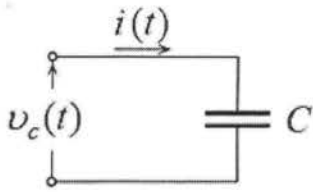
## 2.5 Παραδείγματα απλών συστημάτων.

### 2.5.1 Η ηλεκτρική αντίσταση R



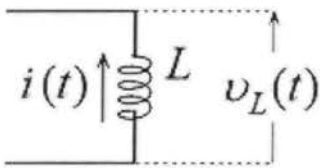
$$i(t) = \frac{1}{R} \cdot v_{in}(t)$$

### 2.5.2 Ο πυκνωτής C



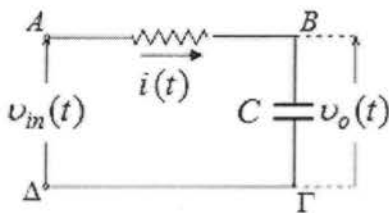
$$i(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt} \quad C = \frac{Q_c}{v_c} \quad i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

### 2.5.3 Το πηνίο L



$$v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Παρατηρούμε ότι το σήμα εισόδου  $v_{in}(t)$  και το σήμα εξόδου  $v_o(t)$  ενός κυκλώματος RC συνδέονται με την εξίσωση



$$RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = v_{in}(t)$$

Σχήμα 2.6.3

Γενικά το σήμα εισόδου  $x(t)$  και το σήμα εξόδου  $y(t)$  ενός συστήματος συνδέονται με μία **διαφορική εξίσωση** με σταθερούς συντελεστές οι οποίοι εξαρτώνται από τα επιμέρους στοιχεία του συστήματος.



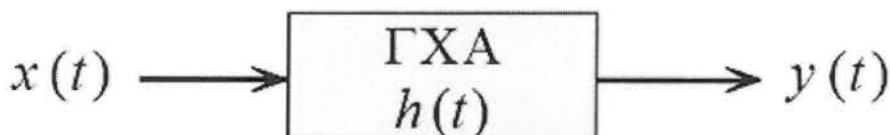
Η διαφορική αυτή εξίσωση έχει τη γενική μορφή

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

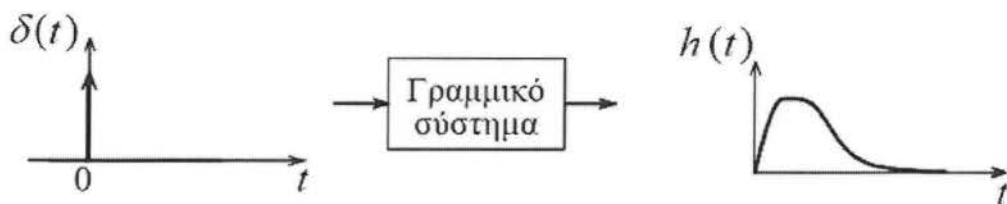
Σχέση 2.6.3

Η **τάξη** του συστήματος προσδιορίζεται από τη μεγαλύτερη παράγωγο της εξόδου, η οποία εμφανίζεται στη διαφορική εξίσωση.

## 2.6 Περιγραφή Συστήματος στο Πεδίο του Χρόνου



Ένα γραμμικό χρονικά αναλλοίωτο σύστημα περιγράφεται πλήρως από την **κρουστική του απόκριση**  $h(t)$ , δηλαδή, από την έξοδο του συστήματος όταν αυτό διεγείρεται από την κρουστική συνάρτηση  $\delta(t)$ .



Σχήμα 2.7

## 2.7 Περιγραφή Συστήματος στο Πεδίο της Συχνότητας



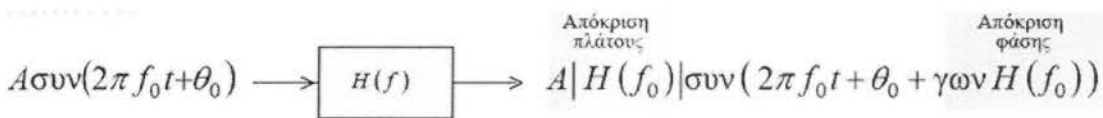
Ένα γραμμικό χρονικά αναλλοίωτο σύστημα περιγράφεται πλήρως από την **απόκριση συχνότητας  $H(f)$** .

Η **απόκριση συχνότητας  $H(f)$**  ενός συστήματος είναι ο μετασχηματισμός Fourier της κρουστικής απόκρισης  $h(t)$  του συστήματος και περιγράφει το σύστημα στο πεδίο συχνοτήτων.

Αν  $X(f)$  είναι ο MF του σήματος εισόδου  $x(t)$  του συστήματος τότε ο MF  $Y(f)$  του σήματος εξόδου  $y(t)$  δίνεται από την

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad \text{Σχέση 2.8}$$

Η **φυσική σημασία** της απόκρισης συχνότητας,  $H(f)$ , αναδεικνύεται από το σχήμα που ακολουθεί

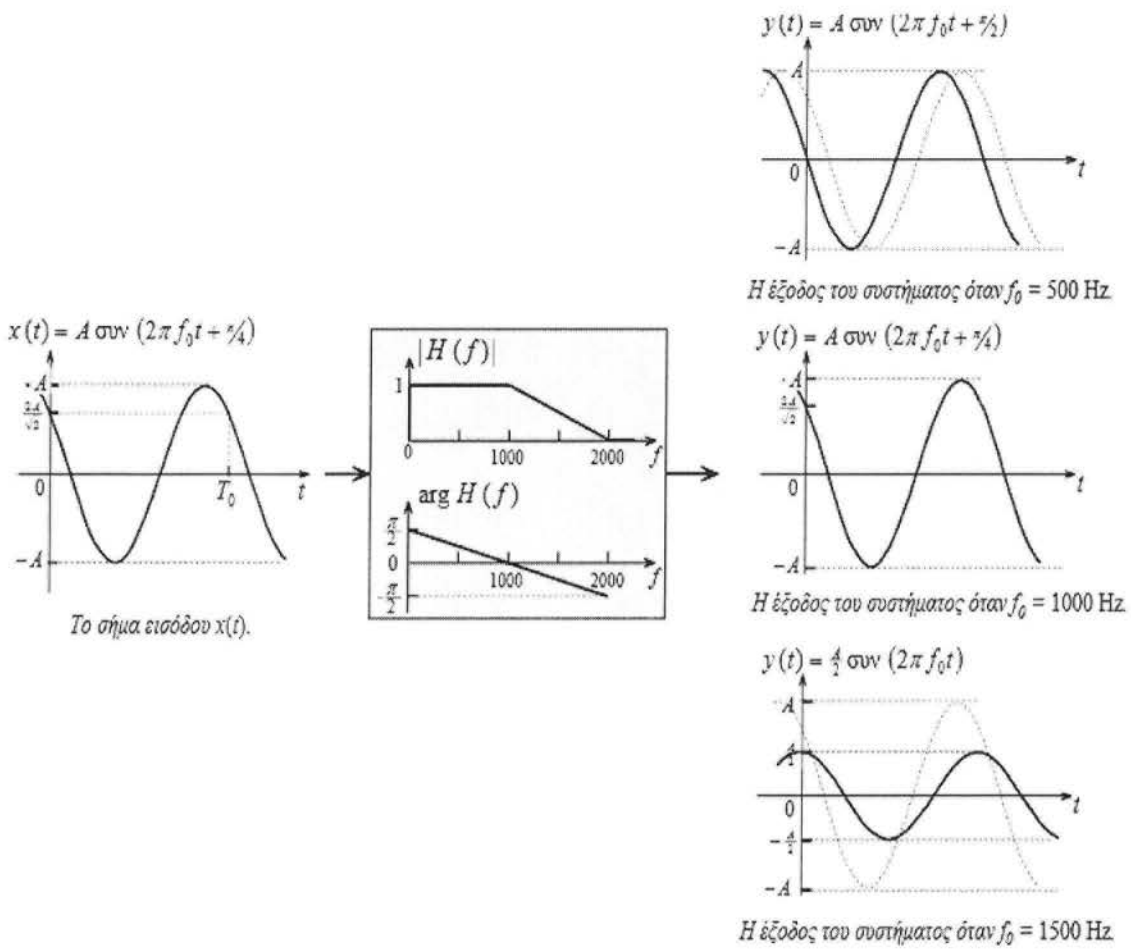


Σχέση 2.8.1

Συχνά χρησιμοποιούμε λογαριθμική κλίμακα για τη συχνότητα, και ως μονάδα μέτρου το **decibel (dB)**. Η κλίμακα των dB βασίζεται στην αντιστοιχία

$$dB = 20 \log_{10} |H(\omega)|$$

Σχέση 2.8.2

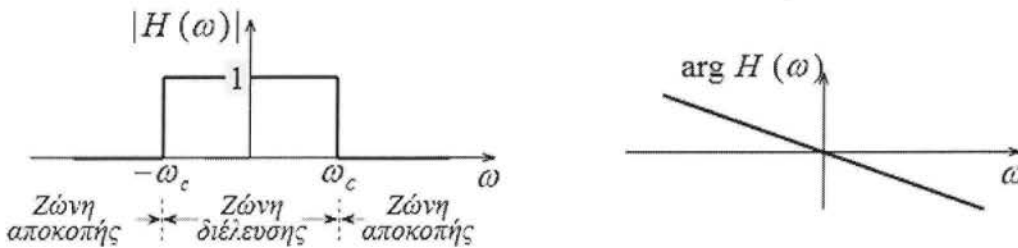


Σχήμα 2.8

## 2.8 Ιδανικό Φίλτρο Βασικής Ζώνης - Κατωπερατό Φίλτρο

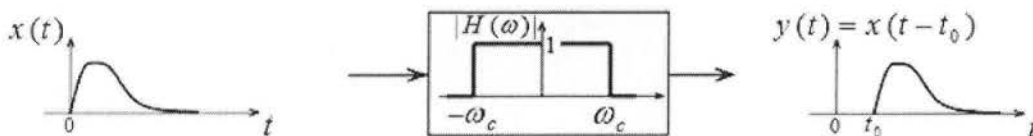
$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_0}, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

όπου  $\omega_c$  είναι η **συχνότητα αποκοπής**.



Σχήμα 2.9

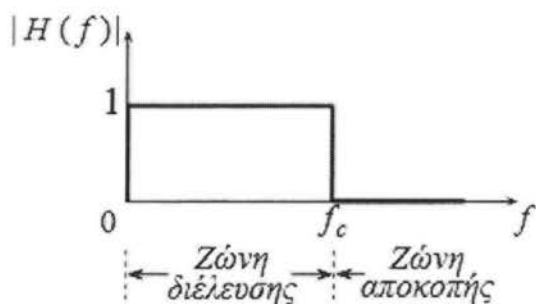
Η επίδραση του φίλτρου σε ένα σήμα εισόδου, με φασματικό περιεχόμενο εντοπισμένο στη ζώνη διέλευσης, είναι μια χρονική καθυστέρηση



Σχήμα 2.9.1

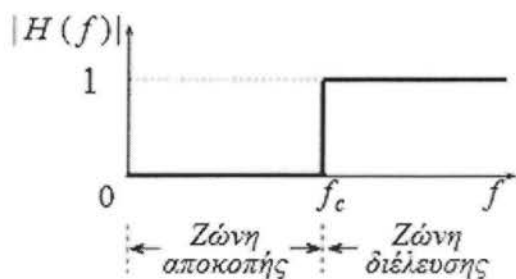
## 2.9 Ιδανικά Φίλτρα

Ανάλογα με τη ζώνη διέλευσής τους, τα φίλτρα διακρίνονται σε:



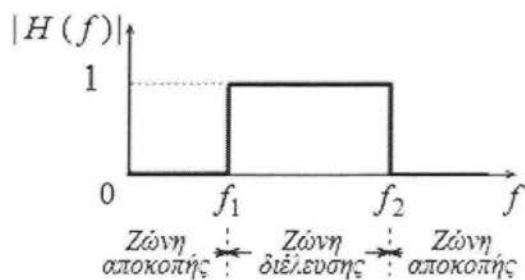
Ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο

Σχήμα 2.10



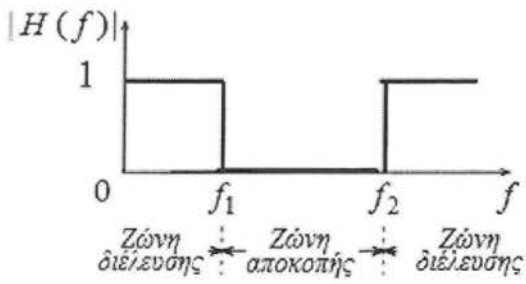
Ιδανικό υψιπερατό φίλτρο

Σχήμα 2.10.1



Ιδανικό ζωνοπερατό φίλτρο

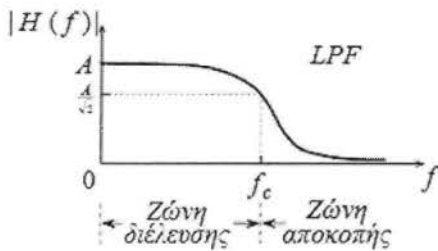
Σχήμα 2.10.2



Ιδανικό ζωνοφρακτικό φίλτρο

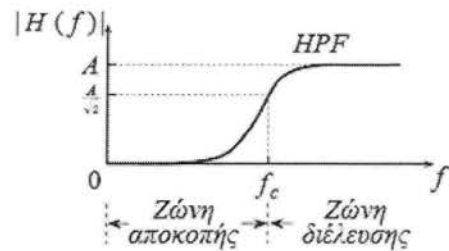
Σχήμα 2.10.3

## 2.10 Πραγματικά Φίλτρα



Πραγματικό βαθυπερατό φίλτρο

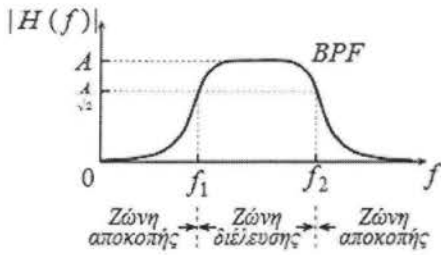
Σχήμα 2.11



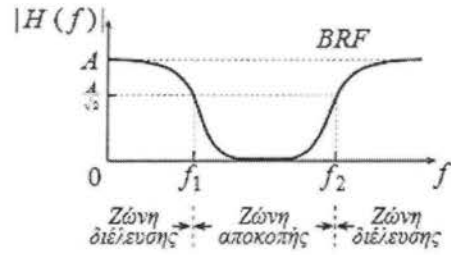
Πραγματικό υψιπερατό φίλτρο

Σχήμα 2.11.1

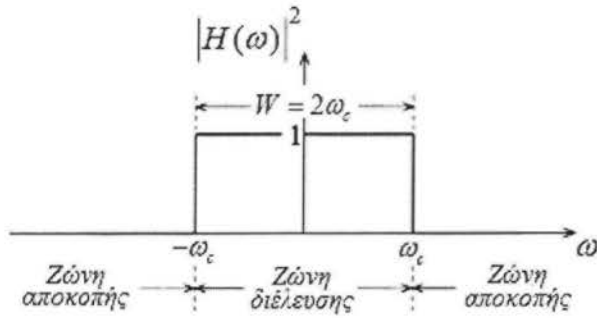
Στη συχνότητα  $f_c$  η οποία χαρακτηρίζεται ως **συχνότητα - 3dB** η απόκριση πλάτους του συστήματος είναι ίση με το  $1/\sqrt{2}$  της μέγιστης τιμής της.



Πραγματικό ζωνοπερατό φίλτρο  
Σχήμα 2.11.2

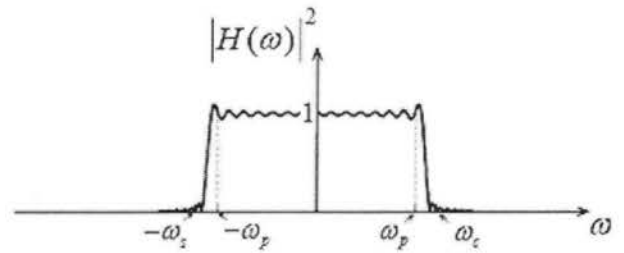


Πραγματικό ζωνοφρακτικό φίλτρο  
Σχήμα 2.11.3



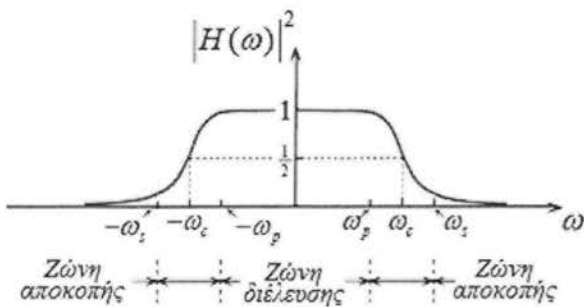
Ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο  
με εύρος-ζώνης  $W = 2\omega_c$

Σχήμα 2.11.4



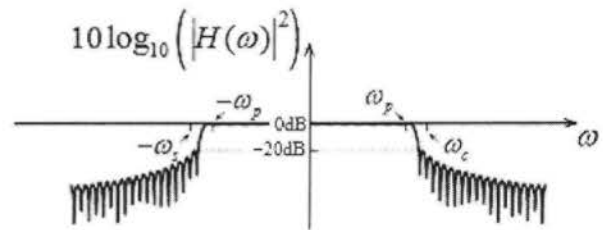
Η γραφική παράσταση της απόκρισης ισχύος  
σε συνάρτηση με τη κυκλική συχνότητα.

Σχήμα 2.11.5



Πραγματικό βαθυπερατό φίλτρο

Σχήμα 2.11.6



Η γραφική παράσταση της απόκρισης ισχύος  
σε dB σε συνάρτηση με τη κυκλική συχνότητα.

Σχήμα 2.11.7

## Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>

### Ήχος-Συχνότητα

---





Ο ήχος είναι η αίσθηση που προκαλείται λόγω της διέγερσης των αισθητηρίων οργάνων της ακοής από μεταβολές πίεσης του ατμοσφαιρικού αέρα. Αυτές οι μεταβολές διαδίδονται με τη μορφή ηχητικών κυμάτων. Πολλές φορές στην πράξη, ο όρος χρησιμοποιείται ως ταυτόσημος με την έννοια των ηχητικών κυμάτων - για παράδειγμα, συνηθίζεται η έκφραση διάδοση του ήχου (αντί του ορθότερου διάδοση των ηχητικών κυμάτων). Με τη συνεχή αύξηση της ισχύς των επεξεργαστών και την πρόοδο στην ψηφιακή αναπαράσταση του ηχητικού σήματος, η λειτουργία των ηχητικών εφφέ έχει αρχίσει να βασίζεται ολοένα και περισσότερο στην ψηφιακή τεχνολογία. Η υψηλή οργάνωση επεξεργασίας του ψηφιακού σήματος έχει επιτρέψει την υλοποίηση διεργασιών που ήταν αδύνατες με τα αναλογικά μέσα. Επιπλέον, το κόστος έχει μειωθεί αισθητά με αποτέλεσμα το home studio να έχει γίνει πιο φτηνή λύση για το μουσικό από ότι η επίσκεψη στο επαγγελματικό studio. Στο κεφάλαιο αυτό υπενθυμίζεται η βασική θεωρία της Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος η οποία είναι η βάση για την υλοποίηση της επεξεργασίας ηχητικού σήματος και αναλύονται κάποιες βασικές κατηγορίες ψηφιακών εφέ όπως τροποποίηση του ακουστικού ειδώλου, προσθήκη ηχούς, προσθήκη αντήχησης και ψηφιακή ισοστάθμιση.

### **3.1 Φυσική του ήχου**

Τα ηχητικά κύματα παράγονται από σώματα που εκτελούν μηχανικές ταλαντώσεις (δονήσεις), και επομένως χαρακτηρίζονται ως μηχανικά κύματα (ελαστικότητας) που μεταφέρουν μηχανική ενέργεια.

### **3.2 Διάδοση των ηχητικών κυμάτων**

Για τη μετάδοση των κυμάτων είναι απαραίτητη η ύπαρξη κάποιου υλικού μέσου μεταξύ πομπού και δέκτη. Το μέσο μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε κατάσταση ύλης - στερεό, υγρό, αέριο ή πλάσμα - καθώς ο ήχος δεν διαδίδεται στο απόλυτο κενό. Το φυσικό φαινόμενο της διάδοσης του ήχου είναι ένας από τους καλύτερους τρόπους για την κατανόηση της έννοιας του γραμμικού συστήματος και του γραμμικού φιλτραρίσματος. Όταν δημιουργείται μια ακουστική διαταραχή αυτή διαδίδεται προκαλώντας μεταβολή της ηχητικής πίεσης και μετατόπιση των μορίων του μέσου διάδοσης που σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζεται σε αυτό το μάθημα είναι ο αέρας. Η ταχύτητα διάδοσης του

ήχου στον αέρα είναι ίση περίπου με 344m/sec. Την διάδοση του ήχου θα την εξετάσουμε σε πρώτη φάση για την περίπτωση του ανεμπόδιστου ήχου, όπου θεωρούμε δηλαδή ότι ο ήχος μεταδίδεται χωρίς εμπόδια, χωρίς ανακλάσεις και φαινόμενα περίθλασης ή διάθλασης. Κατά τη διάδοση της διαταραχής παρατηρούνται δύο γραμμικά φαινόμενα με τα οποία λίγο πολύ όλοι είμαστε εξοικειωμένοι.

Όλοι ξέρουμε εκ' πείρας ότι όσο πιο πολύ απομακρυνόμαστε από μία ηχητική πηγή, τόσο πιο λίγο ακούμε τον συγκεκριμένο ήχο. Αυτό το φαινόμενο λέγεται εξασθένηση του ήχου. Αν θεωρήσουμε μια απλή ηχητική πηγή η οποία εκπέμπει ηχητική ενέργεια ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την εξασθένηση με βάση το νόμο της αντίστροφης απόστασης. Ο νόμος αυτός μας λέει ότι η ηχητική πίεση σε ένα σημείο μπροστά από μια ηχητική πηγή είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης. Έτσι, αν θεωρήσουμε δύο σημεία σε αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  από μία πηγή, τότε αυτομάτως ξέρουμε ότι για τις ηχητικές πιέσεις τους  $p_1$  και  $p_2$  θα ισχύει

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Σχέση 3.2

όπου με  $p_1$  και  $p_2$  θεωρούμε τη μέση τετραγωνική τιμή της πίεσης. Θα πρέπει να έχουμε υπόψιν ότι αυτή η παραδοχή ισχύει μόνο για τον ανεμπόδιστο ήχο, όπως για παράδειγμα στην ύπαιθρο ή σε κατάλληλα διαμορφωμένους κλειστούς χώρους. Μέσα στους κοινούς κλειστούς χώρους εμφανίζονται φαινόμενα ανακλάσεων και διάχυσης τα οποία καθιστούν τη μεταβολή της ηχητικής πίεσης πιο απρόβλεπτη και πολύπλοκη.

Όλοι ξέρουμε επίσης ότι όσο πιο μακριά είμαστε από μία ηχητική πηγή, τόσο πιο πολύ καθυστερεί ο ήχος για να φτάσει σε μας. Ο ήχος διαδίδεται με μια πεπερασμένη ταχύτητα που θα τη συμβολίζουμε με  $c=344\text{m/sec}$ . Με βάση αυτήν την ταχύτητα, αν είμαστε σε κάποια απόσταση  $r$  από την πηγή, μπορούμε να υπολογίσουμε το χρόνο  $\Delta t = \frac{r}{c}$  (σε sec) που χρειάζεται ο ήχος για να φτάσει σε μας. Επίσης, αν θεωρήσουμε δύο ηχητικές πηγές σε αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  από ένα σημείο στο χώρο, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τη σχετική διαφορά άφιξης του ήχου. Αυτό το μέγεθος μας λέει πόσο χρόνος, αφότου φτάσει ο ήχος από την πιο κοντινή ηχητική πηγή (έστω η πηγή 1), πρέπει να περάσει μέχρι να φτάσει και ο ήχος από την άλλη πηγή. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα, τη σχετική καθυστέρηση μπορούμε να την υπολογίσουμε με βάση τον τύπο

$$\Delta t = \frac{r_2 - r_1}{c}$$

Σχέση 3.2.1

Αυτό το μέγεθος είναι πολύ σημαντικό να το γνωρίζουμε όταν έχουμε περισσότερα από δύο μικρόφωνα σε ένα χώρο ή περισσότερες από μία όμοιες ηχητικές πηγές. Όπως θα δούμε, η σχετική καθυστέρηση, την οποία τη λέμε και χρονική διαφορά άφιξης, είναι υπαίτια για τη δημιουργία ηχητικών εφέ και φασματικών χρωματισμών που σε κάποιες περιπτώσεις είναι επιθυμητά, για τον ηθελημένο χρωματισμό και την προσθήκη ηχούς στο σήμα, και σε άλλες περιπτώσεις ανεπιθύμητα, οπότε και πρέπει να αντιμετωπίζονται με τεχνικές ισοστάθμισης.

### 3.3 Η διάδοση του ήχου σαν γραμμικό σύστημα

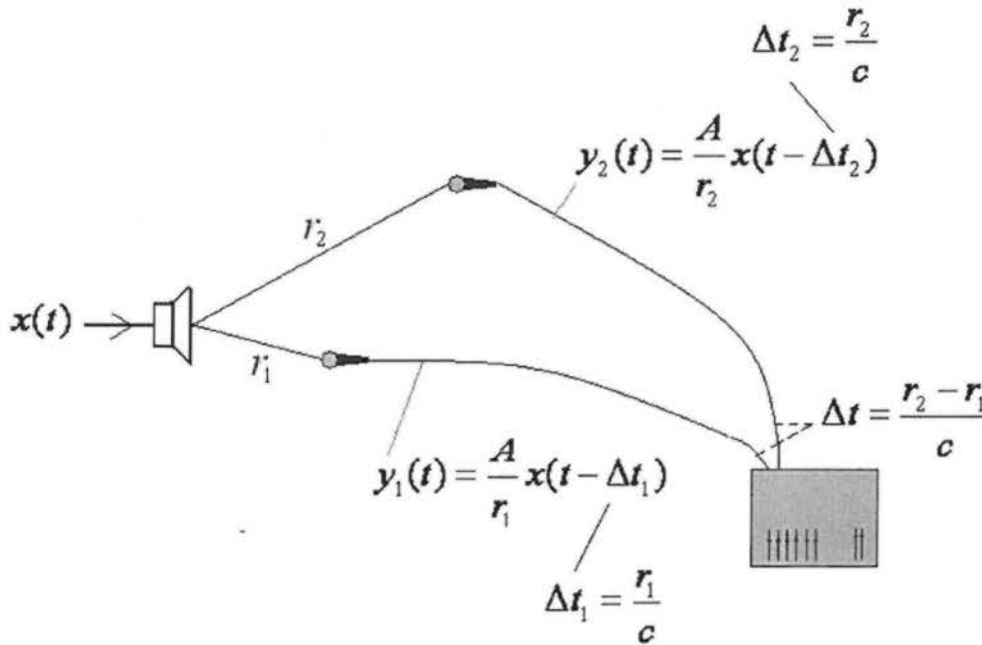
Στο παρακάτω σχήμα έχουμε την περίπτωση που δύο μικρόφωνα βρίσκονται εκτεθειμένα σε μία ηχητική πηγή η οποία βρίσκεται σε απόσταση  $r_1$  και  $r_2$  από το καθένα. Ας υποθέσουμε ότι η ηχητική πηγή είναι ένα ηχητικό σύστημα αναπαραγωγής μουσικής με CD. Είμαστε σε θέση επομένως να γνωρίζουμε το ηλεκτρικό σήμα  $x(t)$  που φεύγοντας από το CD player τροφοδοτεί τον ενισχυτή ο οποίος τροφοδοτεί το ηχείο. Το ηχείο είναι ένας ηλεκτρακουστικός μετατροπέας ο οποίος μετατρέπει την ηλεκτρική διέγερση σε ακουστική, με κατάλληλη κίνηση του διαφράγματος. Αντίστοιχα, το μικρόφωνο είναι ένας άλλος ηλεκτρακουστικός μετατροπέας ο οποίος μετατρέπει την ακουστική διέγερση σε ηλεκτρική. Αν το ηχείο και τα μικρόφωνα είναι απολύτως γραμμικά, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η μεταβολή της ηλεκτρικής τάσης  $y_1(t)$  και  $y_2(t)$  μπορεί να περιγραφεί πλήρως από τη συνάρτηση  $x(t)$  μέσω των σχέσεων.

$$y_1(t) = \frac{A}{r_1} x(t - \Delta t_1) \text{ και } y_2(t) = \frac{A}{r_2} x(t - \Delta t_2)$$

Σχέση 3.3

Όπου  $\Delta t_1 = \frac{r_1}{c}$  και  $\Delta t_2 = \frac{r_2}{c}$  είναι ο χρόνος που απαιτείται για τη διάδοση του ήχου από το ηχείο στα μικρόφωνα.

Οι εξισώσεις εδώ απαιτούνε την απόλυτα γραμμική αναλογία μεταξύ ηλεκτρικών και ακουστικών μεγεθών. Η ηχητική πίεση σε κάθε μικρόφωνο είναι μια εξασθενημένη και καθυστερημένη εκδοχή της ηχητικής πίεσης μπροστά από το ηχείο, γεγονός που εξασφαλίζει ότι το ηλεκτρικό σήμα σε κάθε μικρόφωνο θα είναι η ίδια εξασθενημένη και καθυστερημένη εκδοχή του ηλεκτρικού σήματος στην είσοδο του ηχείου. Στις εξισώσεις εμφανίζεται επίσης η σταθερά  $A$  η οποία μπορεί να εξαρτάται από ένα σωρό παράγοντες όπως η ισχύς του ενισχυτή, η απόδοση του ηχείου, η πυκνότητα του αέρα κ.α.



**Σχήμα 3.3** Σχέσεις μεταξύ του ηχητικού σήματος εισόδου στην είσοδο του ηχείου και στην είσοδο δύο μικροφώνων σε διαφορετική απόσταση.

Εάν τα δύο σήματα από τα μικρόφωνα προστεθούν σε μία κονσόλα όπως για παράδειγμα στο Σχήμα 3.3, τότε θα δημιουργηθούν διάφορα ενδιαφέροντα φαινόμενα.

Τα δύο σήματα  $y_1(t)$  και  $y_2(t)$  είναι όπως λέμε συσχετισμένα γεγονός που έχει να κάνει ότι το ένα είναι μια εξασθενημένη και καθυστερημένη εκδοχή του άλλου. Μεταξύ τους παρουσιάζονται όπως λένε οι ηχολήπτες διαφορές φάσης που έχουν ως αποτέλεσμα το φασματικό χρωματισμό του αθροίσματός τους  $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$  μέσα στη μίξη.

Καθοριστικό ρόλο σε αυτά τα φαινόμενα παίζει η σχετική καθυστέρηση του ήχου που εκφράζει το πόσο καθυστερημένο είναι το σήμα στο ένα μικρόφωνο σε σχέση με το άλλο. Παρόμοια φαινόμενα συσχέτισης εμφανίζονται και στην περίπτωση που έχουμε δύο συσχετισμένες ηχητικές πηγές, όπως για παράδειγμα στην στερεοφωνική διάταξη ή κατά το φαινόμενο της ανάκλασης. Όπως θα δούμε σε μετέπειτα φάση,

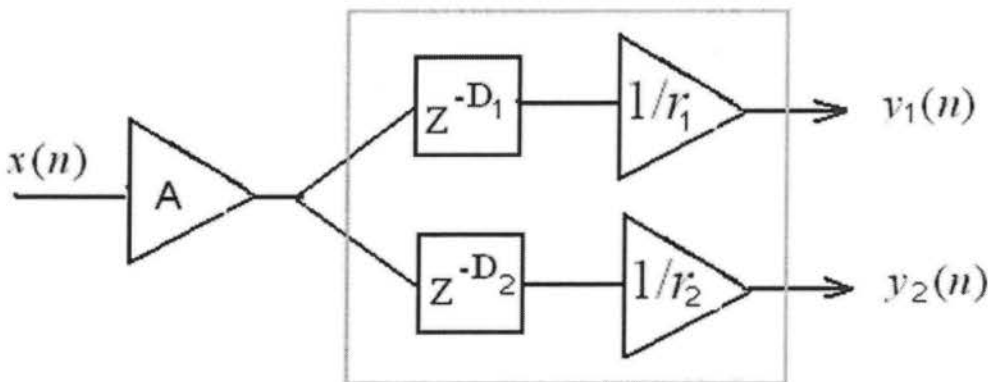
υπάρχουν κατάλληλες τεχνικές ισοστάθμισης οι οποίες μπορούν να αντισταθμίζουν ως αυτά τα φαινόμενα όταν είναι ανεπιθύμητα.

Η ψηφιακή αναπαράσταση της παραπάνω διάταξης πηγάει άμεσα από τα μεγέθη και τις υποθέσεις που έχουν γίνει ήδη για το σήμα στην αναλογική του μορφή. Συγκεκριμένα, θεωρώντας διακριτό χρόνο μπορούμε να εκφράσουμε τα ψηφιακά σήματα  $y_1(n)$  και  $y_2(n)$  συναρτήσει του  $x(n)$  ως

$$y_1(n) = \frac{A}{r_1} x(n - D_1) \text{ και } y_2(n) = \frac{A}{r_2} x(n - D_2)$$

Σχέση 3.3.1

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται πως μοντελοποιούμε το φαινόμενο διάδοσης του ήχου από το ηχείο στα μικρόφωνα με χρήση των στοιχείων καθυστέρησης και πολλαπλασιασμού.



**Σχήμα 3.3.1** Μοντελοποίηση της διάδοσης του ήχου για την περίπτωση μιας πηγής και δύο δεκτών.

### 3.4 Ο κλειστός χώρος σαν γραμμικό σύστημα

Την έννοια της κρουστικής απόκρισης την έχουμε δει και σε προηγούμενη παράγραφο. Είναι η απόκριση ενός συστήματος όταν αυτό διεγερθεί με έναν απειροστό παλμό, εάν στην είσοδό του δηλαδή θεωρήσουμε ένα σήμα πάρα πολύ μικρής χρονικής διάρκειας. Στο διακριτό χρόνο, ο απειροστός παλμός προσεγγίζεται από ένα σήμα που συμβολίζεται με  $\delta(n)$  και το οποίο έχει όλες τις τιμές του μηδενικές εκτός από μία. Συγκεκριμένα, ο μοναδιαίος παλμός, όπως λέγεται, ορίζεται ως εξής:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Σχέση 3.4

Είναι περίεργο πως ένα τόσο απλό σήμα μπορεί να είναι τόσο χρήσιμο και σημαντικό στην ανάλυση και μοντελοποίηση συστημάτων. Ουσιαστικά, η σημασία της απόκρισης μοναδιαίου παλμού οφείλεται στο ότι αν γνωρίζουμε πώς το σύστημα θα αντιδράσει στο μοναδιαίο παλμό, τότε μπορούμε να ξέρουμε πως θα αντιδράσει σε οποιοδήποτε σήμα που εμφανιστεί στην είσοδό του.

Η πληροφορία λοιπόν που παρέχεται από την κρουστική απόκριση αξιοποιείται για να κατασκευαστεί η έξοδος του συστήματος σε πιο πολύπλοκα σήματα, όπως σήματα φωνής και μουσικά σήματα. Το πώς γίνεται αυτό θα το δείξουμε παρακάτω. Προς το παρόν, ας δούμε λίγο την έννοια του μετατοπισμένου κατά  $k$  δείγματα μοναδιαίου παλμού  $\delta(n-k)$ .

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1, & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases}$$

Σχέση 3.4.1

Επειδή μιλάμε για γραμμικά συστήματα, αμετάβλητα προς τη χρονική μετατόπιση (ΓΧΑ), ξέρουμε ότι αν η απόκριση του συστήματος είναι  $h(n)$  για είσοδο  $\delta(n)$ , τότε για είσοδο  $\delta(n-k)$  η έξοδος του συστήματος θα είναι  $h(n-k)$ . Με άλλα λόγια, αν ο μοναδιαίος παλμός καθυστερήσει  $k$  δείγματα να εισαχθεί στο σύστημα, η κρουστική απόκριση του συστήματος θα εμφανιστεί αυτούσια αλλά θα καθυστερήσει και αυτή  $k$  δείγματα να εμφανιστεί. Με βάση λοιπόν την έννοια του κρουστικού παλμού και του ΓΧΑ συστήματος, μπορούμε να εκφράσουμε οποιοδήποτε διακριτό σήμα σαν άθροισμα κατάλληλα ζυγισμένων

μετατοπισμένων κρουστικών παλμών. Έστω για παράδειγμα ένασήμα πέντε τιμών  $x(n)=[1\ 2\ 3\ 2\ 1]$ , όπου το  $n$  παίρνει τις τιμές 0,1,2,3 και 4.

Παρατηρούμε ότι το  $x(n)$  μπορεί να γραφεί και ως

$$x(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-2)+2\delta(n-3)+\delta(n-4).$$

Αφού λοιπόν το σύστημα είναι γραμμικό και αμετάβλητο ως προς τη μετατόπιση, η έξοδος  $y(n)$  του συστήματος για είσοδο  $x(n)$  μπορεί να εκφραστεί ως

$$y(n)=1h(n)+2h(n-1)+3h(n-2)+2h(n-3)+1h(n-4),$$

όπου  $h(n)$  είναι η κρουστική απόκριση του συστήματος.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το σύστημα το οποία ορίζεται κάθε φορά μέσω της κρουστικής απόκρισης  $h(n)$  εξαρτάται τόσο από τη θέση διέγερσης (θέση πυροβολισμού) όσο και από τη θέση καταγραφής της κρουστικής απόκρισης (θέση του μικροφώνου). Γίνεται λοιπόν φανερό ότι ο ορισμός του συστήματος εδώ περιγράφει την ακουστική ζεύξη μεταξύ δύο σημείων στον κλειστό χώρο. Αν η θέση πυροβολισμού ή η θέση ηχογράφησης αλλάξει, θα αλλάξει και η κρουστική απόκριση του συστήματος. Γνωρίζοντας λοιπόν την κρουστική απόκριση του χώρου  $h(n)$ , μπορούμε θεωρητικά να καθορίσουμε επακριβώς το σήμα που θα κατέγραφε το μικρόφωνό μας αν στη θέση διέγερσης είχαμε ένα οποιοδήποτε σύνθετο σήμα  $x(n)$  αντί για πυροβολισμό.

Συγκεκριμένα, το σήμα  $y(n)$  που θα κατέγραφε το μικρόφωνο μπορεί να υπολογιστεί μέσω της χρήσης της συνέλιξης (convolution), σύμφωνα με τη σχέση

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

Σχέση 3.4.2

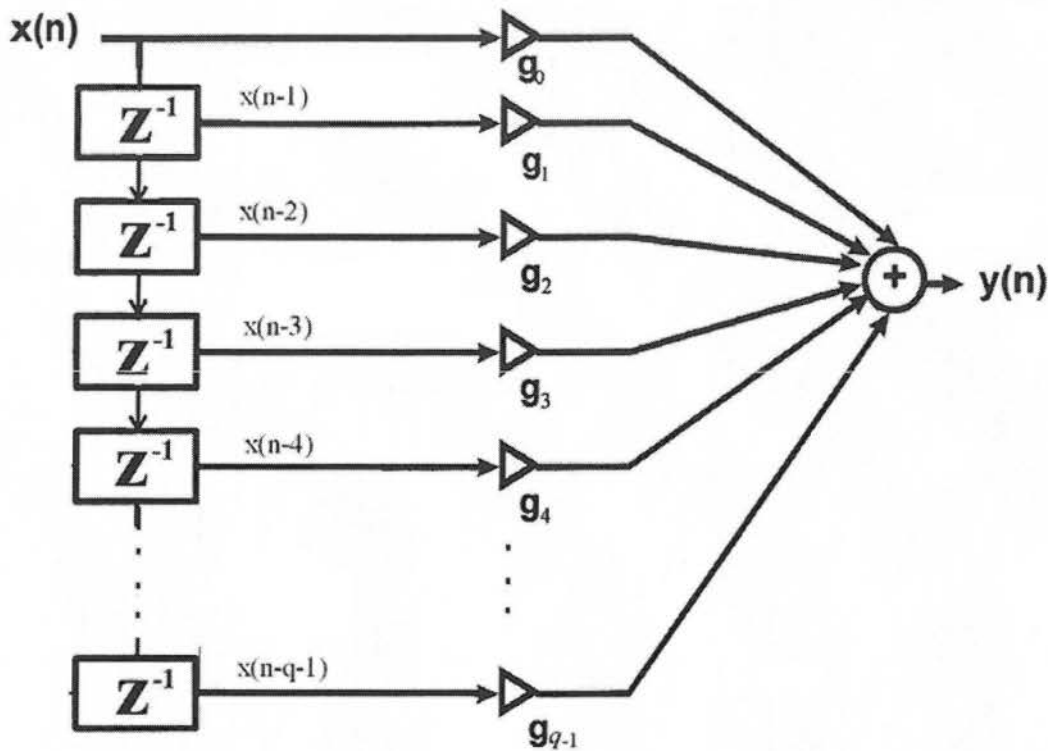
Κάνοντας λοιπόν την παραπάνω πράξη προσθέτουμε ουσιαστικά την αντήχηση του χώρου στο ηχητικό μας σήμα. Είναι προφανές ότι όσο πιο μεγάλος ο χρόνος αντήχησης που θέλουμε να αποκτήσει το σήμα μας, τόσο μεγαλύτερο και το μήκος της κρουστικής απόκρισης που θα χρησιμοποιηθεί. Αν λοιπόν υποθέσουμε ότι η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι ένα σήμα διάρκειας  $q$  δειγμάτων  $h(n) = [g_0, g_1, \dots, g_{q-1}]$  τότε η παραπάνω πράξη μπορεί να γραφεί με τη μορφή εξίσωσης διαφοράς ενός FIR φίλτρου ως

$$y(n) = \sum_{k=0}^{q-1} g_k x(n-k) = g_0 x(n) + g_1 x(n-1) + \dots + g_{q-1} x(n-q+1)$$

Σχέση 3.4.3

Βλέπουμε λοιπόν ότι το σήμα εξόδου  $y(n)$  εξαρτάται από την παροντική τιμή του σήματος εισόδου  $x(n)$ , και από τις παρελθοντικές τιμές  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ , ...,  $x(n-q+1)$ , ακριβώς όπως είδαμε στην περίπτωση της ανάκλασης, με τη διαφορά ότι τώρα έχουμε προφανώς παραπάνω από μία ανακλάσεις. Η ένταση της κάθε ανάκλασης καθορίζεται από την τιμές  $g_0, g_1, g_2, \dots, g_{q-1}$  οι οποίες προκύπτουν από το αντίστοιχο δείγμα της κρουστικής απόκρισης. Στο Σχήμα 3.19 φαίνεται πως μπορούμε να αναπαραστήσουμε την πράξη της συνέλιξης κάνοντας χρήση από τα δομικά στοιχεία της πρόσθεσης, της καθυστέρησης και του πολλαπλασιασμού. Πρέπει ο σπουδαστής να παρατηρήσει ότι για μήκος κρουστικής απόκρισης  $q$  δειγμάτων χρειαζόμαστε  $q$  στοιχεία πολλαπλασιασμού (τρίγωνα) και  $q-1$  στοιχεία καθυστέρησης ( $z^{-1}$ ). Επίσης, αν το πλήθος δειγμάτων που απαρτίζουν το σήμα εισόδου είναι  $N$  και το πλήθος δειγμάτων της κρουστικής απόκρισης είναι  $q$ , τότε, το προϊόν της συνέλιξης της εισόδου  $x(n)$  με την κρουστική απόκριση  $h(n)$  θα είναι  $N+q-1$ . Βάζοντας δηλαδή μια είσοδο σε ένα σύστημα η έξοδος που θα πάρουμε θα υποστεί επιμήκυνση ίση με το πλήθος δειγμάτων της κρουστικής απόκρισης μείον 1.





**Σχήμα 3.4** Προσθήκη αντίχρησης με χρήση της πράξης της συνέλιξης. Για κρουστική απόκριση  $q$  δειγμάτων απαιτούνται  $q$  πολλαπλασιασμοί και  $q-1$  στοιχεία καθυστέρησης.

### 3.5 Εγκάρσια και διαμήκη κύματα

Ας υποθέσουμε πως το υλικό μέσο είναι μια μονοδιάστατη ελαστική κατασκευή άπειρου μήκους, που απαρτίζεται από μάζες ενωμένες σε σειρά με τη βοήθεια ελατηρίων. Ανάλογα με τον τύπο διατάραξης του υλικού μέσου, τα ηχητικά κύματα που δημιουργούνται μπορεί να είναι εγκάρσια ή διαμήκη.

Όταν η πρώτη μάζα υποστεί διατάραξη και μετατοπιστεί κατά το μήκος του μέσου, θα προκαλέσει συμπίεση στο συνδεδεμένο ελατήριο, το οποίο σε σειρά θα ασκήσει δύναμη στην επόμενη μάζα. Καθώς η διάδοση γίνεται με κάποια καθυστέρηση και συγκεκριμένη ταχύτητα, θα παρατηρηθούν στο μέσο διαδοχικά πυκνώματα και αραιώματα. Τα κύματα που προκύπτουν κατά αυτό τον τρόπο ονομάζονται διαμήκη.

Όταν η πρώτη μάζα μετατοπιστεί κάθετα ως προς τον άξονα έκτασης του μέσου, θα προκαλέσει πλάγια διαστολή του συνδεδεμένου ελατηρίου, το οποίο θα μεταφέρει την κάθετη μετατόπιση στην επόμενη μάζα. Έτσι

παρατηρούνται στο μέσο διαδοχικές κορυφές και κοιλάματα. Τα κύματα που προκύπτουν κατά αυτό τον τρόπο ονομάζονται εγκάρσια.

Στα ρευστά (υγρά και αέρια), τα ηχητικά κύματα διαδίδονται πάντα ως διαμήκη, ενώ στα στερεά διαδίδονται κύματα και των δύο μορφών.

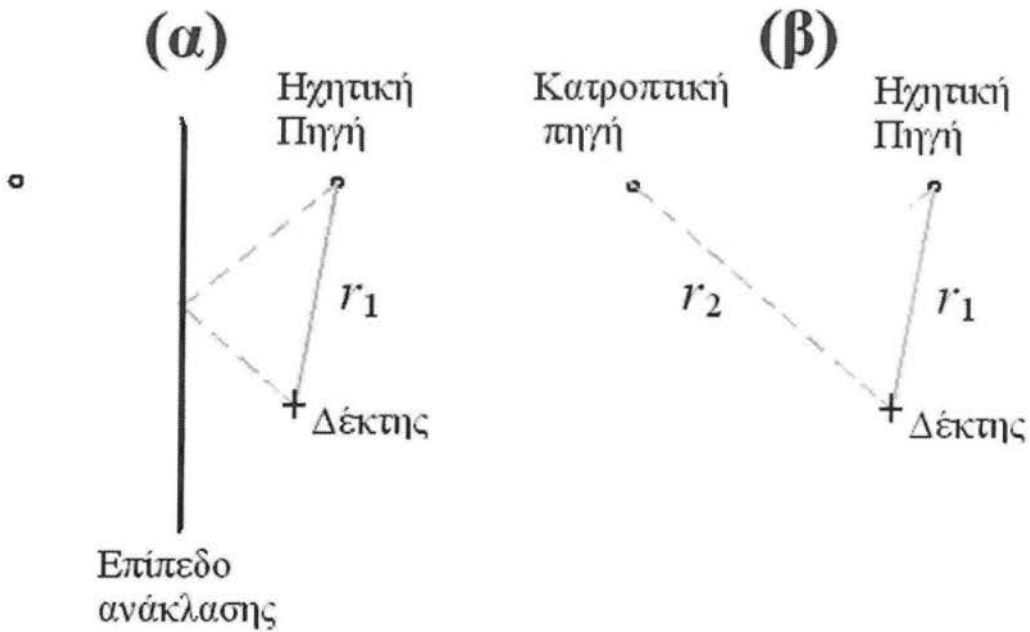
### 3.6 Ταχύτητα του ήχου

Στον αέρα, και υπό κανονικές συνθήκες, η ταχύτητα του ήχου υπολογίζεται στα 331.5 μέτρα το δευτερόλεπτο (1087 πόδια το δευτερόλεπτο) (Bachus, 1977, σ.43). Η ταχύτητα επηρεάζεται από τη θερμοκρασία και την ατμοσφαιρική πίεση, είναι ανεξάρτητη της συχνότητας ταλάντωσης και, εντός πλαισίων, ανεξάρτητη της έντασης. Ο παρακάτω πίνακας (Bachus, 1977, σ.44) περιέχει μετρήσεις της ταχύτητας του ήχου για ορισμένα υλικά μέσα:

### 3.7 Ιδιότητες του ήχου

#### 3.7.1 Ανάκλαση

Όταν ένα ξένο σώμα διαφορετικής ύλης από αυτή του μέσου παρεμβάλλεται στην κατεύθυνση των ηχητικών κυμάτων, τότε αυτά υφίστανται ανάκλαση. Αν για παράδειγμα, σταθούμε μπροστά από έναν τοίχο και κτυπήσουμε παλαμάκια, τα κύματα που θα φτάσουν στον τοίχο θα αναγκαστούν να αλλάξουν κατεύθυνση. Αν το εμπόδιο βρίσκεται σε απόσταση μεγαλύτερη από 17 μέτρα, τότε παρατηρούμε πως ο κρότος που δημιουργήσαμε επαναλαμβάνεται - αυτό το φαινόμενο ονομάζεται ηχώ. Αν όμως το εμπόδιο βρίσκεται σε απόσταση μικρότερη από 17 μέτρα, τότε ο ήχος απλώς δυναμώνει. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αντήχηση και στηρίζεται στο ότι τα ηχητικά κύματα ανακλώνται και επιστρέφουν ενισχυμένα όταν συναντήσουν ένα πολύ κοντινό εμπόδιο.



**Σχήμα 3.7** Ανάκλαση του ήχου σε ένα σκληρό επίπεδο (α) και ισοδύναμη αναπαράσταση με κατροπτική πηγή (β).

### 3.7.2 Περίθλαση

Τα ηχητικά κύματα που ανακλώνται αλλάζουν γωνία κατεύθυνσης. Τα κύματα που περνούν γύρω από ένα εμπόδιο ή που το διαπερνούν (εξαιτίας, λόγω χάριν, κάποιου ανοίγματος στο σώμα) έχουν τη δυνατότητα να κυρτώνονται και γεμίζουν τον χώρο πέρα του εμποδίου. Αυτή η ιδιότητα ονομάζεται περίθλαση.

### 3.7.3 Διάθλαση

Όταν η υπόσταση του υλικού μέσου αλλάζει σταδιακά, τότε τα κύματα μπορεί να αλλάξουν κατεύθυνση. Το φαινόμενο αυτό λέγεται διάθλαση και παρατηρείται, για παράδειγμα, όταν ο ήχος ταξιδεύει σε στρώματα αέρα με διαφορετική θερμοκρασία.

### 3.7.4 Παρεμβολή

Όταν ηχητικά κύματα παραγόμενα από δυο διαφορετικές πηγές διαδίδονται στο ίδιο μέσο, τότε η διατάραξη που επιδέχεται κάθε μάζα προκύπτει από το άθροισμα των μετατοπίσεων που θα επιδεχόταν από κάθε κύμα ξεχωριστά. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται παρεμβολή. Η παρεμβολή μπορεί να είναι καταστρεπτική όταν τα ηχητικά κύματα ακυρώνουν πλήρως τη μετατόπιση που θα σημειωνόταν σε σημείο του μέσου.

### 3.8 Το φαινόμενο Ντόπλερ

Είναι η αντίληψη της διαφορετικής συχνότητας που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής για τον ήχο μιας ηχογόνου πηγής, όταν βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους.

- Όταν ο παρατηρητής και η πηγή είναι ακίνητοι ή κινούνται με ίσες (διανυσματικά) ταχύτητες δεν εμφανίζεται φαινόμενο Doppler, δηλαδή ο παρατηρητής ακούει τον ήχο της πηγής με τη πραγματική του συχνότητα.
- Όταν ο παρατηρητής κινείται και η πηγή είναι ακίνητη, η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται είναι  $f_A = (v \pm v_A) \cdot f_S / v$

### 3.9 Ήχος στο διάστημα

Ο ήχος δεν μεταφέρεται στο διάστημα, επειδή δεν υπάρχει αέρας.

### 3.10 Χαρακτηριστικά του ήχου

Ένα ηχητικό κύμα χαρακτηρίζεται από φυσικές ιδιότητες όπως συχνότητα, περίοδος, μήκος κύματος, πλάτος ταλάντωσης, χρόνος και κυματομορφή. Από αυτές τις ιδιότητες πηγάζουν τέσσερα χαρακτηριστικά που αποσκοπούν στην περιγραφή ενός ήχου από μουσικοακουστικής προσέγγισης και είναι τα εξής: ύψος, ένταση, διάρκεια και χροιά .

#### 3.10.1 Συχνότητα

Συχνότητα ονομάζουμε τον αριθμό των επαναλήψεων ενός γεγονότος στη μονάδα του χρόνου. Η συχνότητα χαρακτηρίζει οποιοδήποτε φυσικό μέγεθος μεταβάλλεται περιοδικά, δηλαδή επαναλαμβάνει τις ίδιες τιμές σε τακτά χρονικά διαστήματα. Επομένως εκφράζει περιοδικές κινήσεις στις οποίες μεταβάλλεται περιοδικά η θέση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του αντικειμένου, περιοδικά ηλεκτρικά σήματα όπως το εναλλασσόμενο ρεύμα ή οι ηλεκτρικοί παλμοί χρονισμού ενός υπολογιστικού συστήματος όπου μεταβάλλεται περιοδικά η ένταση του ρεύματος και η ηλεκτρική τάση και τέλος ηλεκτρομαγνητικά κύματα όπου μεταβάλλεται περιοδικά η τιμή του ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου τους για συγκεκριμένη θέση ή χρονική στιγμή.

Στις περιοδικές κινήσεις η συχνότητα εκφράζει τον ρυθμό επανάληψης της κίνησης. Παραδείγματα περιοδικών κινήσεων είναι η απλή αρμονική ταλάντωση ή η ομαλή κυκλική κίνηση. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η συχνότητα εκφράζει το πλήθος των ταλαντώσεων που πραγματοποιούνται στην μονάδα του χρόνου. Οι μαθηματική έκφραση της συχνότητας για την περίπτωση της ταλάντωσης ιδανικού ελατηρίου εκφράζεται από την σχέση:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}},$$

Σχέση 3.10

όπου  $K$  η σταθερά του ελατηρίου και  $m$  η μάζα του.

Στην περίπτωση του εκκρεμούς η συχνότητα της ταλάντωσης του δίνεται από την σχέση:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}},$$

Σχέση 3.10.1

όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $l$  το μήκος του εκκρεμούς

Τέλος στην **ομαλή κυκλική κίνηση** η συχνότητα δίνεται από την σχέση:

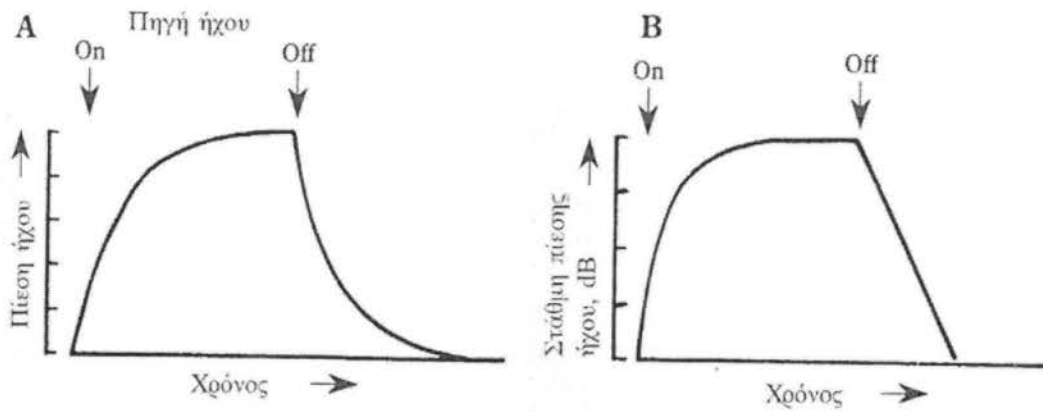
$$f = \frac{\omega}{2\pi},$$

Σχέση 3.10.2

όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα (ή κυκλική συχνότητα) του σώματος που περιστρέφεται.

### 3.11 Προσθήκη αντήχησης

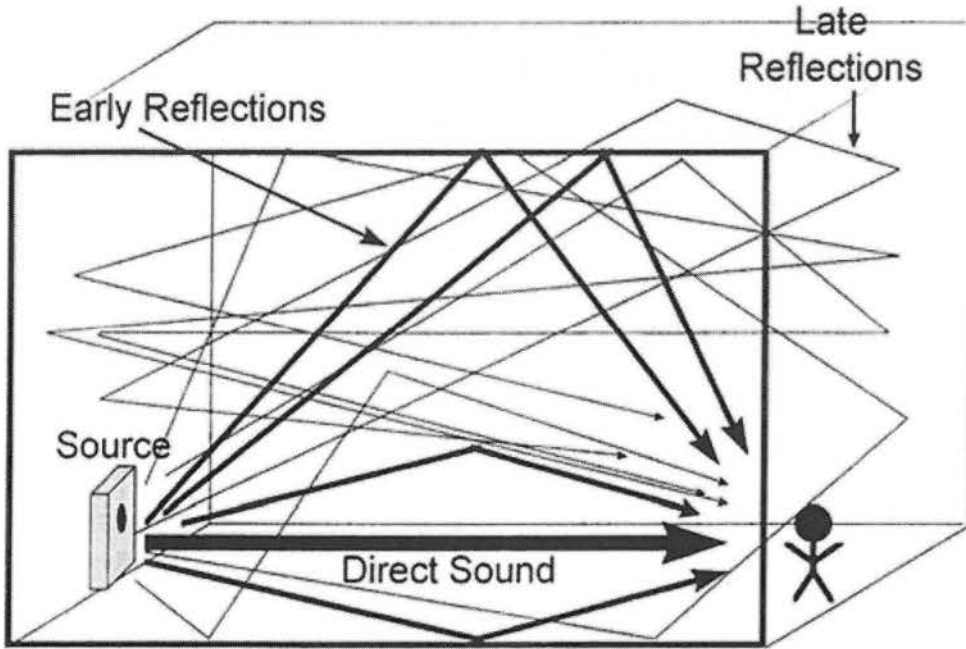
Αντήχηση είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα ενός χώρου όπου όταν μια πηγή ήχου διακοπεί απότομα ο ήχος δεν διακόπτεται αλλά συνεχίζει να υφίσταται για ένα μικρό ή μεγάλο χρονικό διάστημα μέχρι εν τέλει να εξασθενήσει τελείως. Την αντήχηση ενός χώρου μπορούμε να την αντιληφθούμε επίσης διεγείροντας το χώρο με ένα κρουστικό ήχο όπως ένα παλαμάκι ή μια πιστολιά (η τελευταία μέθοδος χρησιμοποιείται συχνά κατά την ακουστική μελέτη κλειστών χώρων, με άσφαιρα πιστόλια). Στο σχήμα 3.13 φαίνεται η καμπύλη εξασθένησης του ήχου από τη στιγμή διακοπής της ηχητικής πηγής. Η καμπύλη εξασθένησης του ήχου είναι εκθετική σε γραμμική κλίμακα (Σχήμα Α), γεγονός που εξασφαλίζει ότι σε λογαριθμική κλίμακα η εξασθένηση είναι ευθεία γραμμή (Σχήμα Β). Χρόνος αντήχησης λέγεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από το σταμάτημα της πηγής μέχρι ο ήχος να εξασθενήσει 60 dB. Επειδή  $20 \log 1000 = 60$ , καταλαβαίνουμε ότι μείωση 60 dB σημαίνει εξασθένηση της ηχητικής πίεσης στο 0.1% της αρχικής της τιμής (1/1000).



**Σχήμα 3.11:** Η ανάπτυξη και εξασθένηση του ήχου μέσα σε ένα δωμάτιο: Α) Η κατακόρυφη κλίμακα είναι σε γραμμικές μονάδες πίεσης ήχου, Β) η κατακόρυφη κλίμακα είναι σε λογαριθμικές μονάδες (dB).

Η αντήχηση και η ανάκλαση έχουν στενή σχέση μεταξύ τους. Ουσιαστικά, η αντήχηση δημιουργείται από πολλές διαφορετικές ανακλάσεις που καταφθάνουν σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Επειδή οι ανακλάσεις είναι πολλές και απέχουν πολύ μικρό χρονικό διάστημα μεταξύ τους, η αντήχηση γίνεται αντιληπτή σαν μια ομαλή εξασθένηση του ήχου. Όπως και στην περίπτωση της ανάκλασης που εξετάστηκε προηγουμένως, όσο πιο πολύ καθυστερεί μια ανάκλαση τόσο περισσότερο εξασθενημένη καταφτάνει στο δέκτη.

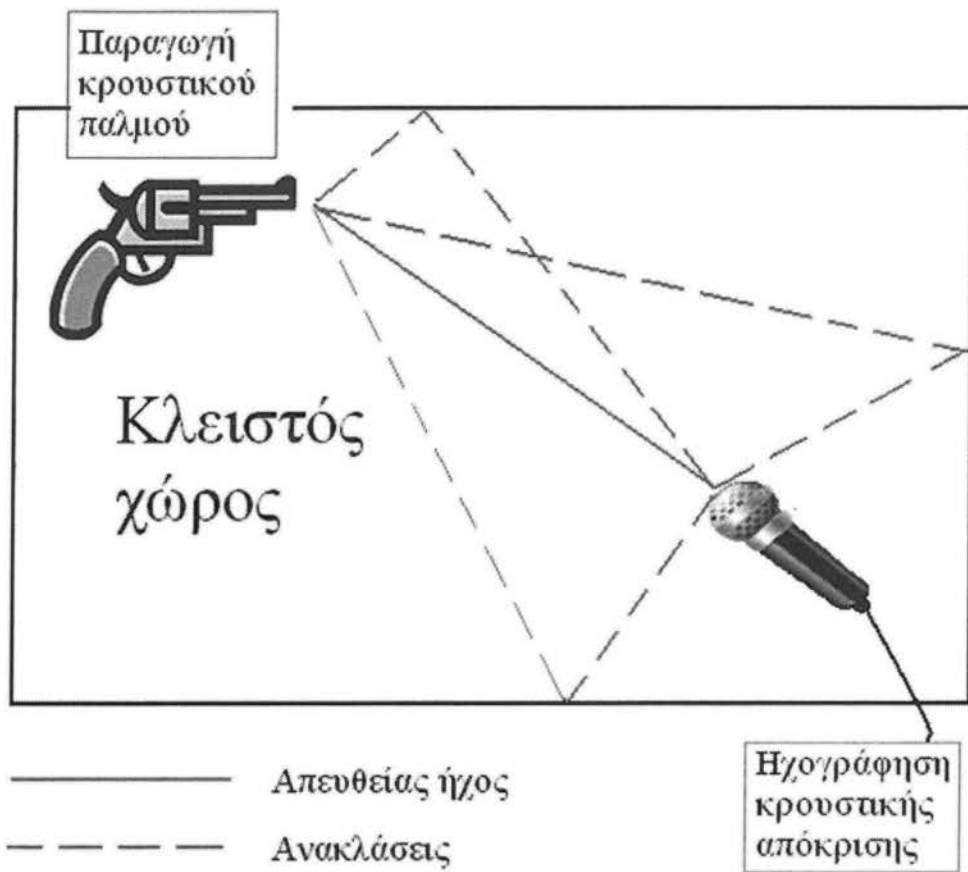
Κατά τη μελέτη της αντήχησης συνηθίζεται να τη διαχωρίζουμε χρονικά σε τρία διαφορετικά τμήματα, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.11: Τον άμεσο ήχο (direct sound), τις πρώτες ανακλάσεις (early reflections) και το εναπομένον τμήμα της αντήχησης (καθυστερημένες ανακλάσεις -late reflections)



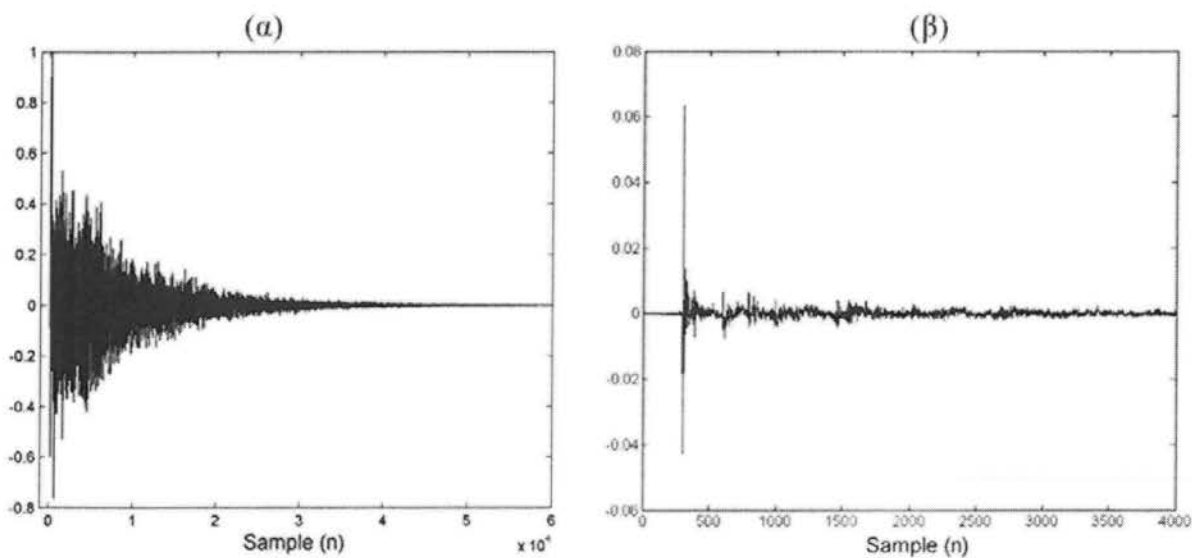
**Σχήμα 3.11.1:** Αναπαράσταση της δημιουργίας αντήχησης σε ένα κλειστό χώρο

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 3.11.1, τμήματα του ήχου φτάνουν στον ακροατή αφού έχουν ανακλαστεί σε περισσότερες από μία επιφάνειες του χώρου. Όσο πιο πολλές είναι οι επιφάνειες του χώρου με τις οποίες ανακλάται ο ήχος, τόσο με λιγότερη ενέργεια καταφθάνει ο ανακλώμενος ήχος με αποτέλεσμα να έχουμε την ομαλή αυτή εξασθένηση που είπαμε προηγουμένως. Η αντήχηση ενός χώρου περιγράφεται από την κρουστική απόκριση (impulse response) του χώρου. Η κρουστική απόκριση δεν είναι τίποτα άλλο από το ηχητικό σήμα που θα ηχογραφήσουμε με ένα μικρόφωνο σε κάποια θέση του χώρου όταν σε κάποια άλλη θέση διεγείρουμε το χώρο με ένα κρουστικό ήχο, δηλαδή με κάποιο ήχο πολύ μικρής διάρκειας όπως μια πιστολιά ή το σκάσιμο ενός μπαλονιού (βλ. σχήμα 3.11.2).



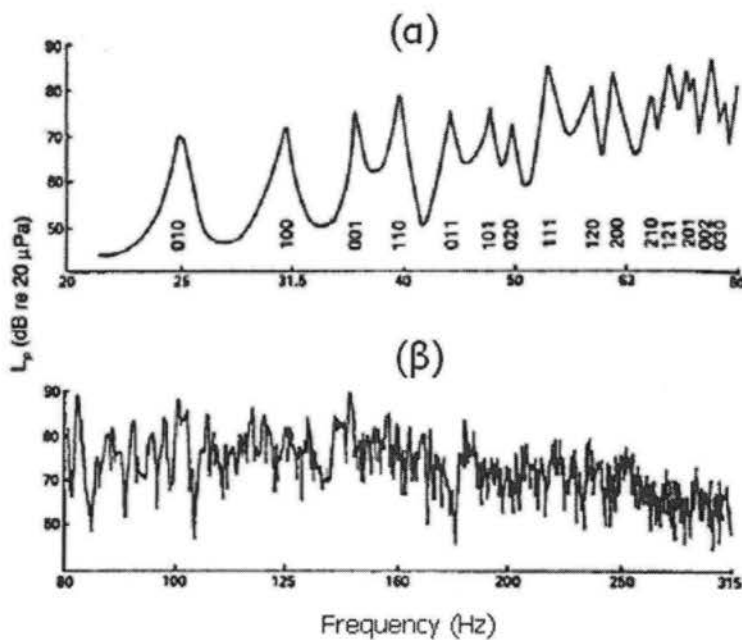


Σχήμα 3.11.2 Μέτρηση της κρουστικής απόκρισης ενός κλειστού χώρου



Σχήμα 3.11.3. Κρουστική απόκριση ενός (α) μεγάλου κλειστού χώρου με πολύ αντήχηση και (β) ενός μικρού κλειστού χώρου με λίγη αντήχηση.

Από την κρουστική απόκριση ενός χώρου παίρνουμε την απόκριση συχνότητας του χώρου κάνοντας χρήση του μετασχηματισμού Fourier. Μια τυπική απόκριση συχνότητας ενός κλειστού χώρου φαίνεται στο σχήμα 3.17. Όπως παρατηρεί κανείς, ένας κλειστός χώρος εισάγει μεγάλες συχνοτικές διακυμάνσεις, ενισχύοντας και εξασθενώντας επιλεκτικά κάποιες συχνότητες. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό και ως φασματικός χρωματισμός, και είναι ιδιαίτερα αισθητό στις χαμηλές συχνότητες και στους μικρούς σχετικά χώρους.



Σχήμα 3.11.4 Τυπική απόκριση συχνότητας ενός κλειστού χώρου.

### 3.12 Ισοστάθμιση και αφαίρεση αντήχησης

Η χαρακτηριστική επίδραση ενός κλειστού χώρου σε ένα ηχητικό κύμα το οποίο διαδίδεται μέσα σε αυτόν μπορεί να είναι τόσο επιθυμητή όσο και ανεπιθύμητη. Για παράδειγμα, σε μία συναυλία συμφωνικής μουσικής η αντήχηση που εισάγει ένας προσεκτικά σχεδιασμένος χώρος είναι επιθυμητή. Για την ακρίβεια, η επίδραση του χώρου είναι αναπόσπαστο κομμάτι της όλης αισθητικής και για αυτό κάποιοι μουσικοί χώροι είναι τόσο διάσημοι για την ακουστική τους όσο και οι μαέστροι οι οποίοι επιδίδονται μέσα σε αυτούς. Πολλές φορές ωστόσο, η επίδραση του χώρου σε ένα ηχητικό σήμα γίνεται ανεπιθύμητη. Ένας

χώρος για παράδειγμα μπορεί να αλλοιώνει τόσο πολύ την ομιλία με αποτέλεσμα αυτή να μη γίνεται κατανοητή από κάποιον ακροατή. Εξαιτίας αυτής της επίδρασης που μπορεί να έχει ένας κλειστός χώρος σε ένα ηχητικό σήμα, έχουν προταθεί και εφαρμοστεί τεχνικές που, βασισμένες στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος, αποσκοπούν στη μείωση ή και αφαίρεση της επίδρασης αυτής.

Ιδανικά, η ισοστάθμιση μπορεί να επιτύχει εξολοκλήρου αφαίρεση της επίδρασης του χώρου, πράξη που στην ουσία ισοδυναμεί με την πράξη της από-συνέλιξης. Στην απλούστερή της μορφή, δηλ. για μία πηγή και έναν δέκτη σε έναν κλειστό χώρο, η διαδικασία μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Έστω ότι η κρουστική απόκριση του χώρου για συγκεκριμένες θέσεις της πηγής και του δέκτη συμβολίζεται ως  $h(n)$  και η αντίστοιχη απόκριση συχνότητας ως  $H(f)$ . Τότε, σκοπός της ισοστάθμισης είναι η εύρεση ενός αντίστροφου φίλτρου σχεδιασμένο ώστε η κρουστική του απόκριση  $g(n)$  και η συχνотική του απόκριση  $G(f)$  να ικανοποιούν τις σχέσεις

$$h(n) * g(n) = \delta(n)$$

Σχέση 3.12

και

$$H(f) \cdot G(f) = 1$$

Σχέση 3.12.1

Ανάλογα με την εφαρμογή της ισοστάθμισης πριν ή μετά την αναπαραγωγή του ηχητικού σήματος σε έναν κλειστό χώρο διακρίνονται δύο κυρίες κατηγορίες εφαρμογών. Η πρώτη αφορά εφαρμογές όπως μία ζωντανή συναυλία ή η αναπαραγωγή του ηχητικού σήματος σε έναν κινηματογράφο, όπου η ισοστάθμιση επιτυγχάνεται με την προ-επεξεργασία του ηχητικού σήματος πριν αυτό αναπαραχθεί στον κλειστό χώρο από τα ηχεία, έτσι ώστε να αντισταθμιστούν οι παραμορφώσεις τις οποίες θα εισάγει ο χώρος στο ηχητικό σήμα. Αντιθέτως, η δεύτερη κατηγορία αφορά εφαρμογές όπως η ηχογράφηση μουσικής ή ομιλίας, η τηλεδιάσκεψη και η κινητή τηλεφωνία, όπου η ισοστάθμιση επιτυγχάνεται με την επεξεργασία του καταγεγραμμένου σήματος για την απομάκρυνση των παραμορφώσεων οι οποίες εισήχθησαν κατά τη διάδοσή του σήματος στον κλειστό χώρο. Γενικά, ο ορισμός ενός αντίστροφου φίλτρου  $g(n)$ , δεδομένης της κρουστικής απόκρισης  $h(n)$  δεν είναι πάντα δυνατός. Αυτό συμβαίνει διότι ενώ το αντίστροφο φίλτρο θα πρέπει να είναι αιτιατό και ευσταθές, η αντιστροφή ενός συστήματος μπορεί να οδηγήσει σε ένα φίλτρο που δεν τηρεί αυτές τις προϋποθέσεις και επομένως δεν είναι πρακτικά υλοποιήσιμο. Μπορούμε ωστόσο να βρούμε ένα φίλτρο  $g(n)$  το οποίο αν και δεν κάνει τέλεια αντιστροφή, καταφέρνει ωστόσο να είναι βέλτιστο σε σχέση με κάποια κριτήρια.

Η δυνατότητα ψηφιακής αναπαράστασης σημάτων και συστημάτων έδωσε νέες δυνατότητες στην αντιστάθμιση της επίδρασης που έχει ένας κλειστός χώρος στο ηχητικό σήμα. Η ανάγκη για ισοστάθμιση ωστόσο δεν εμφανίζεται μόνο σε κλειστούς χώρους, αλλά και στο ελεύθερο πεδίο (ελεύθερο πεδίο εννοούμε χώρο χωρίς ανακλάσεις), όταν για παράδειγμα το ηχητικό σήμα παράγεται από περισσότερες από μία ηχητικές πηγές. Στην επόμενη παράγραφο παρατίθεται ένα κείμενο από το ιντερνετ το οποίο περιγράφει ένα πρόβλημα που εμφανίζεται όταν δύο ηχεία που τροφοδοτούνται από το ίδιο σήμα βρίσκονται σε διαφορετική απόσταση από κάποιο σημείο του χώρου με αποτέλεσμα να έχουμε φασματικούς χρωματισμούς σε αυτό το σημείο. Η ισοστάθμιση στο συγκεκριμένο σημείο του χώρου μπορεί να επιτευχθεί με χρήση απλών στοιχείων καθυστέρησης ώστε το σήμα από τα δύο ηχεία να φτάνει ταυτόχρονα στο σημείο που μας ενδιαφέρει.

### 3.13 Μονάδα μέτρησης

Στο σύστημα SI η συχνότητα μετριέται σε Hertz (Χερτζ), από το όνομα του Γερμανού φυσικού Χάινριχ Χερτζ (Heinrich Rudolf Hertz), ή σε κύκλους. Η συχνότητα ενός (1) Hz (Hertz), ή ενός κύκλου, ισοδυναμεί με μία ταλάντωση ανά δευτερόλεπτο. Πολλαπλάσιες μονάδες αυτού είναι το κιλοχέρτζ kHz ή χιλιόκυκλος (=1000 Hz) και το μεγαχέρτζ MHz ή μεγακύκλος που ισούται με 1.000.000 Hz.

### 3.14 Μέθοδοι μέτρησης συχνότητας

#### 3.14.1 Με μέτρηση του χρόνου μιας περιόδου

Ο απλούστερος τρόπος υπολογισμού συχνότητας που μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις περιοδικών κινήσεων χαμηλής συχνότητας είναι με μέτρηση της περιόδου. Γνωρίζοντας τον χρόνο μίας περιόδου μπορεί να υπολογιστεί η συχνότητα από την σχέση:

$$f = \frac{1}{T}$$

Όπου  $T$  είναι η περίοδος. Η μέθοδος αυτή εισάγει σημαντικά μετρητικά σφάλματα που οφείλονται στην καθυστέρηση αντίδρασης του χρονομέτρη. Το σφάλμα μπορεί να περιοριστεί αν αντί για τον χρόνο μίας περιόδου μετρήσουμε τον χρόνο περισσότερων επαναλήψεων. Σ' αυτή την περίπτωση μπορεί να προσδιοριστεί η συχνότητα με διαίρεση

του αριθμού των επαναλήψεων με τον συνολικό χρόνο της κίνησης. Αν ο αριθμός των επαναλήψεων είναι  $N$  και ο συνολικός χρόνος της κίνησης είναι  $T_{ολ}$  τότε η συχνότητα ισούται με:

$$f = \frac{N}{T_{ολ}}$$

### 3.14.2 Με Στροβοσκόπιο

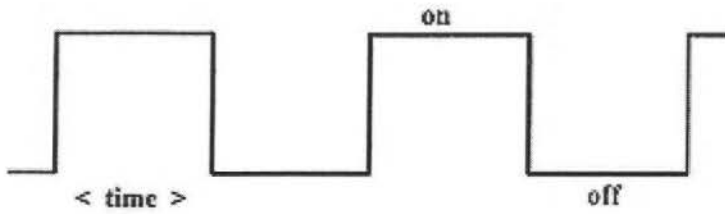
Το στροβοσκόπιο είναι όργανο που χρησιμοποιείται κυρίως για την μέτρηση της συχνότητας ενός αντικειμένου που περιστρέφεται. Το όργανο χρησιμοποιεί γεννήτρια που παράγει ηλεκτρικούς παλμούς μεταβαλλόμενης συχνότητας και ειδικό προβολέα με λυχνία ευγενούς αερίου ο οποίος αναβοσβήνει στην συχνότητα των παλμών. Όταν η συχνότητα του περιστρεφόμενου αντικειμένου γίνει ίση με την συχνότητα της λυχνίας τότε το αντικείμενο φαίνεται ακίνητο. Έτσι μπορεί να προσδιοριστεί η συχνότητα του αντικειμένου

### 3.14.3 Με συχνόμετρο

Το συχνόμετρο είναι ηλεκτρονικό όργανο το οποίο μετράει συχνότητα ηλεκτρικών σημάτων και προβάλλει το αποτέλεσμα της μέτρησης σε ψηφιακή οθόνη. Χρησιμοποιείται κυρίως για μέτρηση συχνότητας περιοδικών ηλεκτρικών σημάτων υψηλής συχνότητας. Για να μετρηθεί μία περιοδική κίνηση με αυτό το όργανο θα πρέπει να μετατραπεί πρώτα σε αντίστοιχο περιοδικό ηλεκτρικό σήμα με έναν κατάλληλο αισθητήρα. Η συχνότητα του παραγόμενου περιοδικού σήματος ταυτίζεται με την συχνότητα της περιοδικής κίνησης.

## 3.15 Συχνότητα ηλεκτρικών σημάτων

Στον ηλεκτρισμό η έννοια της συχνότητας περιγράφει περιοδικές μεταβολές ηλεκτρικών μεγεθών όπως της τάσης και της έντασης. Παραδείγματα περιοδικών σημάτων είναι το εναλλασσόμενο ρεύμα ή οι ηλεκτρικοί παλμοί χρονισμού ενός υπολογιστικού συστήματος. Το εναλλασσόμενο ρεύμα μεταβάλλεται ημιτονικά ενώ οι παλμοί χρονισμού έχουν τετραγωνική μορφή καθώς παίρνουν μία μέγιστη και μία ελάχιστη τιμή σε σταθερά χρονικά διαστήματα.



Σχήμα 3.15

### 3.16 Συχνότητα κύματος

Στα κύματα υπάρχει πάντα ένα μέγεθος που μεταβάλλεται περιοδικά, δηλαδή ένα μέγεθος που χαρακτηρίζεται από κάποια συχνότητα. Στα μηχανικά κύματα το μέγεθος που μεταβάλλεται είναι η θέση των στοιχειωδών σωματιδίων από τη θέση ισορροπίας τους. Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο τους. Το μέγεθος μεταβάλλεται περιοδικά σε σχέση με τον χρόνο παρατηρώντας το σε σταθερό σημείο του χώρου, αλλά μεταβάλλεται και σε σχέση με την απόσταση παρατηρώντας το για συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Σε ένα κύμα, η συχνότητα  $f$  είναι ανάλογη της ταχύτητας  $v$  του κύματος και αντιστρόφως ανάλογη του μήκους  $\lambda$  του κύματος:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Στην περίπτωση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που διαδίδονται στο κενό, η ταχύτητα είναι  $v = c$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός :

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

### 3.17 Περίοδος

Η περίοδος είναι μέγεθος που χαρακτηρίζει εκείνα τα φυσικά φαινόμενα, τα οποία έχουν την ιδιότητα να επαναλαμβάνονται κατά τον ίδιο τρόπο μετά την πάροδο ορισμένου χρόνου. Τέτοια φαινόμενα ονομάζονται περιοδικά. Ως περίοδος του φαινομένου ορίζεται ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για να εκτελεστεί ένας πλήρης κύκλος του φαινομένου, μετά

τον οποίο το φαινόμενο επαναλαμβάνεται. Η περίοδος ενός κύματος είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για να επανέλθει ένα σταθερό σημείο του κύματος στην ίδια φάση, π.χ. να μεταβεί από κορυφή σε κορυφή ή από κοιλάδα σε κοιλάδα (για ένα διαμήκες κύμα μπορούμε να μιλήσουμε αντίστοιχα για πυκνώματα και αραιώματα). Μετρείται σε μονάδες χρόνου, π.χ. δευτερόλεπτα (sec), λεπτά (min) κ.λ.π.

### 3.18 Μήκος κύματος

Ως μήκος κύματος χαρακτηρίζεται η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών ενός κύματος.

Καθώς "ταξιδεύει" ένα κύμα στο χώρο, που χαρακτηρίζεται με ορισμένη συχνότητα, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών του, παραμένει σταθερή. Αυτή η σταθερή απόσταση ονομάζεται μήκος κύματος.

- ο Το μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας του ιδίου κύματος, που σημαίνει πως: όσο μικρότερη είναι η συχνότητα ενός κύματος τόσο μεγαλύτερο θα είναι το μήκος κύματός του. Η σχέση που συνδέει τη συχνότητα ( $\nu$ ) με το μήκος κύματος ( $\lambda$ ) είναι:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

όπου  $v$  είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

### 3.19 Ένταση

Ως ένταση αποκαλείται το πόσο ισχυρή ή ασθενής είναι η ταλάντωση ενός σώματος. Πλατύτερες ταλαντώσεις επιφέρουν ηχητικά κύματα με μεγαλύτερη ένταση, σε σύγκριση με ταλαντώσεις μικρότερου πλάτους των οποίων το προϊόν είναι ήχοι ασθενέστεροι.

Η διάρκεια ορίζει τον συνολικό χρόνο για τον οποίο ένας ήχος γίνεται αντιληπτός. Ένας ήχος είναι μακρότερος από έναν άλλο, βραχύτερο, όταν η αντιληπτή διάρκεια είναι συγκριτικά μεγαλύτερη.

Με βάση την κυματομορφή, οι ήχοι ταξινομούνται σε απλούς ή σύνθετους, και σε περιοδικούς ή μή περιοδικούς - το ημιτονοειδές κύμα είναι ένα παράδειγμα απλού και περιοδικού ηχητικού κύματος, ενώ ο λευκός θόρυβος είναι ήχος σύνθετος και μή περιοδικός. Από την κυματομορφή ενός ήχου πηγάζει το χαρακτηριστικό της χροιάς, το οποίο και εκφράζει την ποιότητα ενός ηχητικού κύματος - πρόκειται για το χαρακτηριστικό εκείνο που προσδιορίζει την ταυτότητα της ηχητικής πηγής και κάνει εφικτό τον διαχωρισμό μεταξύ δύο διαφορετικών ηχητικών πηγών.

### **3.20 Αντίληψη του ήχου**

Η αντίληψη του ήχου αποτελεί βασική αίσθηση σε πολλούς οργανισμούς και πραγματοποιείται μέσω της ακοής. Χρησιμοποιείται για διάφορους λόγους, όπως επικοινωνία, ψυχαγωγία, μουσική σύνθεση, προειδοποίηση και αποφυγή κινδύνων. Στον άνθρωπο η ακοή εκτείνεται για ήχους με συχνότητα μεταξύ 20 Hz και 20.000 Hz. Το εύρος αυτό διαφέρει και σε μεγαλύτερες ηλικίες παρατηρείται μείωση της αντίληψης υψηλών συχνοτήτων. Ήχοι με συχνότητα κάτω ή άνω των ορίων αυτών ονομάζονται υπόηχοι ή υπέρηχοι αντιστοίχως και δεν γίνονται αντιληπτοί από το ανθρώπινο αυτί. Σε άλλους οργανισμούς το φάσμα της ακοής διαφέρει - στον σκύλο το εύρος ακοής εκτείνεται μεταξύ 40 Hz και 60.000 Hz.

Τα ηχητικά κύματα δεν είναι ορατά με γυμνό μάτι - μπορούν να εμφανισθούν στην επιφάνεια ενός υγρού, και να καταγραφούν από ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά μέσα ηχογράφησης.

### **3.21 Ηχοληψία**

Η ηχοληψία (sound recording) είναι η εφαρμοσμένη επιστήμη και η τέχνη που ασχολείται με την καταγραφή, τη μίξη και την αναπαραγωγή των ήχων (φωνή, μουσική, κτλ). Ο τομέας επισύρει την προσοχή σε



πολλές καλλιτεχνικές και επαγγελματικές περιοχές, συμπεριλαμβανομένης της ηλεκτρονικής, της ακουστικής, της ηλεκτροακουστικής, της ψυχοακουστικής και της μουσικής.

Ένας ηχολήπτης (ή μηχανικός/τεχνικός ήχου) έχει την ικανότητα χρήσης των διαφορετικών τύπων τεχνικού εξοπλισμού και μέσων καταγραφής, όπως η αναλογική ταινία (μπομπίνες), τα ψηφιακά πολυκάναλα (multitrack, DAT και SSD Recorders), καθώς επίσης και των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Με την εισαγωγή στην ψηφιακή εποχή, έχει γίνει ιδιαίτερα σημαντικό για τον ηχολήπτη να κατανοεί και να χρησιμοποιεί το διατιθέμενο λογισμικό και το υλικό στις ψηφιακές μεταφορές.

Η ηχοληψία αφορά τις δημιουργικές και πρακτικές πτυχές των ήχων και της μουσικής, σε αντίθεση με το επίσης εφαρμοσμένο αντικείμενο της ειδικότητας του ακουστικού μηχανικού (acoustical engineer).

Οι πρώτες διατάξεις εγγραφής και αναπαραγωγής ήχου ήταν μηχανικές και δεν μπορούσαν να καταγράψουν την ανθρώπινη φωνή. Η αυτόματη αναπαραγωγή μουσικής συναντάται από τον 9ο αιώνα, όταν οι αδερφοί Banū Mūsā κατασκεύασαν το πρώτο "μουσικό κουτί", ένα υδροκινούμενο Όργανο, το οποίο έπαιζε κυλίνδρους που άλλαζαν αυτόματα. Σύμφωνα με τον Charles B. Fowler, η αρχή λειτουργίας του κυλίνδρου με τις ακίδες παρέμεινε η βασική διάταξη μηχανικής αναπαραγωγής μουσικής μέχρι το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα. Οι αδερφοί Banu Musa εφηύραν επίσης ένα αυτόματο μηχανικό φλάουτο, που απετέλεσε την πρώτη προγραμματιζόμενη μηχανή μουσικής. Σύμφωνα με τον Charles B. Fowler, οι αυτόματοι μηχανισμοί ήταν ρομποτικές μάντρες που εκτελούσαν περισσότερες από 50 κινήσεις προσώπου και σώματος κατά τη διάρκεια κάθε μουσικού παιχνιδιού.

Το 14ο αιώνα, ο Flanders εισήγαγε ένα μηχανικό κουδούνι ελεγχόμενο από περιστρεφόμενο κύλινδρο. Παρόμοιες σχεδιάσεις εμφανίστηκαν σε barrel organs (15ος αιώνας), μουσικά ρολόγια (1598), λατέρνες - barrel pianos (1805) και μουσικά κουτιά (1815).

Όλες αυτές οι μηχανές έπαιζαν αποθηκευμένη μουσική, αλλά όχι οποιουδήποτε ήχου, ούτε μπορούσαν να γράψουν ζωντανές εκτελέσεις, ενώ είχαν και περιορισμούς φυσικού μεγέθους. Το 1796, ο Ελβετός ωρολογοποιός Antoine Favre-Salomon περιέγραψε την ιδέα ενός

μουσικού κυλίνδρου για την εγγραφή και αναπαραγωγή μίας μελωδίας. Το fairground organ, που αναπτύχθηκε το 1892, χρησιμοποιούσε παρόμοιο σύστημα αναδιπλωμένων χαρτονιών.

Η πιανόλα (αυτόματο πιάνο) εμφανίστηκε το 1876, και χρησιμοποιούσε διάτρητο ρολό χαρτί με αποθηκευμένη μουσική, ενώ η μαζική της παραγωγή άρχισε το 1898. Η τεχνολογία καταγραφής ζωντανής εκτέλεσης σε piano roll αναπτύχθηκε το 1904. Σύμφωνα με μία υπόθεση το 1908 του Ανώτατου Δικαστηρίου των ΗΠΑ, μόνο το 1902 είχαν κατασκευαστεί 70,000 έως 75,000 πιανόλες, καθώς επίσης 1,000,000 έως 1,500,000 piano rolls. Η χρήση τους άρχισε να φθίνει στη δεκαετία του 1920, ενώ κάποιος κατασκευαστής υπάρχει μέχρι σήμερα.

Η πρώτη συσκευή μηχανικής εγγραφής ήχου (και ανθρώπινης φωνής), χωρίς όμως δυνατότητα αναπαραγωγής ήταν ο φωναυτογράφος, που αναπτύχθηκε το 1857 στο Παρίσι, από τον εφευρέτη Édouard-Léon Scott de Martinville, με σκοπό την οπτική μελέτη του ήχου. Οι παλαιότερες από τις εγγραφές αυτές (φωναυτογραφήματα) περιλαμβάνουν τη δραματική ανάγνωση του έργου Οθέλλος του Σαίξπηρ, με μουσική κιθάρας και τρομπέτας. Τα φωναυτογραφήματα αποτελούν ομάδες κυματιστών γραμμών που έχουν χαραχθεί από ακίδα σε ευαίσθητο ρολό χαρτί που έχει μαυρίσει από αιθάλη λάμπας λαδιού. Μία από τις εγγραφές αυτές, το γαλλικό τραγούδι Au Clair de la Lune, μετετράπη σε ψηφιακό ήχο το 2008.

Το 1877, ο Charles Cros πρότεινε την αντιστροφή της διαδικασίας με φωτοεγχάραξη για τη μετατροπή της εγγραφής σε αυλάκι που θα μπορούσε να οδηγήσει μία ακίδα, που θα αναδημιουργούσε τις ταλαντώσεις της αρχικής ακίδας, οι οποίες μέσω ενός συνδεδεμένου διαφράγματος θα μπορούσαν να αναπαραχθούν στον αέρα. Το 1887, ο Emile Berliner φωτοεγχάραξε εγγραφές φωναυτογράφου σε μέταλλο, με δυνατότητα αναπαραγωγής.

Η πρώτη πρακτική εφαρμογή εγγραφής και αναπαραγωγής ήχου ήταν η μηχανική συσκευή του φωνογράφου κυλίνδρων, που εφευρέθηκε από τον Τόμας Έντισον το 1877 και κατοχυρώθηκε με δίπλωμα ευρεσιτεχνίας το 1878. Η εφεύρεση σύντομα εξαπλώθηκε σε όλο τον κόσμο και τις επόμενες δύο δεκαετίες, η εμπορική καταγραφή, η διανομή και η πώληση των ηχογραφήσεων έγινε μια αναπτυσσόμενη διεθνώς νέα βιομηχανία, με

τους πιο δημοφιλείς τίτλους να πωλούν εκατομμύρια μονάδες από τις αρχές του 1900. Η ανάπτυξη της μαζικής παραγωγής επέτρεψε στις τεχνικές ηχογράφησης σε κύλινδρο να αποτελέσουν ένα σημαντικό νέο καταναλωτικό είδος στις βιομηχανικές χώρες και ο κύλινδρος ήταν το κύριο καταναλωτικό φορμά από τα τέλη του 1880 μέχρι περίπου το 1910.

Η επόμενη σημαντική τεχνική εξέλιξη ήταν η εφεύρεση του δίσκου γραμμοφώνου του Emile Berliner, που εισάγεται στο εμπόριο στις Ηνωμένες Πολιτείες το 1889. Οι δίσκοι ήταν πιο εύκολοι στην κατασκευή, μεταφορά και αποθήκευση, και είχαν το πρόσθετο πλεονέκτημα να παίζουν πιο δυνατά (οριακά) από τους κυλίνδρους, οι οποίοι κατ' ανάγκη ήταν και μονής όψης. Οι πωλήσεις των δίσκων γραμμοφώνου ξεπέρασαν των κυλίνδρων περίπου το 1910, και μέχρι το τέλος του Α Παγκοσμίου Πολέμου ο δίσκος είχε γίνει το κυρίαρχο εμπορικό φορμά εγγραφής. Ο Edison, ο οποίος ήταν ο κύριος παραγωγός των κυλίνδρων, δημιούργησε την Edison Disc Record, σε μια προσπάθεια να ανακτήσει την αγορά. Σε διάφορες παραλλαγές, το ηχητικό φορμά δίσκου έγινε το κύριο μέσο για ηχογραφήσεις των καταναλωτών μέχρι το τέλος του 20ου αιώνα, και η διπλής όψης 78 στροφών δίσκοι shellac ήταν η τυποποιημένη μορφή μουσικής των καταναλωτών από τις αρχές του 1910 έως τα τέλη του 1950.

Αν και δεν υπήρξε κοινώς αποδεκτή ταχύτητα, και οι διάφορες εταιρείες που προσέφεραν δίσκους παίζονταν σε διαφορετικές ταχύτητες, οι μεγάλες δισκογραφικές εταιρείες κατέληξαν τελικά σε ένα ντε φάκτο βιομηχανικό πρότυπο ονομαστικής ταχύτητας 78 στροφές ανά λεπτό, αν και η πραγματική ταχύτητα διέφερε ανάμεσα στην Αμερική και στον υπόλοιπο κόσμο. Η προδιαγεγραμμένη ταχύτητα ήταν 78,26 σ.α.λ. στην Αμερική και 77,92 σ.α.λ. σε όλο τον υπόλοιπο κόσμο. Η διαφορά στην ταχύτητα ήταν αποτέλεσμα της διαφοράς στις συχνότητες του εναλλασσόμενου ρεύματος πόλης για την οδήγηση των σύγχρονων κινητήρων και στη διατιθέμενη αναλογία γραναζιών. Οι δίσκοι κατασκευαζόντουσαν από shellac ή παρόμοια εύθραυστα υλικά, και παίζονταν με βελόνες από μια ποικιλία υλικών, συμπεριλαμβανομένων μαλακό χάλυβα, αγκάθια, ακόμη και ζαφείρια. Οι δίσκοι είχαν εξαιρετικά περιορισμένη διάρκεια ζωής, εξαρτώμενη σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο αναπαραγωγής.

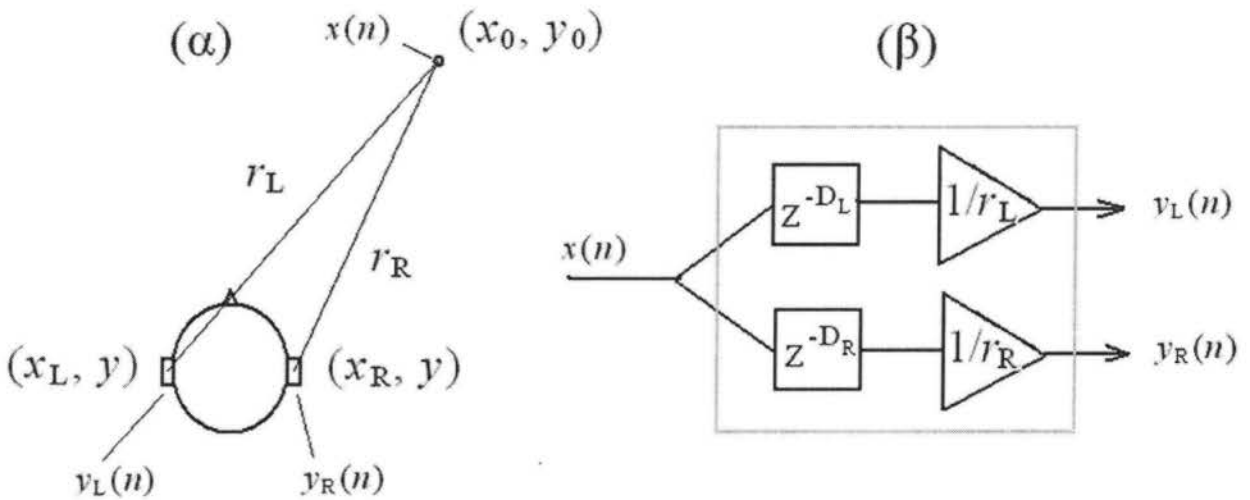
Οι προηγούμενες, καθαρά ακουστικές μέθοδοι καταγραφής είχαν περιορισμένη ευαισθησία και εύρος συχνοτήτων. Οι νότες στο μεσαίο φάσμα συχνοτήτων μπορούσαν να καταγραφούν, αλλά όχι όμως οι πολύ χαμηλές και οι πολύ υψηλές συχνότητες. Όργανα όπως το βιολί δεν μπορούσαν να μεταφερθούν επαρκώς σε δίσκο. Όμως αυτό εν μέρει λύθηκε με την προσθήκη μίας κωνικής κόρνας στο sound box του βιολιού. Η κόρνα αυτή δεν χρειαζόταν πλέον όταν αναπτύχθηκε η ηλεκτρική εγγραφή.

Οι φωνογραφικοί δίσκοι βινυλίου microgroove εφευρέθηκαν από τον Γερμανο-Ούγγρο μηχανικό Peter Carl Goldmark της Columbia Records. Εισήχθησαν στα τέλη της δεκαετίας του 1940, σε δύο κύριες μορφές, το 7-ιντσών με 45 στροφές ανά λεπτό και το 12-ιντσών LP (μακράς διάρκειας παίξιμο) με 33 στροφές ανά λεπτό και αντικατέστησαν εντελώς τους δίσκους 78 στροφών σέλακ(μερικές φορές βινυλίου) μέχρι το τέλος της δεκαετίας του 1950. Το βινύλιο προσέφερε βελτιωμένες επιδόσεις, τόσο στην εκτύπωση όσο και στην αναπαραγωγή, και παίζεται γενικά από ακίδα γυαλισμένο διαμάντι. Όταν παίζεται σωστά (ακριβές βάρος παρακολούθησης, κτλ) επιτυγχάνεται μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Οι δίσκοι βινυλίου είναι πολύ λιγότερο εύθραυστοι από το σέλακ (shellac). Οι περισσότεροι είναι μαύροι, αλλά υπάρχουν και μερικοί χρωματιστοί, διαφανείς, κλπ.

### **3.22 Τροποποίηση ακουστικού ειδώλου με χρήση και στοιχείων καθυστέρησης**

Εναλλακτικός τρόπος για τη δημιουργία στερεοφωνικής εικόνας (πέρα από τη διαφοροποίηση της έντασης που είπαμε προηγουμένως) είναι με τη μοντελοποίηση της διαφοράς χρονικής άφιξης στα αυτιά του ακροατή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9. Ένας ήχος ο οποίος έρχεται από τα δεξιά, φθάνει πρώτα στο δεξί αυτί και μετά στο αριστερό (διαωτική διαφορά χρονικής άφιξης). Επιπλέον, επειδή ταξιδεύει μεγαλύτερη απόσταση μέχρι να φτάσει στο αριστερό αυτί από ότι στο δεξί, παρουσιάζεται εξασθενημένος στο αριστερό αυτί. Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτή η εξασθένηση δεν είναι μόνο αποτέλεσμα της μεγαλύτερης απόστασης διάδοσης, αλλά και των φαινομένων σκίασης που προκαλεί η κεφαλή με αποτέλεσμα η εξασθένηση να είναι ακόμα μεγαλύτερη από αυτήν που

υπαγορεύει ο νόμος της αντίστροφης απόστασης.



**Σχήμα 3.22** Διαφοροποίηση της κατεύθυνσης του ήχου με βάση τη θεωρία διάδοσης του ήχου. (α) Γεωμετρικό μοντέλο, (β) ψηφιακό μοντέλο.

### 3.23 Ο ρόλος της ψηφιακής καθυστέρησης, στο στήσιμο μικρομεγαφωνικής εγκατάστασης

Ο περισσότερο καταληπτός και κατανοητός ήχος υφίσταται, όταν δύο άνθρωποι συζητούν πρόσωπο με πρόσωπο και αυτός είναι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων ο ήχος που αναζητάμε, όταν στήνουμε ένα ηχητικό σύστημα για ζωντανή εμφάνιση (P.A.). Στην δύσκολη αυτή αποστολή έρχονται να μας βοηθήσουν τα ψηφιακά μηχανήματα καθυστέρησης (θα τα αναφέρουμε ddl από δω και πέρα χάριν συντομίας), που τα τελευταία χρόνια έχουν προσιτές τιμές, λόγω της ανάπτυξης των DSP. Τρεις είναι οι διαφορετικοί στόχοι που εξυπηρετούν τα ddl. Ο πιο κοινός και ο σημαντικότερος είναι ο συγχρονισμός των ηχείων μεταξύ τους, για τον έλεγχο της υπερβάλλουσας αντήχησης και ηχούς, ο δεύτερος έχει να κάνει με τον περιορισμό του φαινομένου των φίλτρων τύπου κτένας (comb filter) και ο τελευταίος με την τοποθέτηση της ακουστικής εικόνας, έτσι ώστε ο ήχος να φαίνεται ότι έρχεται από τους εκτελεστές και όχι από τα ηχεία.

### 3.23.1 Συγχρονισμός Ηχείων

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα, ως γνωστόν είναι περίπου 344m/sec. Αυτό σημαίνει ότι ο ήχος για να διανύσει απόσταση ενός μέτρου, χρειάζεται 2,9msec. Τα ηλεκτρικά σήματα όμως, ταξιδεύουν σχεδόν ένα εκατομμύριο φορές γρηγορότερα, δηλαδή πρακτικά χωρίς καμία καθυστέρηση. Έτσι, όταν το ίδιο σήμα τροφοδοτήσει ηχεία τοποθετημένα σε απόσταση μεταξύ τους, ο ήχος που αυτά παράγουν, διανύοντας διαφορετικές αποστάσεις, λόγω του φαινομένου της αντήχησης και των πολλαπλών εικονικών ανακλάσεων, φτάνει στον ακροατή με μειωμένη καθαρότητα και καταληπτότητα. Σκοπός μας είναι να καθυστερήσουμε το σήμα που φτάνει στο ηχείο που είναι κοντύτερα τοποθετημένο στον ακροατή. Αυτό το πετυχαίνουμε τροφοδοτώντας με έναν πολύ σύντομο παλμό το σύστημα των ηχείων και ρυθμίζοντας το  $ddl$  έτσι, ώστε όταν παίζουν και τα δύο ηχεία ταυτόχρονα, να ακούμε μόνον έναν παλμό να αναπαράγεται. Ο παλμός αυτός μπορεί να παραχθεί από κάποιο μηχάνημα μέτρησης, από ένα phase checker, ή ακόμα και από ένα κρουστό σε ένα μικρόφωνο. Θα πρέπει να λάβουμε πολύ σοβαρά υπόψη μας, ότι όλα τα ψηφιακά μηχανήματα εισάγουν λόγω των μετατροπέων τους (converters), μία καθυστέρηση στο σήμα που κυμαίνεται από 0,9-5msec. Για τον λόγο αυτό, πρέπει όλα τα ψηφιακά μηχανήματα που είναι συνδεδεμένα στην αλυσίδα του σήματος, να είναι σε λειτουργία και όχι bypass όταν εκτελούμε αυτήν την εργασία του συγχρονισμού του συστήματος.

### 3.23.2 Παραμόρφωση φίλτρων τύπου κτένας

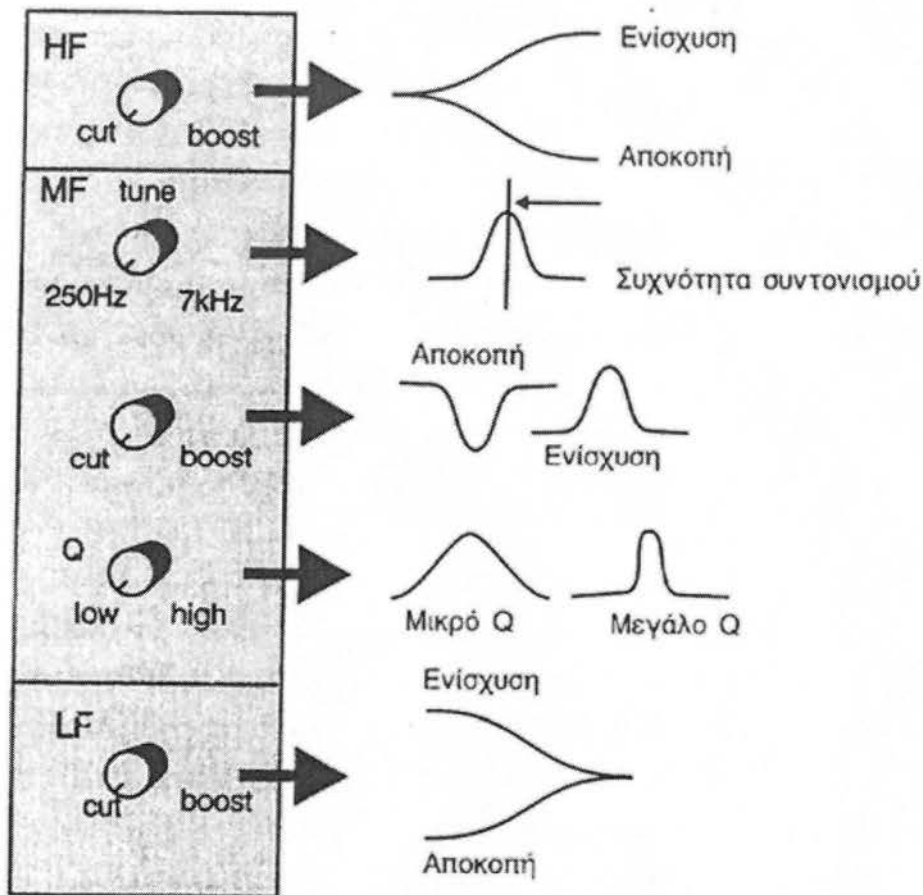
Η παραμόρφωση των φίλτρων τύπου κτένας, προκύπτει όταν ένα σήμα που έρχεται καθυστερημένο, προστίθεται στο αρχικό. Το γράφημα του αποτελέσματος της πρόσθεσης των δύο αυτών ηχητικών κυμάτων, μοιάζει με τα δόντια μίας κτένας και για αυτό έχει ονομαστεί comb filter. Υπάρχουν αρκετές περιπτώσεις που μπορούν να προκαλέσουν comb filter. Παραδείγματος χάρη, όταν το ίδιο πρόγραμμα παίζεται από δύο ηχεία, ο χροιά που ακούμε από αυτό που είναι κοντύτερα σε εμάς, αλλοιώνεται από αυτό που είναι μακρύτερα, ή όταν λαμβάνουμε την ίδια πηγή με δύο μικρόφωνα σε κοντινή αλλά διαφορετική απόσταση μεταξύ τους, αλλά ακόμα και όταν επιστρέφουμε την έξοδο κάποιου ψηφιακού effects processor στην κονσόλα μας και την μιζάρουμε με το dry σήμα.

## 3.24 Equalisers

Equalizers', ή 'EQ', ή 'ισοσταθμιστές', ή 'εξισορροπητές' ή 'ρυθμιστές ελέγχου τόνου' ή απλά 'φίλτρα', είναι μερικές από τις ονομασίες που επικρατούν για το πολύτιμο αυτό εργαλείο του μουσικού και του ηχολήπτη. Ένα equalizer είναι ένα σύστημα που έχει ως σκοπό να μεταβάλει τα φασματικά χαρακτηριστικά ενός ηχητικού σήματος. Η μορφή και ο τρόπος κατασκευής του equalizer μεταβάλλεται ανάλογα με τη χρήση του. Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται οι βασικοί τύποι ισοσταθμιστών και επεξηγείται η χρήση τους ανάλογα με την περίπτωση.

### 3.24.1 Τυπικό equalizer 3 περιοχών τύπου κονσόλας

Όταν θέλουμε να τονίσουμε ή να εξασθενήσουμε κάποιες φασματικές συνιστώσες ενός ηχητικού σήματος ώστε να του δώσουμε κάποια τεχνητά χαρακτηριστικά. Πχ, αν εφαρμόσουμε ένα φίλτρο το οποίο εξασθενεί με τη συχνότητα, κάνουμε τον ήχο μας μουντό. Αυτό μπορεί να δώσει την αίσθηση ότι ο ήχος έρχεται από κάποιο άλλο δωμάτιο διαπερνώντας κάποιον τοίχο ή ότι έρχεται από κάποιο μακρινό μέρος, κάτι που θα είχε ως αποτέλεσμα την εξασθένηση των υψηλών συχνοτήτων. Από την άλλη, τονίζοντας τις μεσαίες συχνότητες και αποκόπτοντας τις χαμηλές και τις υψηλές, μπορούμε σε ένα σήμα φωνής να δώσουμε τα χαρακτηριστική χροιά μιας τηλεφωνικής γραμμής. Μια τυπική μορφή ενός equalizer, όπως συναντάται στα κανάλια εισόδου μίας κονσόλας φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



**Σχήμα 3.24** Τυπική μορφή ενός equalizer όπως εμφανίζεται στα κανάλια εισόδου μίας κονσόλας

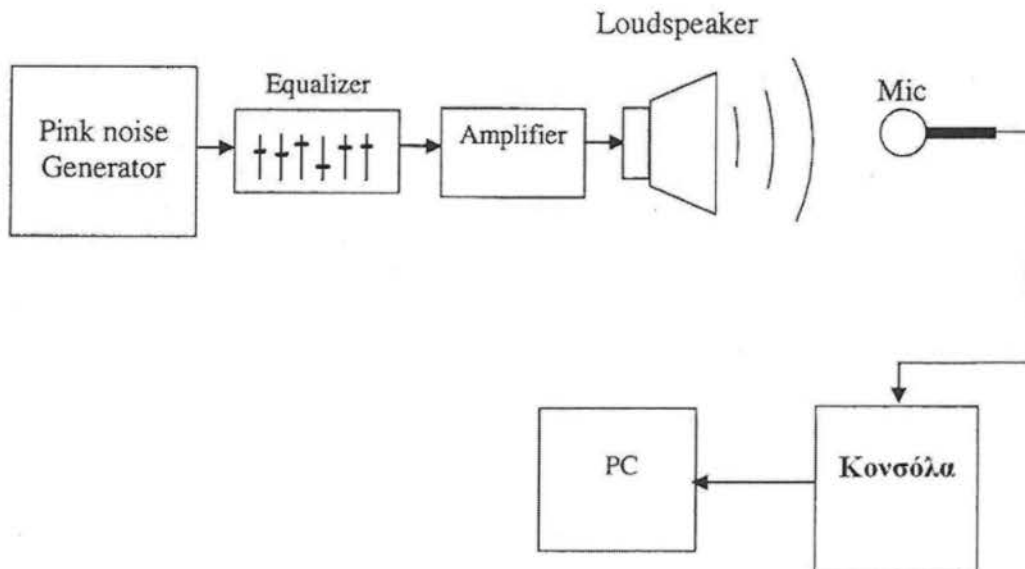
Το συγκεκριμένο equalizer είναι τριών περιοχών. Βλέπουμε ότι υπάρχει διαφορετική βαθμίδα για τις χαμηλές (LF), τις μεσαίες (MF) και τις υψηλές συχνότητες (HF). Μεκατάλληλη χρήση του περιστροφικού ποτενσιόμετρου μπορούμε λοιπόν να ενισχύσουμε ή να εξασθενήσουμε την κάθε συχνοτική περιοχή. Στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων βλέπουμε ότι μπορούμε να ρυθμίσουμε περισσότερες παραμέτρους. Συγκεκριμένα, μπορούμε μέσω του ποτενσιόμετρου tune να ορίσουμε την κεντρική συχνότητα στην οποία θέλουμε να επέμβουμε. Για το συγκεκριμένο equalizer βλέπουμε ότι μπορούμε να κινηθούμε οπουδήποτε από τα 250Hz έως τα 7kHz. Μία άλλη παράμετρος που έχουμε στη διάθεσή μας είναι το εύρος ζώνης συχνοτήτων (Q) στο οποίο θέλουμε να επέμβουμε. Ρυθμίζοντας λοιπόν το Q μπορούμε να επέμβουμε σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων (μικρό Q) ή σε στενό εύρος συχνοτήτων (μεγάλο Q), με αποτέλεσμα το φίλτρο μας να γίνεται πιο



μυτερό ή πλατή. Η παράμετρος  $Q$  λέγεται και παράγοντας επιλεκτικότητας του φίλτρου.

### 3.24.2 Το EQ ως ισοσταθμιστής

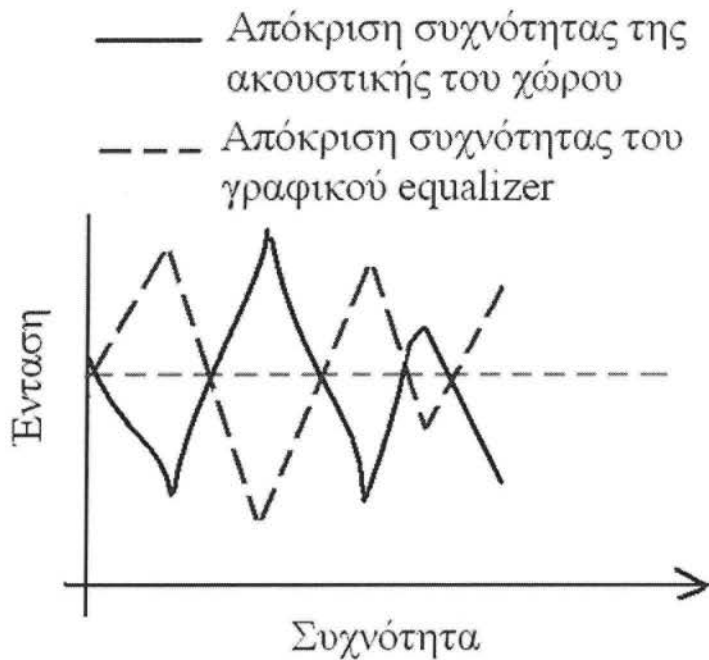
Αυτή είναι και η πιο συχνή χρήση τέτοιων επεξεργαστών. Ένα ηχητικό σήμα, ιδιαίτερα κατά τη λήψη του με μικρόφωνο είναι δυνατόν να αποκτήσει πλασματικά φασματικά χαρακτηριστικά, τα οποία δεν ακούγονται 'φυσικά' κατά την αναπαραγωγή. Για παράδειγμα, όταν ένας τραγουδιστής φέρνει το μικρόφωνο πολύ κοντά στο στόμα, δημιουργείται το γνωστό ως 'proximity effect' το οποίο έχει ως αποτέλεσμα να ενισχύονται πολύ τα μπάσα, οπότε και ο ηχολήπτης πρέπει να τα αφαιρέσει με κατάλληλη χρήση του ρυθμιστή χαμηλών συχνοτήτων. Για μια τέτοια περίπτωση, ένα equalizer σαν αυτό του Σχήματος 4.1 θα μπορούσε να κάνει τη δουλειά. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλες περιπτώσεις που η αντιστάθμιση είναι πιο περίπλοκης φύσης. Εκεί χρειάζεται ένας άλλος τύπος equalizer, το γραφικό equalizer.



**Σχήμα 3.24.1** Τυπική συνδεσμολογία κατά τη ρύθμιση του γραφικού equalizer

Τα γραφικά equalizer χρησιμοποιούνται για την αντιστάθμιση της αλλοίωσης που προκαλεί στις αναπαραγόμενες από τα ηχεία συχνότητες η ακουστική ενός χώρου. Το γραφικό equalizer παρεμβάλλεται μεταξύ του ηλεκτρονικού μέσου αναπαραγωγής(κονσόλα, μίκτης, cd player, κλπ) και ενισχυτή, με σκοπό να μεταβάλει τα φασματικά χαρακτηριστικά

του σήματος, πριν αυτό αναπαραχθεί από τα ηχεία, ώστε κατά τη διάδοση του ηχητικού σήματος να αντισταθμιστεί όσο το δυνατόν περισσότερο η επίδραση του χώρου. Η συνήθης συνδεσμολογία που χρησιμοποιείται για τη ρύθμιση του γραφικού equalizer φαίνεται στο Σχήμα 3.24.1. Στο Σχήμα 3.24.1 φαίνεται βασικά η συνδεσμολογία κατά τη φάση ρύθμισης του γραφικού Equalizer. Συγκεκριμένα, στη θέση του ηλεκτρονικού μέσου αναπαραγωγής βρίσκεται μία γεννήτρια ροζ θορύβου. Ο ροζ θόρυβος είναι ένα σήμα που περιέχει όλες τις συχνότητες και επιπλέον έχει ομοιόμορφα κατανομημένο φάσμα. Στο σημείο όπου θέλουμε να κάνουμε ισοστάθμιση βάζουμε ένα μικρόφωνο αναφοράς. Το μικρόφωνο οδηγεί το ηχητικό σήμα σε έναν υπολογιστή ο οποίος διαθέτει κάποιο φασματικό αναλυτή. Η φύση του ροζ θορύβου και η κατασκευή του φασματικού αναλυτή είναι τέτοια ώστε αν δεν έχουμε φασματική αλλοίωση από την ακουστική του χώρου, τότε θα δούμε μια ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα των συχνοτήτων στο φασματικό αναλυτή. Στην πραγματικότητα ωστόσο, ανάλογα με τη φύση του χώρου θα δούμε σίγουρα μια μικρή ή μεγάλη απόκλιση από την ιδανική ευθεία, όπως για παράδειγμα η μαύρη καμπύλη με μέγιστα και ελάχιστα στο διάγραμμα συχνότητας έντασης του Σχήματος 4.3. Το γραφικό Equalizer είναι προφανές ότι θα πρέπει να εξασθενήσει τις συχνοτικές περιοχές που έχουν ενισχυθεί από την επίδραση του χώρου και αντίστοιχα, να ενισχύσει τις περιοχές που έχουν εξασθενήσει. Βλέπουμε δηλαδή ότι οι ρυθμίσεις του equalizer είναι κατά κάποιο τρόπο αντικατροπτικές σε σχέση με την απόκριση του χώρου, ως προς μία ευθεία γραμμή. (βλ. Σχήμα 3.24.2). Ο στόχος σε κάθε περίπτωση είναι η επίτευξη μιας επίπεδης απόκρισης συχνότητας (flat frequency response).

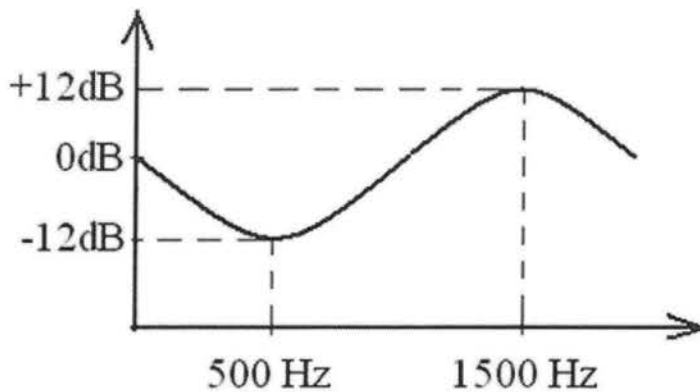


**Σχήμα 3.24.2** Ισοστάθμιση με τη χρήση γραφικού equalizer

Μετά τη ρύθμιση του equalizer, οι ρυθμίσεις μένουν ως έχουν και στη θέση της γεννήτριας ροζ θορύβου μπαίνει η κονσόλα, το cd player ή οποιοδήποτε άλλο μέσο προορίζεται για την ηχητική αναπαραγωγή στο χώρο. Για τη συγκεκριμένη μέθοδο θα πρέπει να αναφέρουμε ωστόσο μερικά μειονεκτήματα. Κατ' αρχάς, οι συχνότητες είναι σωστές μόνο στο σημείο και στη γειτονική περιοχή που ήταν τοποθετημένο το μικρόφωνο. Σε άλλα σημεία του χώρου πιθανόν να υπάρχει ακόμα ακουστική απόκλιση, ενώ δεν είναι απίθανο τα πράγματα να έχουν χειροτερέψει σε σχέση με πριν την ισοστάθμιση. Επίσης, τα ακουστικά χαρακτηριστικά της αίθουσας μπορούν να αλλάξουν δριμύτατα αν πχ. εισέλθει κόσμος ή ακόμα και αν αλλάξει η θερμοκρασία. Τέλος, η ισοστάθμιση με τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι κατώτερης ποιότητας από αυτήν που μπορούμε να επιτύχουμε με την ψηφιακή τεχνική ισοστάθμισης που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.9. Παρ' όλα αυτά, χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα διότι βασίζεται εξολοκλήρου σε αναλογικό εξοπλισμό και έτσι αποφεύγεται η ανάγκη για μετατροπή του σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό και αντίστροφα.

**Παράδειγμα:** Ένα ημιτονικό σήμα συχνότητας 500 Hz και πλάτους 2 V διέρχεται μέσα από ένα equalizer του οποίου η απόκριση συχνότητας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί το πλάτος του σήματος στην έξοδο του equalizer. Ποια είναι η αντίστοιχη τιμή του πλάτους για ένα

ημιτονικό σήμα 1500 Hz το οποίο εισέρχεται με πλάτος 1 V στο ίδιο equalizer;



Σχέση 3.24.3

**Απάντηση:** Από το σχήμα φαίνεται ότι το σήμα συχνότητας 500 Hz εξερχόμενο από το equalizer εξασθενεί κατά 12 dB. Αυτό σημαίνει ότι αν  $V_{in}$  και  $V_{out}$  είναι το πλάτος του σήματος στην είσοδο και στην έξοδο του EQ τότε θα ισχύει:

$$20 \log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} = -12 \text{ dB}$$

αρα

$$\log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{12}{20}$$

και επομένως

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 10^{-\frac{12}{20}} = 0.25$$

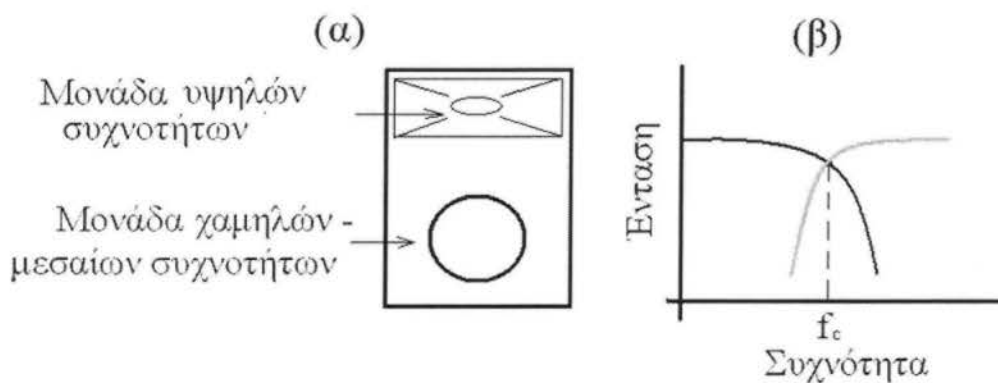
Τελικά βλέπουμε ότι  $V_{out}=0.25 \cdot V_{in}=0.5 \text{ Volt}$ . Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τη γνωστή ιδιότητα των λογαρίθμων βλέπουμε ότι για το σήμα συχνότητας 1500 Hz θα ισχύει

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{0.25} = 4$$

και επομένως  $V_{out}=4$  Volt.

### 3.25 Κύκλωμα crossover στα ηχεία

Η αναπαραγωγή των διαφορετικών περιοχών συχνοτήτων στα ηχεία γίνεται συνήθως από διαφορετικές μονάδες. Άλλη μονάδα είναι υπεύθυνη για την αναπαραγωγή των χαμηλών συχνοτήτων (sub woofer), άλλη για την αναπαραγωγή των υψηλών συχνοτήτων (twitter) ενώ συχνά χρησιμοποιείται ξεχωριστή μονάδα και για τις μεσαίες συχνότητες (mid-range). Υπάρχει επομένως η ανάγκη για τη χρήση φίλτρων με τα οποία διαχωρίζεται το συχνοτικό περιεχόμενο του προγράμματος, ώστε η κατάλληλα φιλτραρισμένη εκδοχή του ηχητικού σήματος να πηγαίνει στην κατάλληλη βαθμίδα του μεγαφώνου. Ένα παράδειγμα φαίνεται στο σχήμα 4.4 όπου φαίνεται ένα ηχείο δύο δρόμων το οποίο χρησιμοποιεί δύο διαφορετικές μονάδες, μία περιοχής χαμηλών - μεσαίων συχνοτήτων και μία υψηλής. Για ένα τέτοιο ηχείο χρειάζεται ένα low pass φίλτρο (χαμηλής διέλευσης) και ένα high pass φίλτρο (υψηλής διέλευσης). Η απόκριση συχνότητας των δύο φίλτρων απεικονίζεται στο σχήμα 4.4(β). Είναι φανερό ότι εκεί που μειώνεται η απόκριση του ενός φίλτρου θα πρέπει να ξεκινάει η απόκριση του άλλου ώστε να μη δημιουργείται συχνοτικό κενό. Η συχνότητα που συναντώνται τα δύο φίλτρα ονομάζεται συχνότητα crossover και συμβολίζεται με  $f_c$ .



**Σχήμα 3.25** Χρήση crossover για διαχωρισμό της συχνοτικής περιοχής του ηχητικού

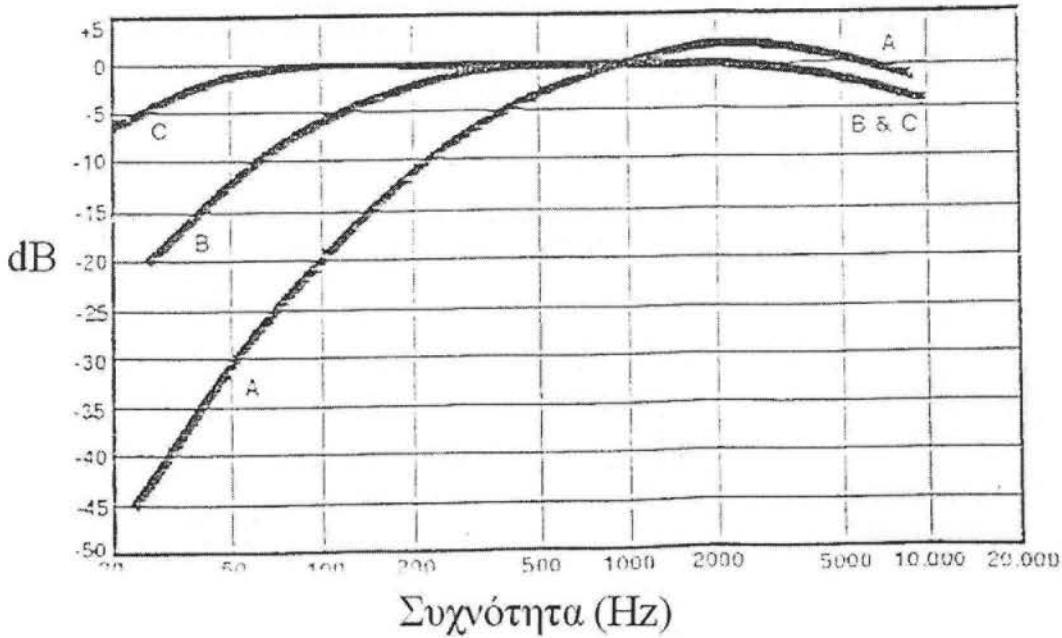
σήματος κατά την αναπαραγωγή του από το ηχείο.

Ο συχνοτικός διαχωρισμός του ηχητικού σήματος είναι δυνατόν να γίνεται:

- Μετά τον ενισχυτή, οπότε τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται είναι συνήθως παθητικά και κατάλληλα κατασκευασμένα ώστε να επεξεργαστούνε σήμα ισχύος, γεγονός που τα διαφοροποιεί από τα άλλα φίλτρα στα οποία δεν υπάρχει η απαίτηση να δουλεύουνε σε μεγάλα ρεύματα
- Πριν τον ενισχυτή, οπότε θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί διαφορετικός ενισχυτής για κάθε μονάδα συχνοτήτων. Σε μια τέτοια περίπτωση, η συχνότητα crossover είναι δυνατόν να ρυθμίζεται από τον ηχολήπτη ανάλογα με το είδος της μουσικής και το είδος του εξοπλισμού που χρησιμοποιείται.

### 3.26 Φίλτρα A, B, C

Λόγω της μεταβλητής ευαισθησίας της ανθρώπινης ακοής με τη συχνότητα, απαιτείται συχνά η χρήση τυποποιημένων φίλτρων τα οποία εξασθενούν ή ενισχύουν κάποιες περιοχές συχνοτήτων, προσομοιώνοντας έτσι τη χαρακτηριστική λειτουργία της ακοής. Αυτά είναι τα λεγόμενα φίλτρα βάρους A, B και C των οποίων η απόκριση φαίνεται στο σχήμα 4.5. Τα φίλτρα αυτά είναι απαραίτητα όταν κάνουμε ηχητικές μετρήσεις που έχουν ως σκοπό να αποτιμήσουν το πόσο υποκειμενικά αισθητός είναι κάποιος θόρυβος σε μας. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι καμπύλες απόκρισης αυτών των φίλτρων είναι αντίστροφες των καμπύλων ίσης ηχηρότητας που περιγράφονται στη σελίδα 58 του συγγράμματος 'Εγχειρίδιο ακουστικής'.



**Σχήμα 3.26** Απόκριση συχνότητας των φίλτρων βάρους A, B, C.

Είναι προφανές ότι αφού δεν είμαστε ευαίσθητοι στις χαμηλές συχνότητες, ένας θόρυβος ο οποίος περιέχει μεγάλη ενέργεια στις χαμηλές, δεν θα μας είναι τόσο ενοχλητικός. Αντίθετα, ένας θόρυβος που περιέχει μεγάλη ενέργεια στις μεσαίες συχνότητες θα είναι πολύ περισσότερο ενοχλητικός. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις βάρους A, B και C, πετυχαίνουμε την κατάλληλη ζύγιση του προς μέτρηση θορύβου ώστε η στάθμη που θα υπολογιστεί να είναι αντιπροσωπευτική της μεταβλητής αυτής ευαισθησίας της ακοής. Ανάλογα με την καμπύλη βάρους που χρησιμοποιείται, το αποτέλεσμα της μέτρησης εκφράζεται σε μονάδες dB(A), dB(B) και dB(C). Η επιλογή του φίλτρου αν θα είναι A, B ή C έχει να κάνει με το είδος και τη στάθμη του προς μέτρηση θορύβου. Για παράδειγμα, στις υψηλές στάθμες θορύβου που δημιουργούνται από κινητήρες αεροσκαφών χρησιμοποιείται η καμπύλη C. Η καμπύλη αυτή χαρακτηρίζεται από πιο επίπεδη απόκριση συχνότητας σε σχέση με τις άλλες καμπύλες, γεγονός που συμφωνεί με το ότι στις υψηλές στάθμες η απόκριση του αυτιού τείνει να γίνει αρκετά πιο επίπεδη (flat). Σε αυτό το φαινόμενο βασίζεται η επιλεκτική δυνατότητα χρήσης, σε κάποιους ενισχυτές, ειδικού φίλτρου (loudness) που έχει ως σκοπό να ενισχύσει τις χαμηλές ή και τις υψηλές συχνότητες όταν η στάθμη ακρόασης μουσικού υλικού είναι χαμηλή.

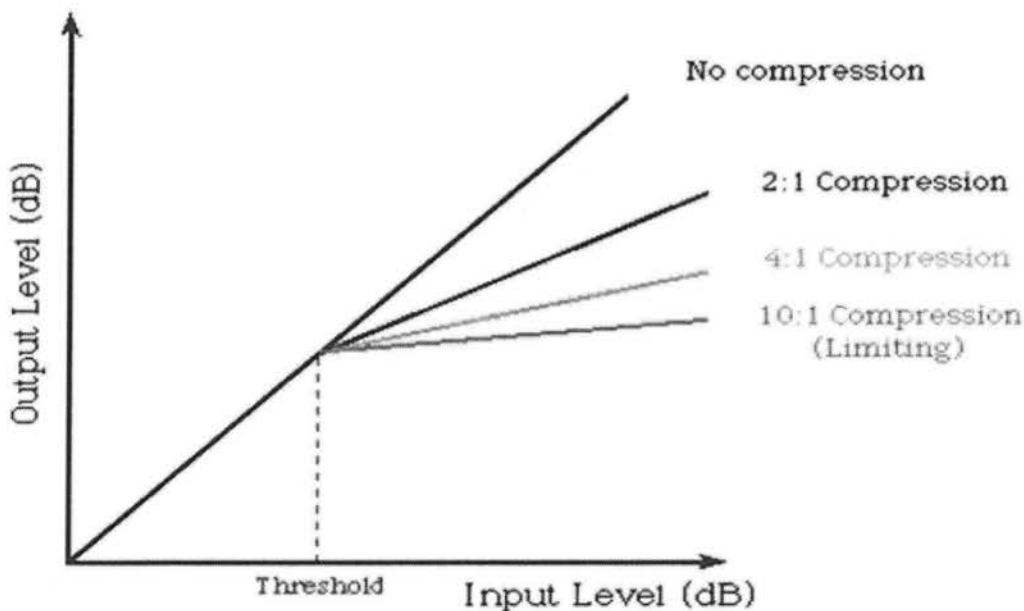
### 3.27 Συμπιεστής (Compressor)

Ο συμπιεστής έχει ως σκοπό τον περιορισμό της δυναμικού εύρους του σήματος. Η στατική τοπική απεικόνιση του πλάτους εισόδου σε κέρδος γίνεται τυπικά μέσα από καμπύλες όπως φαίνονται στο Σχήμα 5.2. Οι καμπύλες αυτές εκφράζουν την τιμή του κέρδους  $g(t)$  μέσω του λόγου συμπίεσης  $R$  και του κατώφλι συμπίεσης  $LT$ . Το κατώφλι συμπίεσης ορίζει την τιμή πλάτους του σήματος εισόδου πάνω από την οποία επενεργεί η μη-γραμμική μεταβολή κέρδους σύμφωνα με την παρακάτω σχέση.

$$y(t) = g(t) \cdot x(t)$$

Σχέση 3.27

#### Compressor Input/Output Characteristic



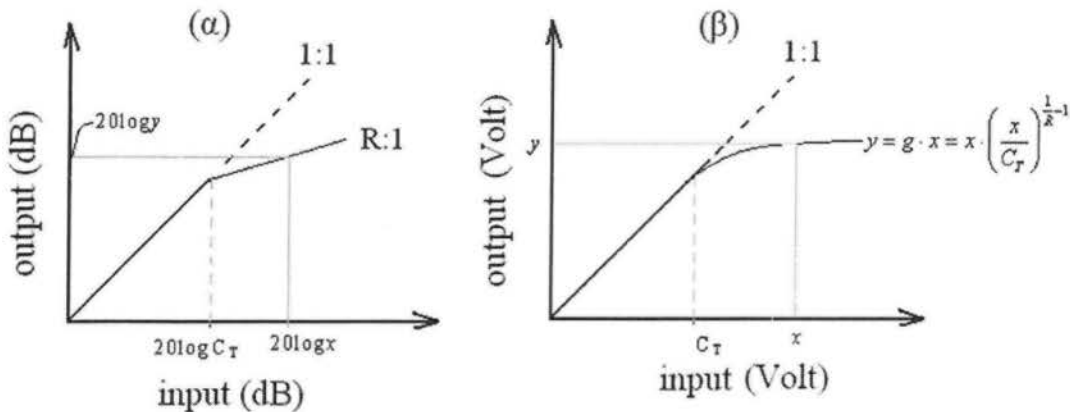
**Σχήμα 3.27** Σχέσεις εισόδου-εξόδου για διάφορους λόγους συμπίεσης  $R$ .

Οι τιμές  $R$  και  $LT$  ορίζονται από τον χρήστη, ανάλογα με τα ηχητικά δεδομένα και την συγκεκριμένη εφαρμογή. Μια επεξήγηση για τη λειτουργία του συμπιεστή μπορεί να είναι η εξής: όταν το πλάτος του σήματος εισόδου ( $L_{in}$ ) δεν ξεπερνάει το κατώφλι συμπίεσης  $LT$  τότε ο συμπιεστής πρακτικά δε λειτουργεί και το σήμα διέρχεται από το συμπιεστή ανεπηρέαστο. Στην αντίθετη περίπτωση, αν το σήμα εισόδου είναι  $M_{dB}$  πάνω από την τιμή  $LT$ , τότε το πλάτος στην έξοδο ( $L_{out}$ ) θα

είναι μόνο  $\frac{M}{R}$  dB πάνω από το  $20 \log C_T$ , όπου  $R$  είναι ο λόγος συμπίεσης.



Παρατηρούμε από το Σχήμα 5.3(α) ότι η συμπίεση του σήματος έχει γραμμική σχέση στη λογαριθμική κλίμακα εισόδου – εξόδου (όταν δηλαδή στους άξονες έχουμε dB). Θα πρέπει να έχουμε όμως κατά νου ότι η σχέση αυτή είναι εκθετική στη γραμμική κλίμακα, όταν δηλαδή στους άξονες έχουμε γραμμικές μονάδες όπως τάση σε Volt (βλ. σχήμα 5.3(β)).

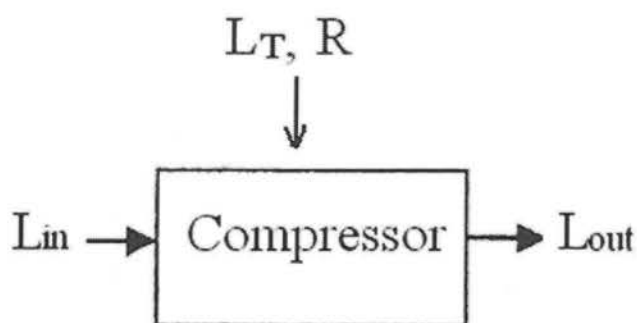


**Σχήμα 3.27.1** Σχέση εισόδου-εξόδου (α) σε λογαριθμική κλίμακα και (β) σε γραμμική κλίμακα για ένα συμπίεστη με κατώφλι συμπίεσης  $L_T=20\log C_T$  και λόγο συμπίεσης  $R:1$  Με  $x$  και  $y$  συμβολίζεται αντίστοιχα η είσοδος και η έξοδος σε γραμμικές μονάδες (πχ. Volt).

Λαμβάνοντας υπόψιν όλα τα παραπάνω είναι εύκολο τώρα να κατασκευάσουμε τη μαθηματική σχέση η οποία θα δίνει τη στάθμη εξόδου  $L_{out}$  του ηχητικού σήματος συναρτήσει της στάθμης εισόδου  $L_{in}$ , του κατωφλίου συμπίεσης  $L_T$  και του λόγου συμπίεσης  $R$ . Συγκεκριμένα, εφόσον η στάθμη εισόδου ξεπερνάει το κατώφλι συμπίεσης, η στάθμη εξόδου  $L_{out}$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω του τύπου

$$L_{out} = L_T + \frac{L_{in} - L_T}{R}$$

Σχέση 3.27.1



**Σχήμα 3.27.2** Η στάθμη εξόδου  $L_{out}$  του σήματος μπορεί εύκολα να υπολογιστεί εάν ξέρουμε τη στάθμη εισόδου  $L_{in}$ , το κατώφλι συμπίεσης  $L_T$  και το λόγο συμπίεσης  $R$ .

Από την τελευταία εξίσωση βλέπουμε ότι για μεγάλους λόγους συμπίεσης  $R$  ο όρος  $\frac{L_{in}-L_T}{R}$  γίνεται πολύ μικρός και επομένως η στάθμη εξόδου  $L_{out}$  πρακτικά συμπίπτει με το κατώφλι συμπίεσης. Ένα σύστημα που λειτουργεί με πολύ μεγάλο λόγο συμπίεσης (τυπικά 10:1 και άνω) είναι το limiter. Το limiter παρεμβάλλεται συνήθως μεταξύ της εξόδου της κονσόλας και του τελικού ενισχυτή, έχοντας ως σκοπό να προστατεύει τον ενισχυτή και τα ηχεία από απότομες μη φυσιολογικές εξάρσεις του σήματος, όπως πχ. από πτώση μικροφώνου, οι οποίες θα μπορούσαν να οδηγήσουν έως και σε καταστροφή των μονάδων χαμηλών συχνοτήτων των ηχείων.

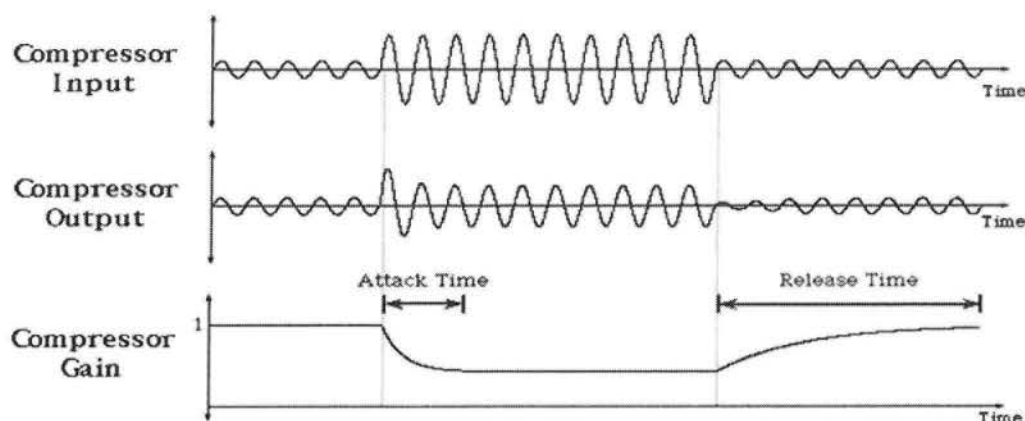
**Παράδειγμα:** Να βρεθεί η στάθμη εξόδου  $L_{out}$  ενός ηχητικού σήματος το οποίο εισέρχεται σε ένα συμπιεστή στα α) 0 dB και β) -16 dB. Για το συμπιεστή θεωρείστε κατώφλι συμπίεσης  $L_T = -10$  dB και λόγο συμπίεσης  $R = 5:1$ .

#### Απάντηση:

α) Παρατηρούμε ότι η στάθμη του σήματος είναι 10 dB πάνω από το κατώφλι συμπίεσης. Ο λόγος συμπίεσης  $R = 5:1$  μας λέει ότι αυτά τα 10 dB θα απεικονίζονται σε μια δυναμική περιοχή μόνο  $10:5 = 2$  dB. Με άλλα λόγια, η στάθμη του σήματος θα αυξηθεί μόνο 2 dB πάνω από το κατώφλι  $L_T$ . Επομένως, η στάθμη του σήματος εξόδου θα είναι  $-10 + 2 = -8$  dBu. Αυτή η τιμή μπορεί επίσης να προκύψει απευθείας με απλή αντικατάσταση στη σχέση 5.1.

β) Τα -16 dB είναι κάτω από το κατώφλι συμπίεσης επομένως ο συμπιεστής δε θα επιδράσει στο σήμα. Η στάθμη εξόδου θα παραμείνει -16 dB. Για την προοδευτική μετάβαση του κέρδους από τις καταστάσεις γραμμικής/μη-γραμμικής επεξεργασίας, τα παραπάνω στατικά χαρακτηριστικά συμπληρώνονται και με «χρονικά χαρακτηριστικά», όπου η αρχή (attack) και το τέλος (release) της μη-γραμμικής

επεξεργασίας, εξομαλύνονται με τοπική εκθετική καμπύλη μετάβασης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.5.

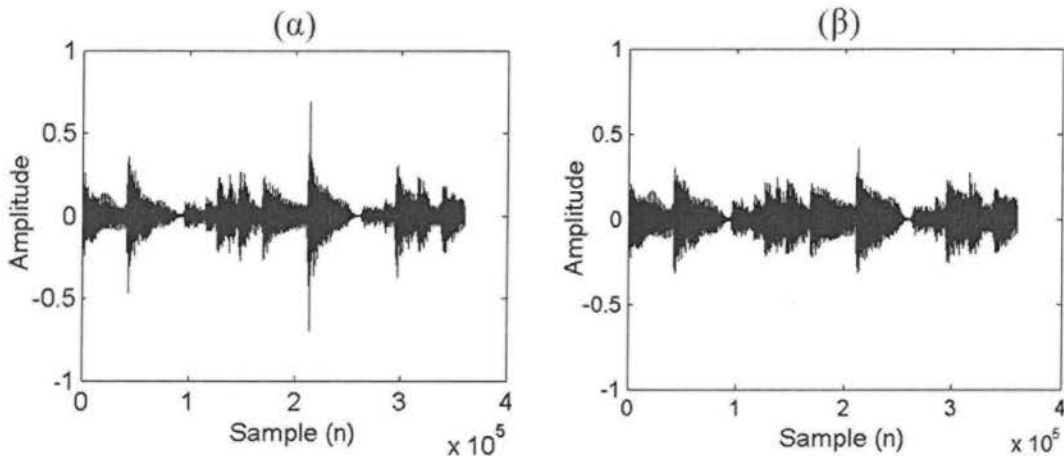


**Σχήμα 3.27.3** Ορισμός του attack και του release σε υλοποίηση συμπίεσης.

Βλέπουμε ότι η παράμετρος του attack καθορίζει το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί, από τη στιγμή που η στάθμη του σήματος περάσει το κατώφλι συμπίεσης, μέχρι να ξεκινήσει η συμπίεση του σήματος. Από την άλλη, η παράμετρος release καθορίζει το χρονικό διάστημα που θα περάσει μέχρι ο κομπρέσορας να επιστρέψει στη γραμμική περιοχή λειτουργίας. Η ρύθμιση των παραμέτρων αυτών καθορίζεται με βάση τα δυναμικά χαρακτηριστικά του σήματος. Πολύ μικρές τιμές του attack και του release time θα είναι ενδεχομένως επιθυμητές σε σήματα με απότομες εξάρσεις οι οποίες δε διαρκούν μεγάλο χρονικό διάστημα. Ωστόσο η απότομη μεταβολή του κέρδους μπορεί να κάνει τη μετάβαση από ένα χαμηλό σε ένα υψηλό πέρασμα να μην ακούγεται φυσική. Από την άλλη, αύξηση του attack time, επιτρέπει μια πιο ομαλή ελάττωση της στάθμης του σήματος και κάνει το πέρασμα να ακούγεται πιο φυσικό. Ωστόσο, μεγάλη τιμή του release time ενδεχομένως να παρατείνει ανεπιθύμητα τη δράση του συμπιεστή σε χρονικά τμήματα όπου η στάθμη του σήματος έχει ήδη επανέλθει σε χαμηλές στάθμες, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.27.3.

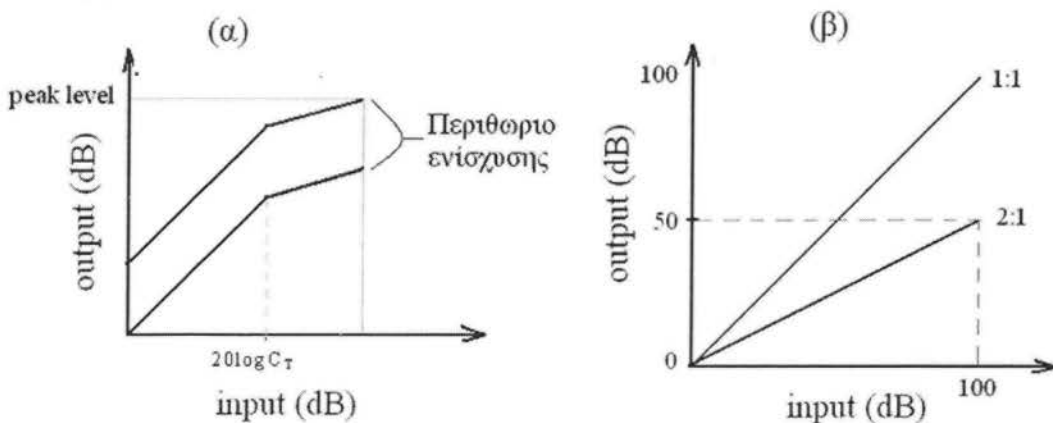
Κάποιες μονάδες συμπίεσης, όπως για παράδειγμα limiters που χρησιμοποιούνται για ραδιοφωνική μετάδοση, λειτουργούν λαμβάνοντας υπόψιν το στιγμιαίο πλάτος του σήματος (peak level detection). Άλλες μονάδες λαμβάνουν υπόψιν τη μέση τετραγωνική τιμή του σήματος (rms detection). Κατά τη λειτουργία σε peak level detection, ιδιαίτερα σε συνδυασμό με ένα υψηλό λόγο συμπίεσης, απαγορεύουμε εντελώς στο σήμα εξόδου υπερβεί προκαθορισμένες στάθμες, ούτε καν για κλάσματα του δευτερολέπτου. Από την άλλη, κατά τη λειτουργία υπό rms detection, η στάθμη του σήματος υπολογίζεται για ένα μεγαλύτερο χρονικό παράθυρο, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα να επιτρέπεται στο σήμα να

υπερβεί την προκαθορισμένη στάθμη για κάποιο χρονικό διάστημα, πριν ο συμπίεστής ελαττώσει τη στάθμη του. Είναι προφανές ότι οι παράμετροι attack και release time έχουν νόημα περισσότερο για συμπίεστες που λειτουργούν υπό καθεστώς rms detection παρά για peak detection.



**Σχήμα 3.27.4** Επίδραση της συμπίεσης σε ένα ηχητικό σήμα φωνής (α) πριν την επεξεργασία και (β) μετά την επεξεργασία, όπου εκτός από συμπίεση έχει εφαρμοστεί και μια ήπια ενίσχυση του σήματος.

Η χρήση συμπίεστή γίνεται τόσο για αισθητικούς όσο και για πρακτικούς λόγους. Στη ροκ μουσική για παράδειγμα ο συμπίεστής χρησιμοποιείται για να γίνει ο ήχος πιο συμπαγής. Το μπάσο είναι ένα δημοφιλές compressor όργανο. Για ηχητικό σήμα φωνής ένας compressor είναι σχεδόν πάντα απαραίτητος. Δεδομένου ότι μετά την συμπίεση το σήμα έχει περιορισμένη δυναμική περιοχή, είναι συνήθως χρήσιμη και εφικτή η σταθερή αύξηση του συνολικού κέρδους. Το πώς δημιουργείται αυτή η δυνατότητα περαιτέρω ενίσχυσης του σήματος φαίνεται στο Σχήμα 3.27.5(α).



**Σχήμα: 3.27.5** (α) Όσο πιο χαμηλό το κατώφλι συμπίεσης και όσο πιο υψηλός ο λόγος συμπίεσης τόσο μεγαλώνει το περιθώριο ενίσχυσης του σήματος. (β) χαμηλώνοντας εντελώς

το κατώφλι συμπίεσης και με ένα ήπιο λόγο συμπίεσης 2:1 είναι δυνατόν να «χωρέσουμε» δυναμικό εύρος 100 dB σε κασετόφωνο δυναμικής περιοχής μόνο 50 dB.

**Παράδειγμα:** Τι συντελεστή συμπίεσης όγκου δεδομένων μπορεί να παρέχει ένας συμπιεστής ψηφιακού σήματος με παραμέτρους  $LT = -24\text{dBFS}$  και  $R=4:1$ ; Θεωρείστε τάξη κβαντισμού 16 bit για το ψηφιακό σήμα και ότι το ψηφιακό σήμα πριν την είσοδο στον συμπιεστή καταλαμβάνει όλη τη διαθέσιμη δυναμική περιοχή. Επίσης, ο συμπιεστής λαμβάνει υπόψιν peak στάθμες.

**Απάντηση:** Ένα ψηφιακό σήμα το οποίο διέρχεται μέσα από ένα τέτοιο συμπιεστή θα υποστεί περιορισμό του δυναμικού του εύρους. Έχουμε δει ότι η δυναμική περιοχή σχετίζεται άμεσα με την τάξη κβαντισμού, και επομένως καταλαβαίνουμε ότι αφού θα ελαττωθεί το δυναμικό εύρος του σήματος, θα χρειάζονται λιγότερα bits για τη μετάδοση ή αποθήκευσή του. Αφού το ηχητικό σήμα καταλαμβάνει όλη τη δυναμική περιοχή σημαίνει ότι κάποιες χρονικές στιγμές τα πλάτη του αγγίζουν τα 0 dBFS. Κατά την έξοδο λοιπόν από το συμπιεστή, τα μέγιστα πλάτη του σήματος δε θα υπερβαίνουν τα

$$L_{out} = -24 + \frac{0 - (-24)}{4} = -24 + 6 = -18\text{dBFS}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι κάθε επιπλέον bit αντιστοιχεί σε 6 dB δυναμικής περιοχής. Αυτό σημαίνει ότι χρειαζόμαστε  $18:6=3$  bit λιγότερα για την μετάδοση ή αποθήκευση του σήματος, επομένως,  $16-3=13$  bit επαρκούν.

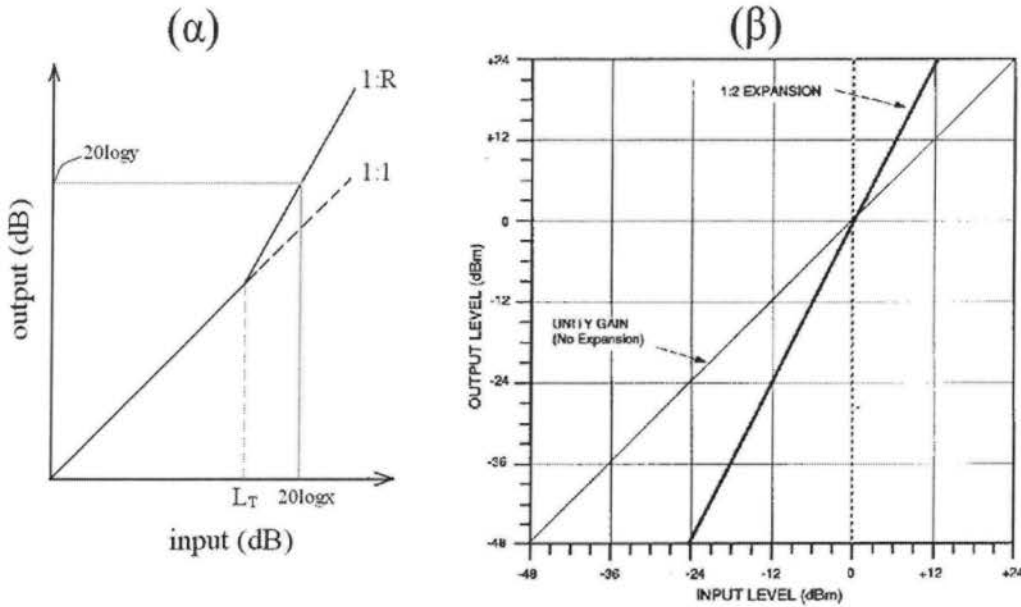
Ο λόγος συμπίεσης όγκου δεδομένων θα είναι επομένως  $\frac{N}{N'} = \frac{13}{16} = 1,23$

### 3.28 Expander

Μία μονάδα expander κάνει θεωρητικά το αντίθετο από ότι ένας compressor: οδηγεί σε επέκταση του δυναμικού εύρους του σήματος λαμβάνοντας υπόψιν παρόμοιες παραμέτρους όπως κάποιο κατώφλι ενεργοποίησης (ή κατώφλι επέκτασης)  $LT$  και κάποιο λόγο επέκτασης  $1:R$ .

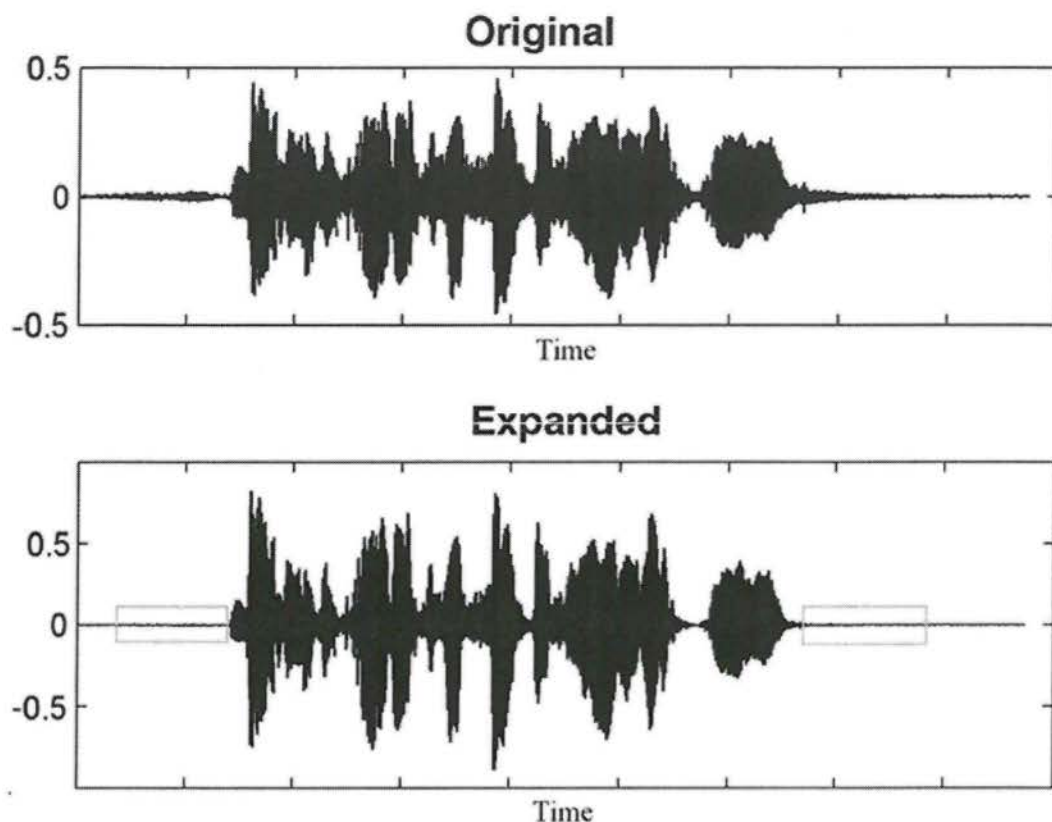
Στο σχήμα 3.28 φαίνονται δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις λειτουργίας expander. Στο σχήμα (α) ο expander επιδρά από μια στάθμη του σήματος ( $LT$ ) και πάνω ενισχύοντας περεταίρω τις υψηλές στάθμες και αφήνοντας ανεπηρέαστες τις χαμηλές. Στο σχήμα (β) ο expander επιδρά σε όλο το δυναμικό εύρος του σήματος εισόδου. Παρατηρούμε ότι τα 36 dB δυναμικού εύρους του σήματος εισόδου (από -24 έως 12) αντικατροπτίζονται σε 72 dB δυναμικού εύρους στην έξοδο (από -48 έως 24). Ο expander σε μια τέτοια περίπτωση επιδρά ενισχύοντας τις υψηλές

στάθμες και εξασθενώντας τις χαμηλές στάθμες. Για παράδειγμα, ένα σήμα που εισέρχεται στα  $-12$  dB εξέρχεται στα  $-24$  dB ενώ ένα σήμα που εισέρχεται στα  $12$  dB εξέρχεται στα  $24$  dB. Παρατηρούμε λοιπόν ότι η δουλειά που θα έκανε ένα τέτοιο expander είναι ακριβώς η αντίθετη από τη δουλειά που κάνει ο compressor του σχήματος 5.7(β).



**Σχήμα 3.28:** Χαρακτηριστικές καμπύλες εισόδου – εξόδου expander

Ένα παράδειγμα από τη χρήση ενός τέτοιου expander σε ένα σήμα φωνής φαίνεται στο σχήμα 3.28. Στο πάνω διάγραμμα φαίνεται η αρχική κυματομορφή του σήματος και στο κάτω διάγραμμα φαίνεται η κυματομορφή του σήματος κατά την έξοδό του από το expander. Παρατηρούμε ότι οι κορυφές (εξάρσεις) του σήματος έχουν γίνει ακόμα πιο απότομες και πιο ευδιάκριτες από πριν. Από την άλλη, χρονικές περιοχές με μικρή στάθμη σήματος έχουν καταπιεστεί ακόμα πιο πολύ, με αποτέλεσμα σχεδόν να εξαφανίζεται το σήμα (οι περιοχές αυτές περικλείονται από τα γκρι ορθογώνια πλαίσια στο διάγραμμα). Υπό ένα τέτοιο καθεστώς λειτουργίας ένα expander μπορεί να επιτελέσει λειτουργία αποθρομβοποίησης (de-noising), αν και η κατασκευή του δεν είναι εξαρχής ορισμένη για αυτό το σκοπό.

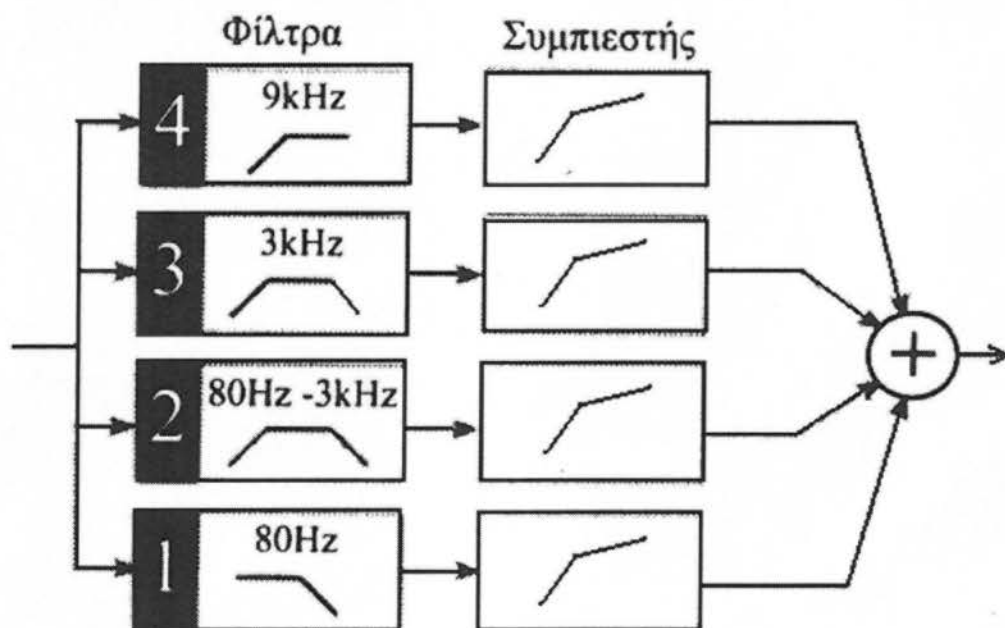


**Σχήμα 3.28.1** Κυματομορφή σήματος πριν και μετά την έξοδο από μονάδα expander

### 3.29 Multi-band compressor

Κατά την δυναμική επεξεργασία ενός ηχητικού σήματος θα θέλαμε πιθανόν να επέμβουμε σε κάποιες συγκεκριμένες συχνοτικές περιοχές, αφήνοντας ανεπηρέαστες κάποιες άλλες. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα μονοφωνικό αρχείο το οποίο προήλθε από την ηχογράφιση μπάσου και βιολιού ταυτόχρονα. Δυστυχώς δεν έχουμε σε ξεχωριστά κανάλια το μπάσο και το βιολί, αλλά είναι και τα δύο μέσα σε ένα κανάλι. Κατά την ακρόαση του αρχείου δημιουργείται η επιθυμία να κάνουμε τον ήχο του μπάσου πιο συμπαγή, αλλά δε θα θέλαμε με αυτήν την πράξη να επηρεάσουμε και το βιολί. Υπάρχει άραγε κάποιος τρόπος να κάνουμε συμπίεση στο δυναμικό εύρος του μπάσου χωρίς να επηρεαστεί ο ήχος του βιολιού; Ευτυχώς, τα δύο αυτά μουσικά όργανα έχουν αρκετά διαφορετικό φάσμα. Το μπάσο περιέχει κυρίως χαμηλές συχνότητες ενώ το βιολί κυρίως μεσαίες και χαμηλές. Θα μπορούσαμε λοιπόν να επιτύχουμε το ζητούμενο ως εξής: Αν περάσουμε το ηχητικό σήμα από ένα φίλτρο χαμηλής διέλευσης συχνοτήτων, θα πάρουμε ένα σήμα το

οποίο θα περιέχει κυρίως τις χαμηλές συχνότητες του μπάσου και ελάχιστο βιολί. Από την άλλη, αν περάσουμε το σήμα από ένα φίλτρο υψηλής διέλευσης το οποίο αφήνει ανεπηρέαστες τις μεσαίες και χαμηλές συχνότητες και κόβει τις χαμηλές, θα πάρουμε στην έξοδο ένα σήμα που περιέχει κυρίως το βιολί και ελάχιστο μπάσο. Είναι προφανές ότι τα δύο αυτά φίλτρα θα πρέπει να επενεργούν σε παράλληλη διάταξη. Στην έξοδο του φίλτρου χαμηλής διέλευσης μπορούμε τώρα να συνδέσουμε ένα συμπίεστη και να ορίσουμε τις επιθυμητές παραμέτρους για την συμπίεση του μπάσου. Αν φανταστούμε περισσότερα από δύο τέτοια φίλτρα τα οποία επενεργούν παράλληλα, σε σειρά το καθένα με κάποιο συμπίεστη, παίρνουμε το σχήμα του multi-band compressor που φαίνεται στο σχήμα 5.10.



**Σχήμα 3.29** Τυπική μορφή ενός multi-band compressor τεσσάρων συχνοτικών περιοχών.

Στο σχήμα 3.29 φαίνεται μια συσκευή η οποία διαχωρίζει το σήμα σε 4 διαφορετικές συχνοτικές περιοχές ή μπάστες (εξού και ο όρος multi-band). Κάθε μπάστα έχει το δικό της κομπρέσορα. Σε αρκετές τέτοιες εφαρμογές, ο χρήστης μπορεί να ορίζει μόνος του τη θέση κάθε μπάστας στο συχνοτικό φάσμα, δηλαδή σε ποια συχνότητα θα ξεκινάει και θα τελειώνει κάθε μπάστα. Παρατηρείστε ότι η πρώτη μπάστα ορίζεται από ένα φίλτρο χαμηλής διέλευσης, η τελευταία από ένα φίλτρο υψηλής διέλευσης, ενώ για τις ενδιάμεσες μπάστες χρειάζονται φίλτρα διέλευσης ζώνης συχνοτήτων (ζωνοπερατά φίλτρα). Προφανώς, η αρχή και το τέλος κάθε μπάστας θα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να καλύπτεται όλο το ακουστικό φάσμα. Μετά από τη δυναμική επεξεργασία, τα σήματα από

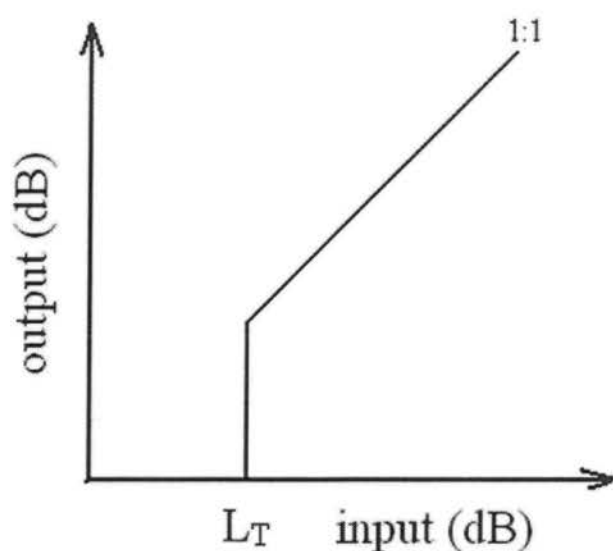


κάθε μόντα προστίθενται μεταξύ τους και έτσι ανακατασκευάζεται ένα σήμα πλήρους συχνοτικού φάσματος.

### 3.30 Noise Gates

Ένας από τους πιο απλούς αλλά και πιο χρήσιμους δυναμικούς επεξεργαστές είναι τα λεγόμενα noise gates. Αυτές οι διατάξεις υπολογίζουν τη στάθμη του σήματος και επιτρέπουν στο σήμα να διέλθει μόνο εφόσον η στάθμη του ξεπερνάει κάποιο καθορισμένο κατώφλι LT. Σε περίπτωση που η στάθμη του σήματος είναι μικρότερη από το κατώφλι LT, το noise gate “κλείνει”, επιβάλλοντας απόλυτη σιωπή. Το σκεπτικό για την κατασκευή μιας τέτοιας συσκευής προέρχεται από τη επιθυμία μείωσης της στάθμης θορύβου σε μικροφωνικές διατάξεις και γενικότερα, για την αποφυγή ανεπιθύμητης διαρροής σήματος σε πολυφωνικές διατάξεις ηχογράφησης. Το noise gate για παράδειγμα είναι χρήσιμο κατά την ηχογράφηση ενός σετ από drums. Για να ηχογραφηθεί ένα drumset θα πρέπει να τοποθετήσουμε ένα ξεχωριστό μικρόφωνο σε κάθε στοιχείο της drums, με σκοπό από τη μία να καλύψουμε όλες τις ακουστικές πηγές του σετ, αλλά και να μπορούμε να επέμβουμε ξεχωριστά σε κάθε τύμπανο ή σε κάθε πιατίνι κατά το στάδιο της ηχητικής επεξεργασίας. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι έχουμε τοποθετήσει ένα μικρόφωνο στη μπότα (kick drum) και ένα μικρόφωνο στο ταμπούρο (snare drum) τα οποία είναι δύο από τα πιο βασικά στοιχεία του ρυθμού στη ροκ μουσική. Όταν ο drummer χτυπάει το ταμπούρο, τότε αναπόφευκτα ένα μέρος του σήματος διαρρέει στο μικρόφωνο της μπότας. Αντίστοιχα, όταν ο drummer χτυπάει τη μπότα, ένα μέρος του σήματος διαρρέει στο μικρόφωνο του ταμπούρου. Αν λοιπόν θέλαμε να βάλουμε ένα equalizer στο σήμα που προέρχεται από την μπότα με σκοπό να τονίσουμε κάποιες συχνότητες της μπότας, τότε αναπόφευκτα θα τονίζαμε τις ίδιες συχνότητες και στο σήμα του ταμπούρου που έχει διαρρεύσει στο κανάλι αυτό. Προφανώς, κάτι αντίστοιχο θα συνέβαινε αν θέλαμε να επέμβουμε στον ήχο του ταμπούρου. Δημιουργείται λοιπόν η ανάγκη για απομόνωση των ακουστικών πηγών, κάτι που δεν είναι εφικτό λόγω του φαινομένου της διαρροής που μόλις περιγράψαμε. Εδώ λοιπόν έρχεται το noise gate να βοηθήσει την κατάσταση προσφέροντας ένα είδος τεχνητής απομόνωσης στις ακουστικές πηγές. Συνδέοντας ένα noise gate στην έξοδο του μικροφώνου της μπότας και ρυθμίζοντας κατάλληλα το κατώφλι LT, μπορούμε να επιβάλλουμε στο gate να “ανοίγει” μόνο όταν ο drummer βαραί τη μπότα και να μένει κλειστό κατά την υπόλοιπη διάρκεια. Αυτό βασίζεται στο ότι το ηλεκτρικό σήμα που αντιστοιχεί στη μπότα θα είναι

ισχυρότερο από το σήμα που έχει διαρρεύσει από το ταμπούρο ή από τα άλλα στοιχεία της drums. Αντίστοιχα, το μικρόφωνο του ταμπούρου θα πρέπει να “ανοίγει” μόνο όταν διέρχεται ένα ισχυρό σήμα το οποίο προέρχεται από το χτύπημα του ταμπούρου. Έτσι θα μπορούσαμε λοιπόν να απομονώσουμε κάθε στοιχείο της drums, επιβάλλοντας ρυθμίσεις οι οποίες δε θα επηρεάζουμε ηχητικές συνιστώσες διαφορετικές από αυτές για τις οποίες διατίθεται το κάθε μικρόφωνο. Η χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου μιας μονάδας noise gate φαίνεται στο σχήμα 5.11. Εκτός από το κατώφλι  $L_T$ , ο χρήστης μπορεί επίσης να ρυθμίζει χρονικά χαρακτηριστικά όπως το attack και το release, τα οποία επιδρούν με τρόπο παρόμοιο που ισχύει για τις μονάδες compressor που περιγράψαμε προηγουμένως.



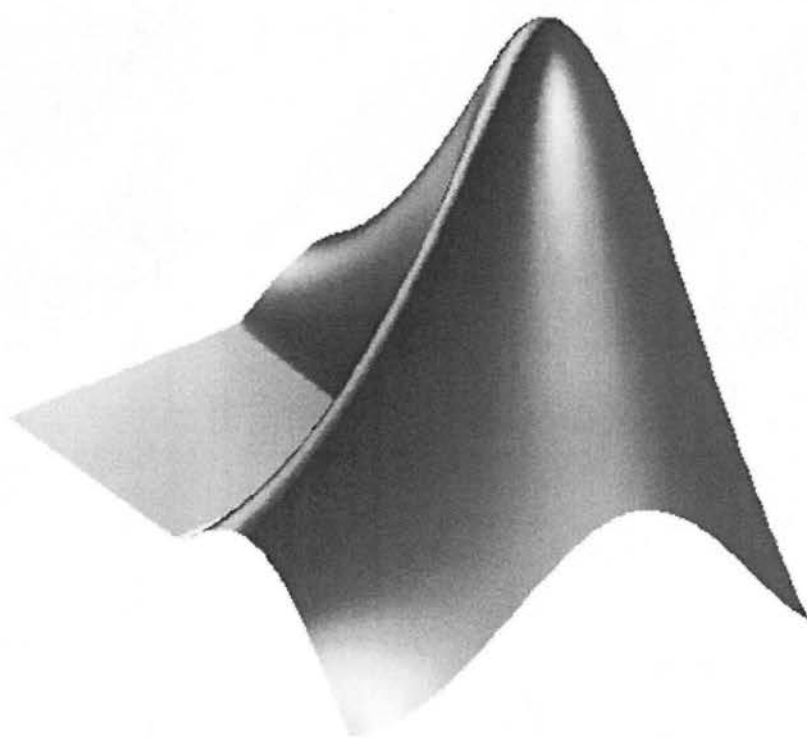
**Σχήμα 3.30** Τυπικό διάγραμμα εισόδου – εξόδου μιας μονάδας noise gate.

## ΤΕΛΟΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΜΕΡΟΥΣ

---

Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>  
Πρακτικό Μέρος  
MATLAB

---



Έχοντας μελετήσει τις βασικές δυνατότητες του MATLAB μπορούμε να ασχοληθούμε περισσότερο την επεξεργασία σήματος. Τα σήματα με τα οποία θα ασχοληθούμε είναι τα λεγόμενα <σήματα διακριτού χρόνου>. Σε απλή μαθηματική ορολογία τα σήματα αυτά είναι οι γνωστές μας ακολουθίες, Μια ακολουθία  $\{ a_N \}$ ,  $-\infty < n < \infty$  αποτελείται από άπειρους το πλήθος μιγαδικούς ή πραγματικούς όρους. Σε οποιαδήποτε πραγματική υλοποίηση όμως, για παράδειγμα στο MATLAB, η μνήμη δεν είναι αρκετή για να φιλοξενήσει άπειρους όρους. Έτσι τα σήματα που θα μας απασχολήσουν θα αποτελούνται από **πεπερασμένους** το πλήθος όρους ( $n_1 < n < n_2$ ) και συνήθως θα αποτελούν ένα κομμάτι μιας **άπειρης** ακολουθία.

Απ' όλα τα σήματα που μπορεί να συναντήσει κανείς υπάρχουν κάποια τα οποία το δίχως άλλο έχουν μια εξέχουσα θέση τόσο στη θεωρία όσο και την πράξη της επεξεργασία σήματος. Τα σήματα αυτά θα προσπαθήσουμε να τα απεικονίσουμε γραφικά με τη βοήθεια του MATLAB.

#### 4.1 Μοναδιαίο δείγμα

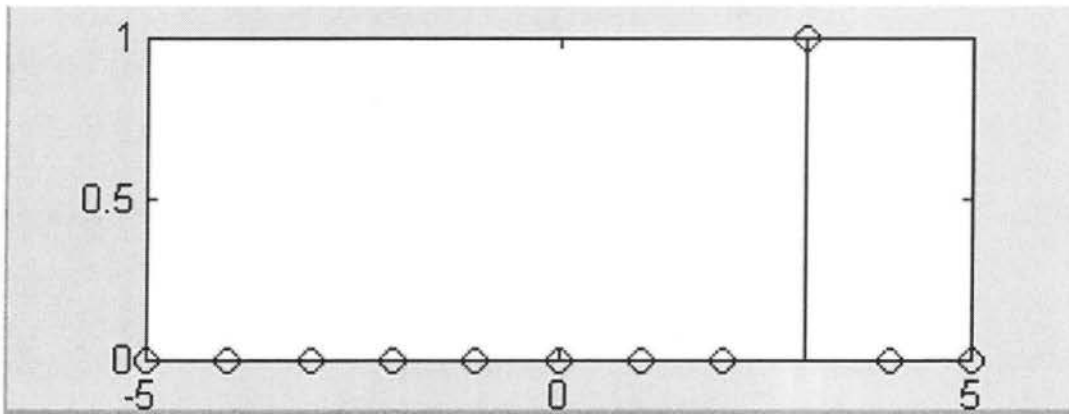
$$\delta(n) = \begin{cases} 1, n=0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$

η δε ολίσθηση του κατά  $n_0$  ορίζεται

$$\delta(n - n_0) = \begin{cases} 1, n=n_0 \\ 0, n \neq n_0 \end{cases}$$

Πρόκειται δηλαδή για ένα σήμα το οποίο είναι ίσο με την μονάδα για  $n=n_0$  και είναι μηδενικό για κάθε άλλο  $n$ .

Για παράδειγμα ένα τμήμα  $\delta(n-3)$ , αυτό για  $-5 \leq n \leq 5$



Σχήμα 4.1

Παρατηρούμε ότι μας ενδιαφέρουν 11 το πλήθος τιμές τις ακολουθίας  $\delta(n-3)$ . Μπορούμε να καταχωρήσουμε τις τιμές αυτές σε ένα διάνυσμα του Matlab ως εξής:

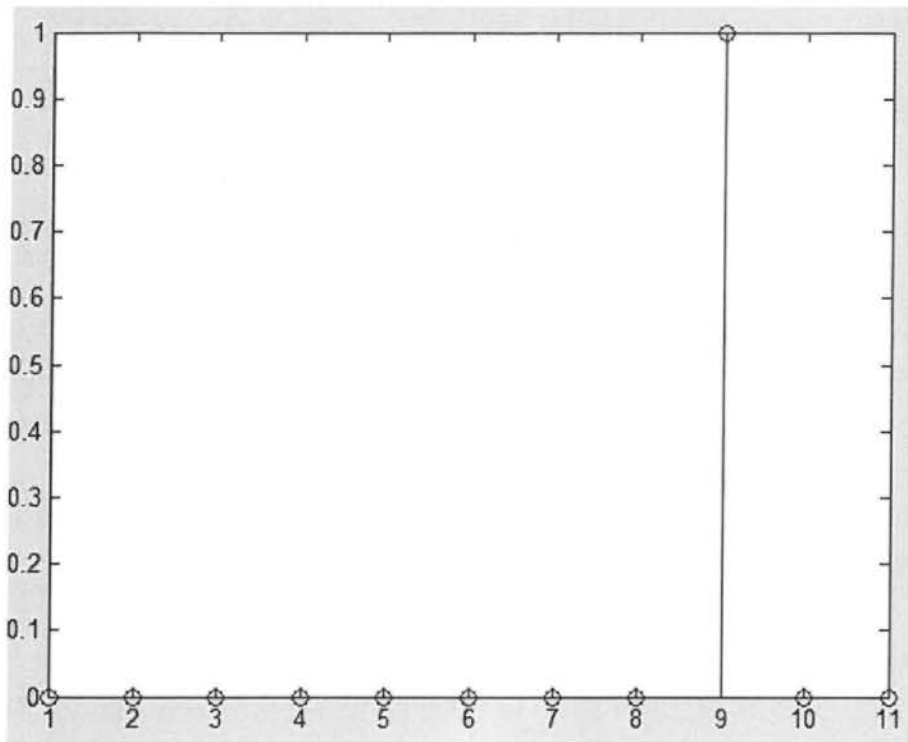
```
>>Imp=zeros (1,11);
```

```
>>Imp(9)=1;
```

Το διάνυσμα **Imp** δηλαδή είναι το **Imp=[0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0]**.

Μπορούμε να δούμε την γραφική του απεικόνιση άμεσα χρησιμοποιώντας την εντολή **stem(Imp)**.

Το αποτέλεσμα είναι το



Σχήμα 4.1.1

Σε αυτή την περίπτωση το MATLAB ξεκινά αυθαίρετα την αρίθμηση από την μονάδα. Μπορούμε να διορθώσουμε την κατάσταση με τις εντολές:

```
>>n= - 5:5 ;
```

```
>>stem=(n, Imp );
```

Οι εντολές αυτές θα παράγουν το επιθυμητό αποτέλεσμα. Αν έχετε την λειτουργία της εντολής `n=-5:5`.

## 4.2 Μοναδιαίο βήμα

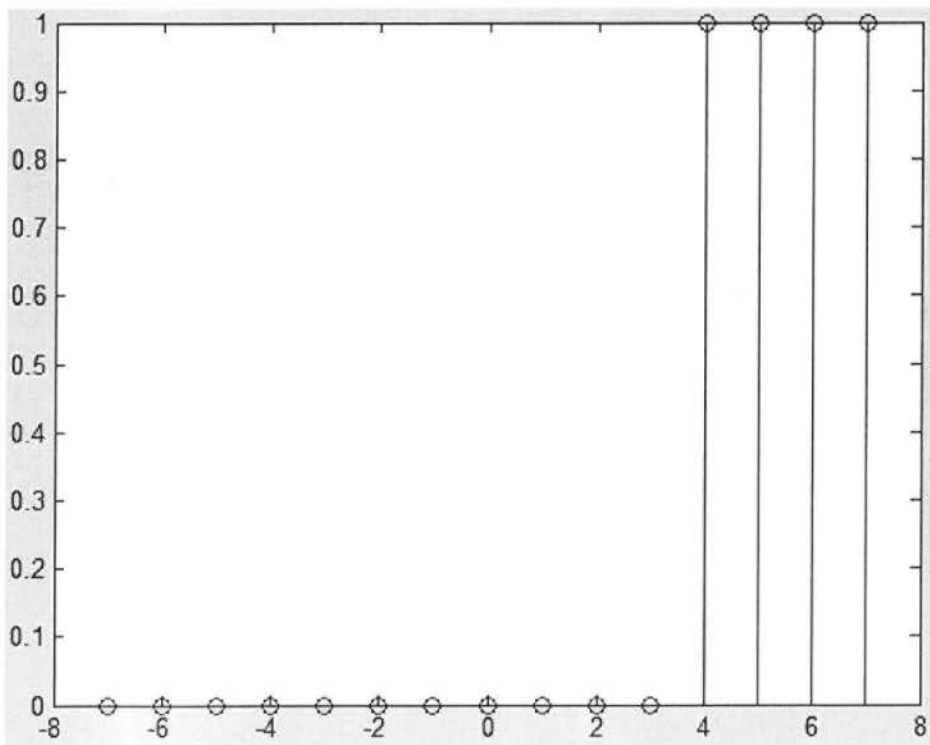
Το μοναδιαίο βήμα ορίζεται ως:

$$u(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

η δε ολίσθηση αυτού κατά  $n_0$  είναι ίση με :

$$u(n - n_0) = \begin{cases} 1, n \geq n_0 \\ 0, n < n_0 \end{cases}$$

Για παράδειγμα ένα τμήμα της ακολουθίας  $u(n-4)$  φαίνεται πιο κάτω :



Σχήμα 4.2

Το αποτέλεσμα αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε εύκολα χρησιμοποιώντας τις εντολές:

```
>>n=-7:7;
```

```
>>u=[zeros(1,11) ones (1,4)]
```

```
>>stem(n,u)
```

Μπορούμε όμως και για την περίπτωση αυτή να φτιάξουμε μια συνάρτηση για να είμαστε γενικότεροι. Η συνάρτηση αυτή είναι η εξής:

```
>>function [x,n]=unitstep ( n0 , n1 , n2)
```

```
>>n=n1:n2;
```

```
>>x= (n-n0) >= 0;
```

Η λογική είναι ακριβώς η ίδια με εκείνη που αναφέραμε διεξοδικά στο μοναδιαίο δείγμα . Για το συγκεκριμένο παράδειγμα θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση ως εξής :

```
>> [x , n]=unistep (4 ,-7 , 7 );
```

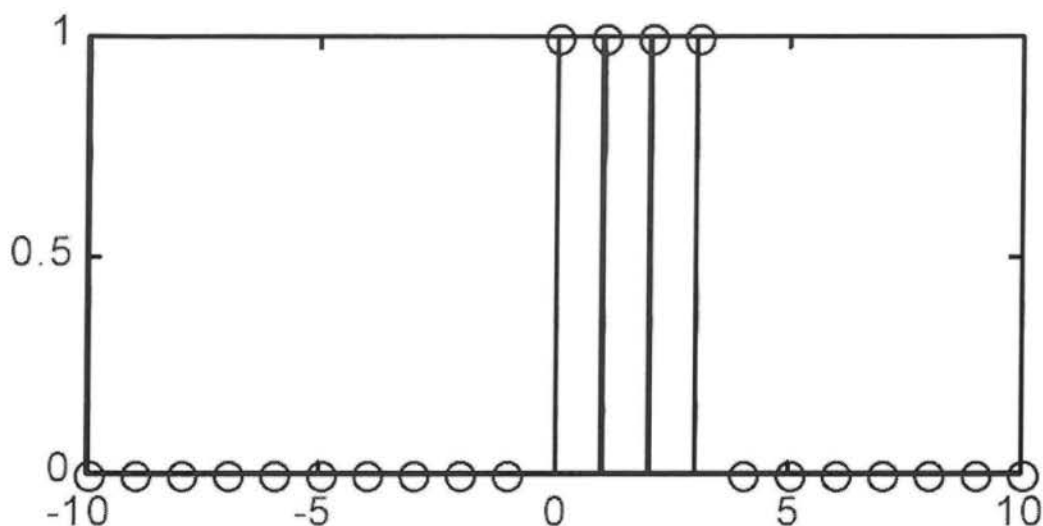
```
>>stem(n,x);
```

Χρησιμοποιώντας το μοναδιαίο βήμα μπορούμε εύκολα να κατασκευάσουμε το εξής σήμα:

$$x(n) = \begin{cases} 1, n_1 \leq n \leq n_2 \\ 0, \text{αλλου} \end{cases}$$

Για παράδειγμα το σήμα αυτό για  $n_1=0$  ,  $n_2=3$  είναι το:





Σχήμα 4.2.1

Αυτή τη γραφική παράσταση μπορούμε να την επιτύχουμε με τις εντολές:

```
>> [x1 , n]=unistep(0 , -10 , 10);
```

```
>> [x2 , n]=unistep(4, -10 , 10);
```

```
>>x=x1-x2;
```

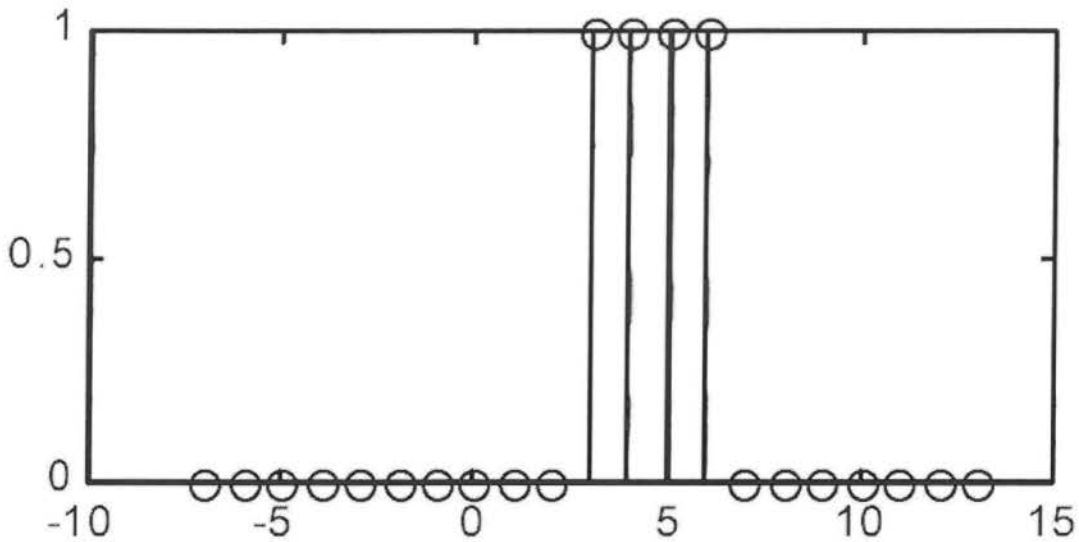
```
>>stem(n,x)
```

Ένα ερώτημα που προκύπτει στο σημείο αυτό είναι πως μπορούμε να ολισθήσουμε το σήμα  $x(n)$ . Αν σκεφτούμε λίγο θα διαπιστώσουμε ότι στη διαδικασία της ολίσθησης οι τιμές του σήματος δεν μεταβάλλονται. Οι ίδιες τιμές εμφανίζονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Άρα μπορούμε να κρατήσουμε αμετάβλητο το διάνυσμα  $x$  των του σήματος και απλά να προσαρμόσουμε το διάνυσμα  $n$  του χρόνου.

Αν για παράδειγμα επιθυμούμε να απεικονίσουμε το  $x(n-3)$  θα εκτελούσαμε τις παρακάτω εντολές:

```
n=n+3;
```

`stem(n,x)` και θα προκύψει το ακόλουθο αποτέλεσμα:



Σχήμα 4.2.2

### 4.3 Πραγματικό εκθετικό σήμα:

Το σήμα αυτό δεν είναι τίποτα άλλο από την γνωστή μας ακολουθία

$$x(n) = a^n, \forall n; a \in \mathbf{R}$$

Γνωρίζουμε ότι η  $|x(n)|$  είναι γνήσια αύξουσα για  $|a| > 1$  και γνήσια φθίνουσα για  $|a| < 1$ . Για να το δούμε αυτό μπορούμε να τυπώσουμε στην οθόνη τα εξής παραδείγματα:

```
>>n=-10:10;
```

```
>>a1=0.8;
```

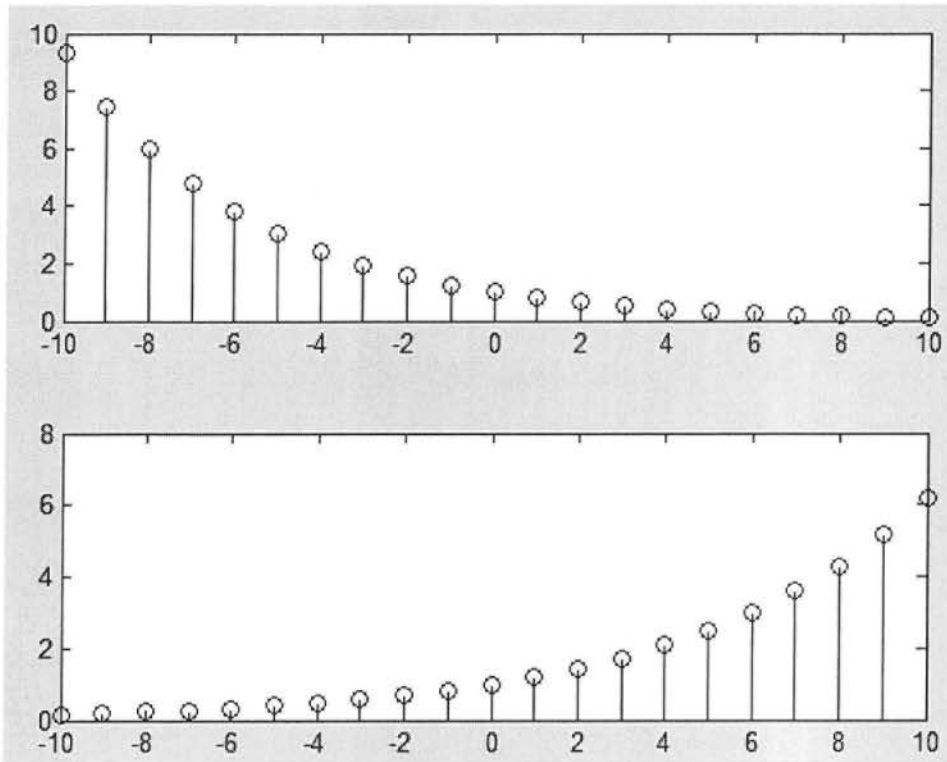
```
>>a2=1.2;
```

```
>>subplot(211)
```

```
>>stem(n,a1.^n)
```

```
>>subplot(212)
```

```
>>stem(n,a2.^n)
```



Προσοχή, όταν θέλουμε να δώσουμε στον τελεστή ‘^’ κατά σημείο, θα πρέπει απαραίτητα να προτάσουμε την τελεία και έτσι να δημιουργούμε τον κατά σημείο τελεστή ‘.^’ .

#### 4.4 Μιγαδικό εκθετικό σήμα

Αναμφίβολα ένα από τα διασημότερα σήματα στον τομέα της επεξεργασίας σήματος, το μιγαδικό εκθετικό σήμα ορίζεται ως:

$$x(n) = e^{j\omega_0 n} \forall n$$

Σχέση 4.4

Το σήμα αυτό παρουσιάζει περιοδικότητα αν το  $\omega_0$  εκλεγεί κατάλληλα. Συγκεκριμένα το σήμα είναι περιοδικό όταν και μόνο όταν ισχύει:

$$e^{j\omega_0(n+l)} = e^{j\omega_0 n}, \quad \forall n \in \mathbf{Z}, \text{ και } l \in \mathbf{Z} \quad (1) \Leftrightarrow$$

$$e^{j\omega_0 l} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\omega_0 l = 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z} \quad \Leftrightarrow$$

$$l = k \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad k \in \mathbf{Z} \quad (2)$$

Σχέση 4.4.1    Σχέση 4.4.2

Για όλα τα  $l$  που δίνονται από την (2) ισχύει η (1), δηλαδή το σήμα παρουσιάζει περιοδικότητα. Το μικρότερο από τα (θετικά)  $l$  της (2) λέγεται, ως γνωστόν *περίοδος* του σήματος και συμβολίζεται ως:

$$N \equiv l_{\min} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Σχέση 4.4.3

Από την σχέση αυτή προκύπτει άμεσα ότι  $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$

Άρα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι: Όταν το μιγαδικό εκθετικό σήμα είναι περιοδικό με περίοδο  $N$  γράφεται στην μορφή

$$x(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}n}$$

Σχέση 4.4.4

Το σήμα αυτό θα υλοποιήσουμε με μια συνάρτηση του MATLAB. Η συνάρτηση αυτή θα έχει τη μορφή

```
>>function [x,n]=comexp(N,n1,n2)
```

```
>>n=n1:n2;
```

```
>>x=exp(j*2*pi/N).^n;
```

Τη συνάρτηση μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε ως

```
>> [x,n]=comexp(5, -10, 10);
```

```
>>Subplot(221)
```

```
>>Stem(n,real(x));
```

```
>>Subplot(212)
```

```
>>Stem(n,imag(x))
```

Επειδή το σήμα μας είναι μιγαδικό απεικονίζουμε σε ξεχωριστές γραφικές παρατάσεις το πραγματικό και το φανταστικό του μέρος. Προφανώς τα σήματα αυτά θα έχουν επίσης περίοδο  $N$ .

Το μέτρο κάθε στοιχείου του σήματος μας είναι ίσο με την μονάδα. Μπορούμε να το επιβεβαιώσουμε αυτό με την εντολή

```
>>stem(n,abs(x))
```

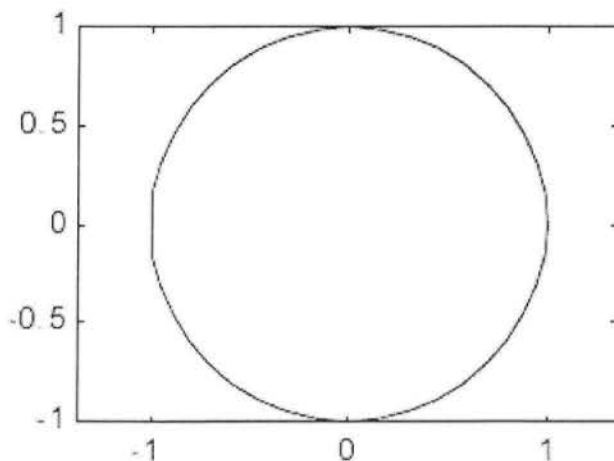
Ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης η γραφική παράσταση που δημιουργείται με τις εντολές :

```
>> [x,n]=comexp(40,0,40);
```

```
>>plot(real(x), imag(x));
```

```
>>axis ('equal')
```

Το αποτέλεσμα είναι ένας κύκλος !



Σχήμα 4.4.1

Αυτό συμβαίνει διότι τα σημεία **Σχέση (4.4.1)** και **(4.4.2)** στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στις κορυφές κανονικού  $N$ -γώνου εγγεγραμμένου

στον μοναδιαίο κύκλο. Όταν το  $N$  είναι αρκούντως μεγάλο και ενώσουμε τα σημεία αυτά με ευθείες (όπως δηλαδή κάνει η εντολή `plot`) τότε προκύπτει κύκλος με πολύ καλή προσέγγιση όπως φαίνεται και στο σχήμα.

#### 4.5 Επεξεργασία σε αρχείο ήχου με κατάληξη `.wav`

Το αρχείο `sound1.wav` φορτώνεται στο MATLAB με τις παρακάτω εντολές.

```
>>[sound1,fs]=wavread('sound1.wav'); % φορτώνουμε το αρχείο
sound1.wav

>>left=sound1(:,1); % το αριστερό κανάλι σήματος

>>right=sound1(:,2); % το δεξί κανάλι σήματος

>>time=(1/44100)*length(left);

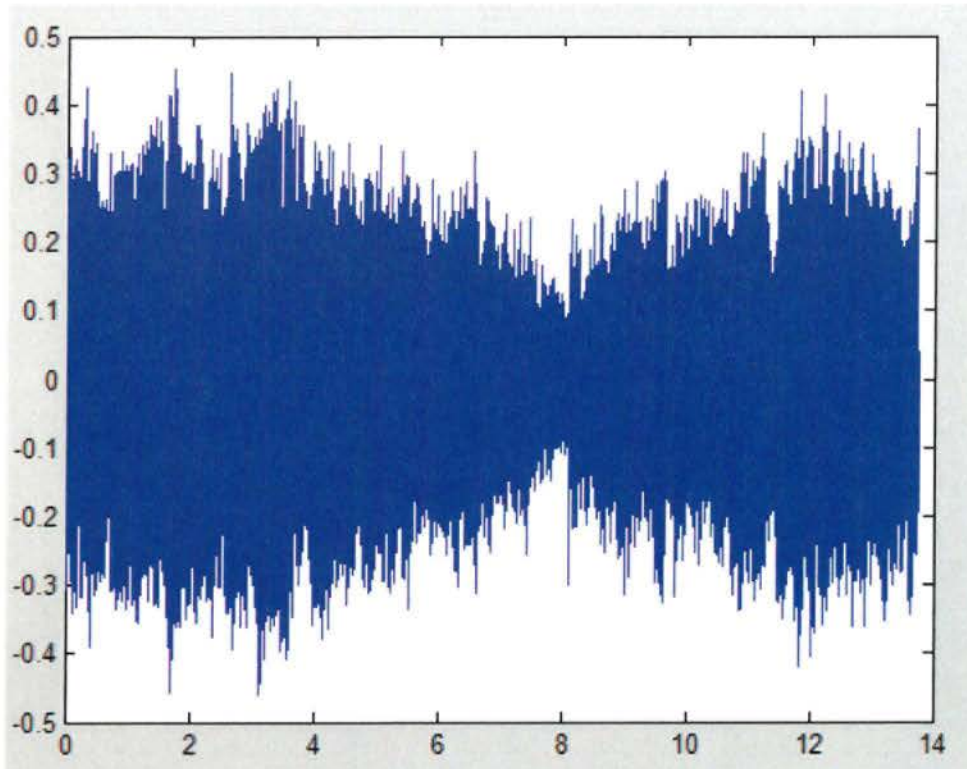
>>t=linspace(0,time,length(left));

>>plot(t,left) % σχεδιάζουμε το αριστερό κανάλι σήματος σε συναρτηση
% με το χρόνο

>>xlabel('time (sec)');

>>ylabel('relative signal strength')
```

Οι μεταβλητές `left` και `right` βρίσκονται στις 2 πρώτες στήλες στον πίνακα `sound1` που μόλις φορτώσαμε.

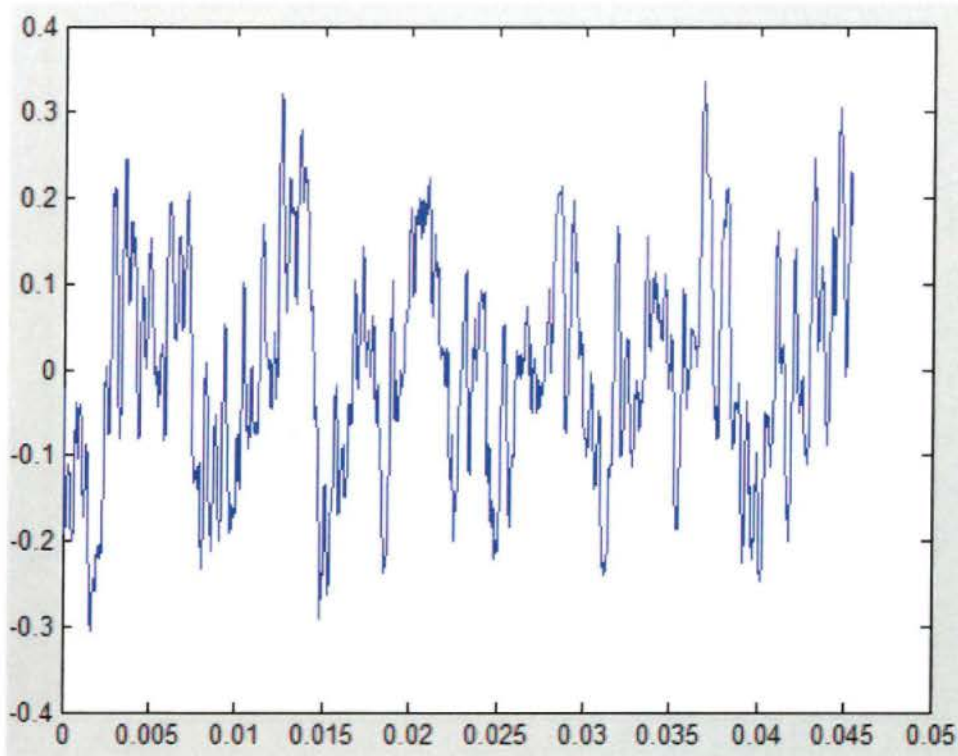


*Σημείωση:* Στη σχήμα φαίνεται σε ποια σημεία το σήμα είναι ισχυρό και σε ποια είναι αδύναμο.

Σχήμα 4.5

Με τις παρακάτω εντολές σχεδιάζουμε ένα μέρος του σήματος.

```
>>time=(1/44100)*2000;
>>t=linspace(0,time,2000);
>>plot(t,left(1:2000)) % σχεδιάζουμε ένα μέρος αυτού του σήματος
    % ώστε να δούμε πιο καθαρά
>>xlabel('time (sec)');
>>ylabel('relative signal strength')
```



*Σημείωση:* Στο σχήμα φαίνεται επίσης σε ποια σημεία το σήμα είναι ισχυρο και σε ποια αδύναμο.

Σχήμα 4.5.1

Με τις παρακάτω εντολές μπορούμε να ακούσουμε το σήμα από τα αριστερό κανάλι ή το δεξί κανάλι(mono) ή και από τα δύο μαζί (stereo).

`>>soundsc(left,fs)` % ο ήχος παίζει από το αριστερό κανάλι (mono)

`>>soundsc(right,fs)` % ο ήχος παίζει από το δεξί κανάλι (mono)

`>>soundsc(sound1,fs)` % ο ήχος παίζει και από τα δύο κανάλια (stereo)



## 4.6 Ανεστραμμένη αναπαραγωγή ήχου

Για να πετύχουμε την αντίστροφη αναπαραγωγή ήχου απλώς αντιστρέφουμε τα νούμερα που βρίσκονται στον πίνακα. Ας πάρουμε για παράδειγμα ένα μικρό πίνακα.

```
>>y=[1;2;3;4;5]
```

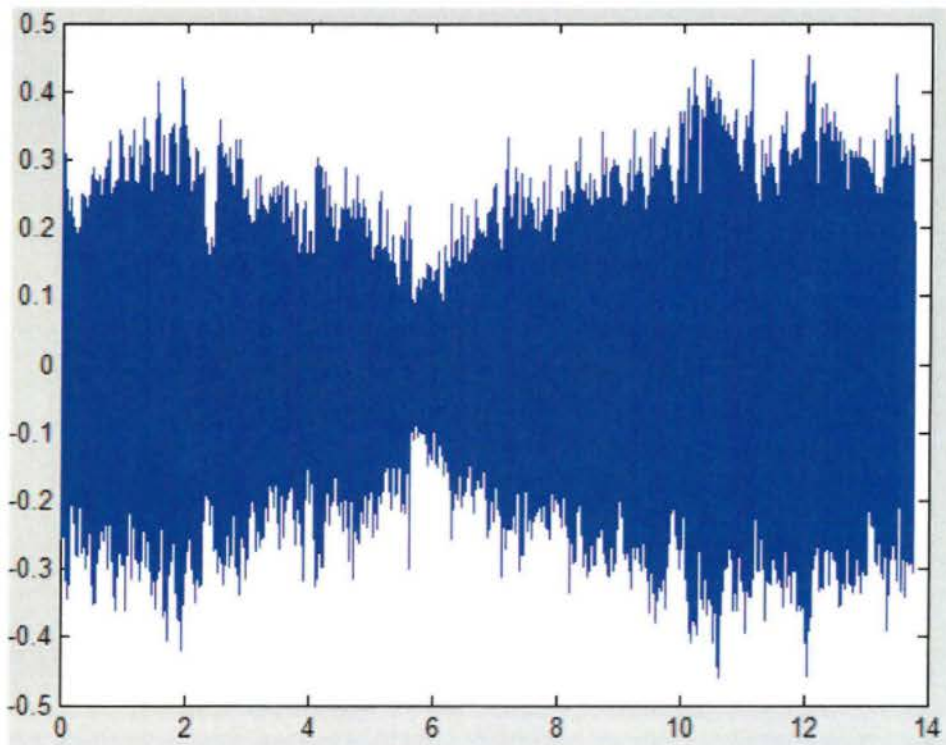
```
>>y2=flipud(y)
```

**Προσοχή:** Η εντολή **flipud** αντιστρέφει τον πίνακα *y* και τον αποθηκεύει σε έναν καινούργιο πίνακα *y2*.

Δοκιμάζουμε τις εντολές αυτές στο αρχείο 'sound1.wav' που έχουμε ήδη φορτώσει στο MATLAB.

```
>>left2=flipud(left);
```

```
>>soundsc(left2,fs)
```

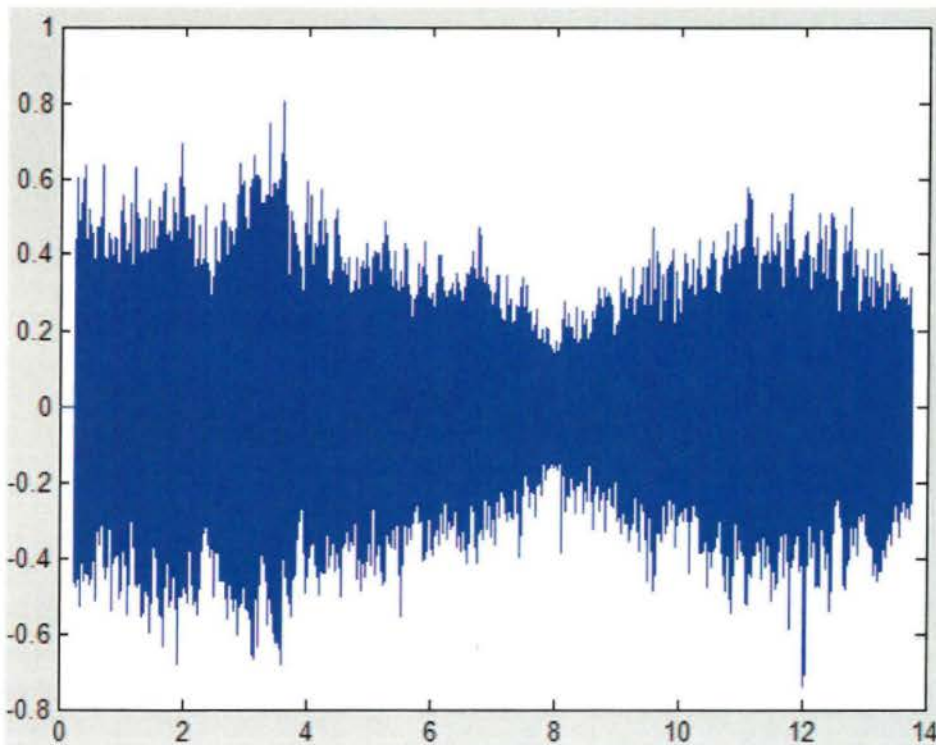


**Σημείωση:** Όπως παρατηρούμε, το σήμα είναι ανεστραμμένο σε σχέση με το αρχικό σήμα.

Σχήμα 4.6

## 4.7 Αναπαραγωγή ήχου με καθυστέρηση

```
>>leftout=left; % δημιουργούμε έναν καινούργιο πίνακα ίδιο σε μέγεθος  
% με τον παλιό  
  
>>N=10000; % καθυστέρηση N/44100 δευτερόλεπτα  
  
for n=N+1:length(left)  
  
leftout(n)=left(n)+left(n-N);  
  
end  
  
>>soundsc(left,fs) % αναπαραγωγή αρχικού ήχου  
  
>>soundsc(leftout,fs) % αναπαραγωγή ήχου με καθυστέρηση περίπου ¼
```



**Σημείωση:** Εάν συγκρίνουμε αυτό το σήμα με το αρχικό σήμα θα παρατηρήσουμε πως έχουμε ασθενέστερο σήμα .

Σχήμα 4.7

```

>>out=sound1; % δημιουργούμε έναν καινούργιο πίνακα ίδιου μεγέθους
    % με τον παλιό

>>N=10000; % καθυστέρηση N/44100 δευτερόλεπτα

for n=N+1:length(sound1)

out(n,1)=sound1(n,1)+sound1(n-N,2); % αναπαραγωγή από το δεξί
    % κανάλι σε αριστερό κανάλι

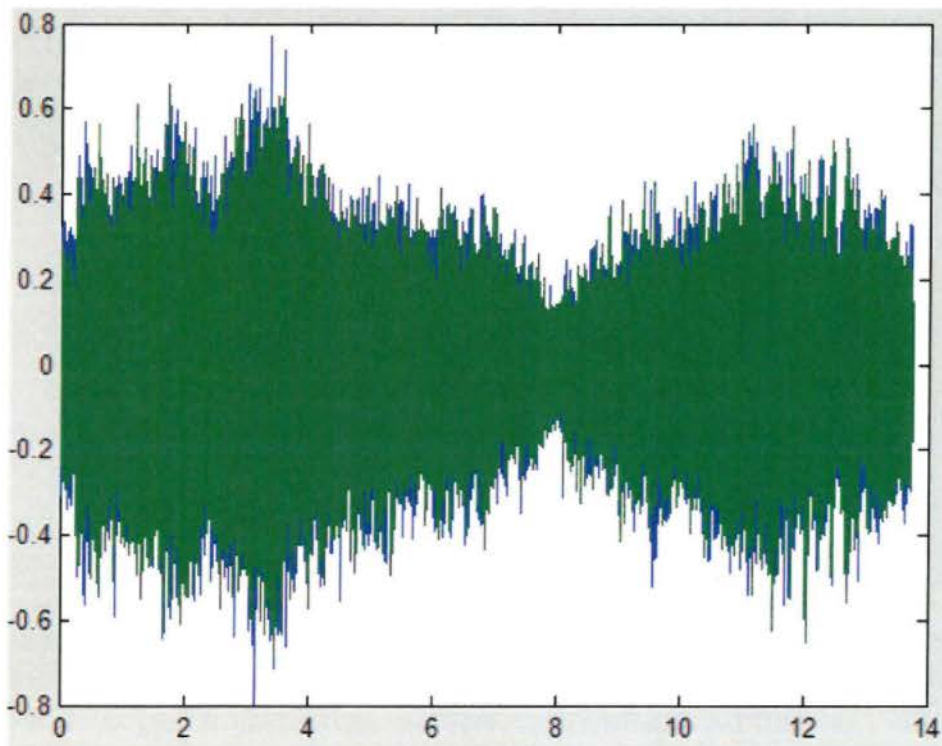
out(n,2)=sound1(n,2)+sound1(n-N,1); % αναπαραγωγή από το
    % αριστερό κανάλι σε δεξί κανάλι

end

>>soundsc(sound1,fs) % αναπαραγωγή αρχικού ήχου

>>soundsc(out,fs) % αναπαραγωγή καινούργιου ήχου

```



**Σημείωση:** Όπως φαίνεται στο σχήμα το σήμα αναπαράγεται ταυτόχρονα από το δεξί κανάλι προς το αριστερό και από το αριστερό προς το δεξί κανάλι.

**Σχήμα 4.7.1**

## 4.8 Αναπαραγωγή ήχου με διαφορετική χρονική καθυστέρηση

Φορτώνουμε ένα αρχείο ήχου με κατάληξη '.au' με τον ίδιο τρόπο που φορτώσαμε και το προηγούμενο αρχείο. Σε αυτή την περίπτωση το σήμα προσθέτει στον εαυτό του 1000 δείγματα και εμείς στο παράδειγμα το πολλαπλασιάζουμε με το 0,8.

```
>>[sound2,fs2]=auread('sound2.au'); % φορτώνουμε το αρχείο με  
                                     % κατάληξη '.au'  
  
>>out=sound2;% δημιουργούμε έναν πίνακα ίδιο με τον πρωταρχικό  
πίνακα  
  
>>N=1000; % καθυστέρηση N/8192 δευτερόλεπτα  
  
for n=N+1:length(sound2)  
  
out(n)=.8*out(n-N)+sound2(n);  
  
end  
  
>>soundsc(out,fs2) % αναπαραγωγή τελικού ήχου
```

Την συγκεκριμένη διαδικασία μπορούμε να την παρομοιάσουμε με την αντανάκλαση ενός καθρέπτη που βρίσκεται μπροστά σε έναν άλλο καθρέπτη .Η αντανάκλαση δεν τελειώνει άλλα όλο και μικραίνει το είδωλο της .

## 4.9 Ψηφιακός έλεγχος τόνου

Σε αυτό το παράδειγμα θα εξετάσουμε πως μπορούμε να ‘μαλακώσουμε τις υψηλές συχνότητες από το σήμα (πρίμα) και να διατηρεί τις χαμηλές συχνότητες(μπάσα).Εφαρμόζοντας το παρακάτω φίλτρο είναι σαν να απενεργοποιούμε όλα τα πρίμα στο στερεοφωνικό μας.

Φορτώνουμε το αρχείο ήχου ‘sound3.wav’ και εφαρμόζουμε το κατάλληλο φίλτρο.

```
>>[sound3,fs]=wavread('sound3.wav');  
  
>>out=sound3;  
  
for n=2:length(sound3)  
  
out(n,1)=.9*out(n-1,1)+sound3(n,1); % αριστερό κανάλι  
  
out(n,2)=.9*out(n-1,2)+sound3(n,2); % δεξί κανάλι  
  
end  
  
>>soundsc(sound3,fs) % αναπαραγωγή αρχικού ήχου  
  
>>soundsc(out,fs) % αναπαραγωγή με φίλτρο
```

Μια μικρή αλλαγή στο παραπάνω ψηφιακό φίλτρο , μας επιτρέπει να ενισχύσουμε τις υψηλές συχνότητες και να καταστείλουμε τις χαμηλές συχνότητες.

```
>>out=sound3;  
  
for n=2:length(sound3)  
  
out(n,1)=sound3(n,1)-sound3(n-1,1);  
  
out(n,2)=sound3(n,2)-sound3(n-1,2);  
  
end  
  
>>soundsc(out,fs)
```

#### 4.10 Αλλαγή στη συχνότητα μετάδοσης

Εάν θέλουμε να αλλάξουμε τη συχνότητα μετάδοσης ( δηλ να μπορούμε να αλλάζουμε την ταχύτητα του παραγόμενου ήχου) αρκεί να αλλάξουμε τη συχνότητα **fs**.

```
>>soundsc(sound3,fs/1.5) % αργή αναπαραγωγή
```

```
>>soundsc(sound3,fs*1.5) % γρήγορη αναπαραγωγή
```

#### 4.11 Αφαίρεση φωνής σε ένα από τα δυο κανάλια

Στις περισσότερες ηχογραφήσεις μουσικής, τα φωνητικά μεταδίδονται στην ίδια συχνότητα και από τα δύο κανάλια. Δεδομένου ότι η φωνή είναι το ίδιο και στα δύο κανάλια, τι θα συνέβαινε εάν αφαιρέσουμε το ένα κανάλι από το άλλο;

Οι παρακάτω εντολές αναφέρονται στο αρχείο **sound1** που έχουμε χρησιμοποιήσει και στα παραπάνω παραδείγματα.

```
>>soundsc(left,fs); % κανονικός ήχος
```

```
>>soundsc(left-right,fs); % ήχος επεξεργασμένος χωρίς φωνητικά
```

Όπως παρατηρούμε η φωνή έχει ελατωθεί σημαντικά.

Την ίδια επεξεργασία μπορούμε να πραγματοποιήσουμε και στο αρχείο **sound3** που έχουμε χρησιμοποιήσει και στα παραπάνω παραδείγματα.

```
>>soundsc(sound3(:,1),fs); % κανονικός ήχος
```

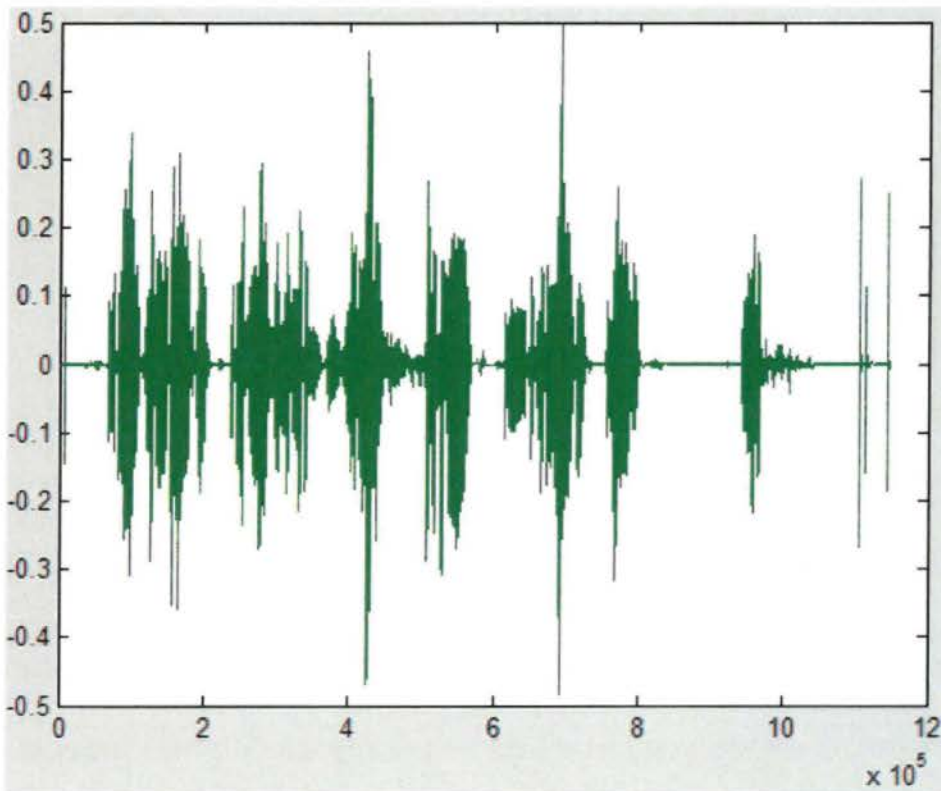
```
>>soundsc(sound3(:,1)-sound3(:,2),fs); % ήχος επεξεργασμένος χωρίς  
% φωνητικά
```

#### 4.12 Αφαίρεση κενών διαστημάτων από αρχείο ήχου '.wav'

Στο επόμενο παράδειγμα θα εξετάσουμε τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να εξαλείψουμε τα κενά διαστήματα σε ένα αρχείο ήχου '.wav'. Απλώς διαγράφουμε τις χαμηλές συχνότητες. Στο παράδειγμα μας διαγράφουμε τις συχνότητες που έχουν πλάτος μικρότερο από 0.01.

```
>>ip1 = wavread('sample1.wav') % φορτώνουμε το αρχείο ήχου '.wav'  
% στο matlab.
```

```
>>plot(ip1) % εμφανίζουμε το σήμα
```



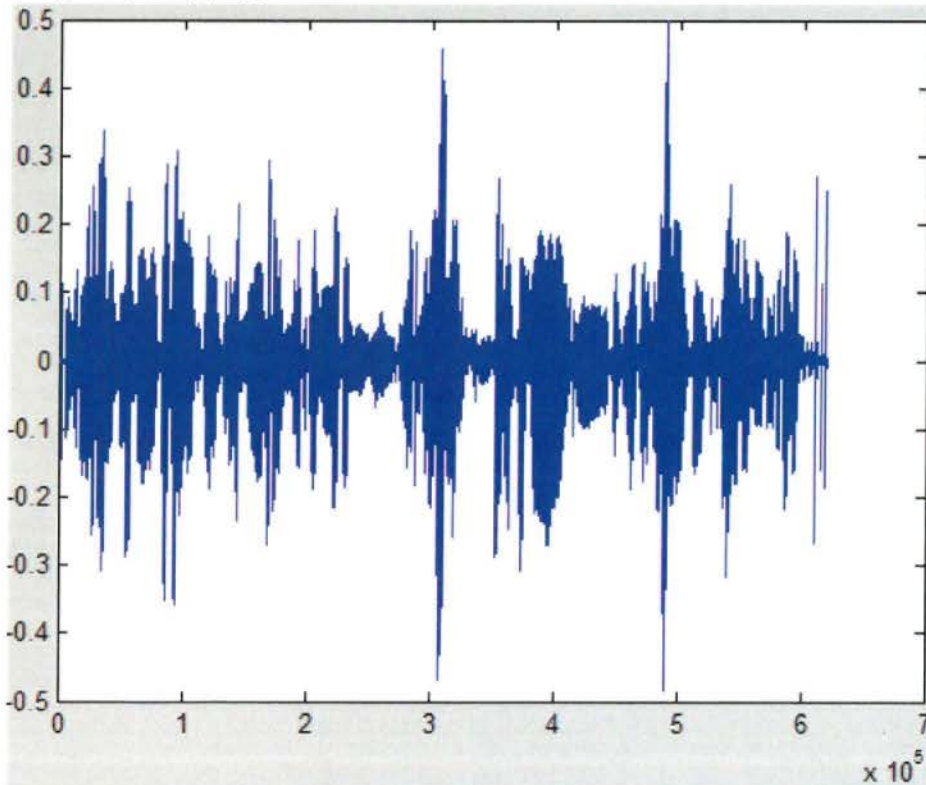
Σχήμα 4.12

Σε μία **function** τρέχουμε τον παρακάτω κώδικα

```
>>fs = 44100; % δείγματα συχνοτήτων ανα δευτερόλεπτο
>>frame_duration=0.01;
>>frame_len = frame_duration*fs;
>>N= length(ip1);
>>num_frames = floor(N/frame_len);
>>new_sig=zeros(N,1);% δημιουργούμε ένα σήμα με μηδενικά
>>count = 0;
for k = 1: num_frames
frame = ip1((k-1)*frame_len + 1 : frame_len * k);
max1 = max(frame); % προσδιορίζουμε το μέγιστο πλάτος του
                    % σήματος
if (max1> 0.01)
count = count +1; % δημιουργούμε ένα καινούργιο σήμα χωρίς τις
συχνότητες που έχουν πλάτος κάτω από 0,01
    new_sig((count-1)*frame_len + 1 : frame_len*count ) = frame;
end
end
```

Πίσω στο matlab εκτελούμε την εντολή

```
>>plot(new_sig)
```



Σχήμα 4.12.1



### 4.13 Μίξη ήχων 'wav'

Στο επόμενο παράδειγμα θα πραγματοποιήσουμε την συγχώνευση τριών αρχείων ήχου είδος wav .Τα αρχεία ήχου που θα χρησιμοποιηθούν είναι 'guitar.wav' , 'bass.wav' , drums.wav' με συχνότητα δειγματοληψίας 44100.

```
>> bass=wavread('bass.wav'); % φορτώνουμε στο MATLAB αρχείο 'bass.wav'

>> guitar=wavread('guitar.wav'); % φορτώνουμε στο MATLAB αρχείο
      % 'guitar.wav'

>> drums=wavread('drums.wav'); % φορτώνουμε στο MATLAB αρχείο
      % 'drum.wav'

>> drums_seg = drums(44100*10 : 44100*20); % εξάγουμαι μια σειρά
      % δειγμάτων δέκα
      % δευτερολέπτων από τον
      % σήμα 'drums'

>> guitar_seg = guitar (44100*10 : 44100 * 20); % εξάγουμαι μια σειρά
      % δειγμάτων δέκα
      % δευτερολέπτων από τον
      % σήμα 'guitar'

>> bass_seg = bass (44100*10 : 44100 * 20); % εξάγουμαι μια σειρά
      % δειγμάτων δέκα
      % δευτερολέπτων από τον
      % σήμα 'bass'
```

```

>> d=drums(12*44100:13*44100); % αποκόπτουμε ένα δευτερόλεπτο από το
                                % δείγμα 'drums'

>> g=guitar(12*44100:13*44100); % αποκόπτουμε ένα δευτερόλεπτο από το
                                % δείγμα 'guitar'

>> b=bass(12*44100:13*44100); % αποκόπτουμε ένα δευτερόλεπτο από το
                                % δείγμα 'bass'

>>d_repeat=[d;d;d]; % επαναλαμβάνουμε το δείγμα του ενός δευτερολέπτου που
                    % μόλις υπολογίσαμε τρεις φορές

>>sound(d_repeat, 44100) % ακούμε το 'σημα του ενός δευτερολέπτου τρεις
                        % συνεχόμενες φορές

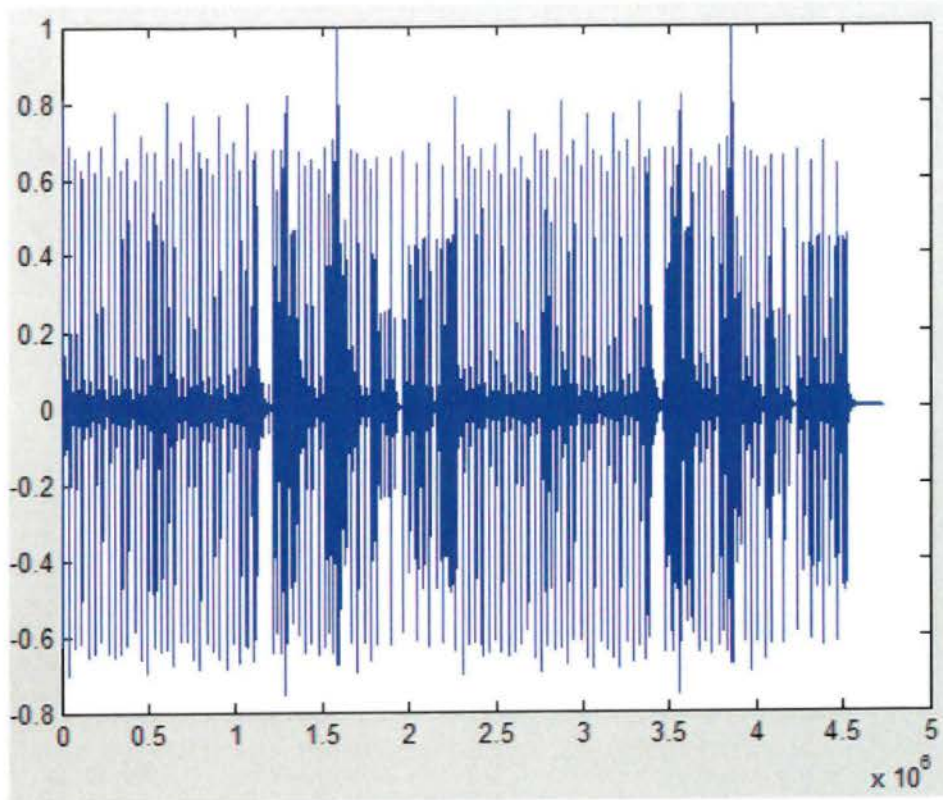
>>comp = drums_seg + guitar_seg; % συνδιαζμός δύο σημάτων 'drums' και
                                % 'guitar'

>>comp = drums_seg + guitar_seg + bass_seg; % συνδιαζμός τριών
                                            % σημάτων 'drums'
                                            % , 'guitar' και 'bass'

>>sound(comp,44100) % ακούμε τον συνδιαζμό και των τριών σημάτων

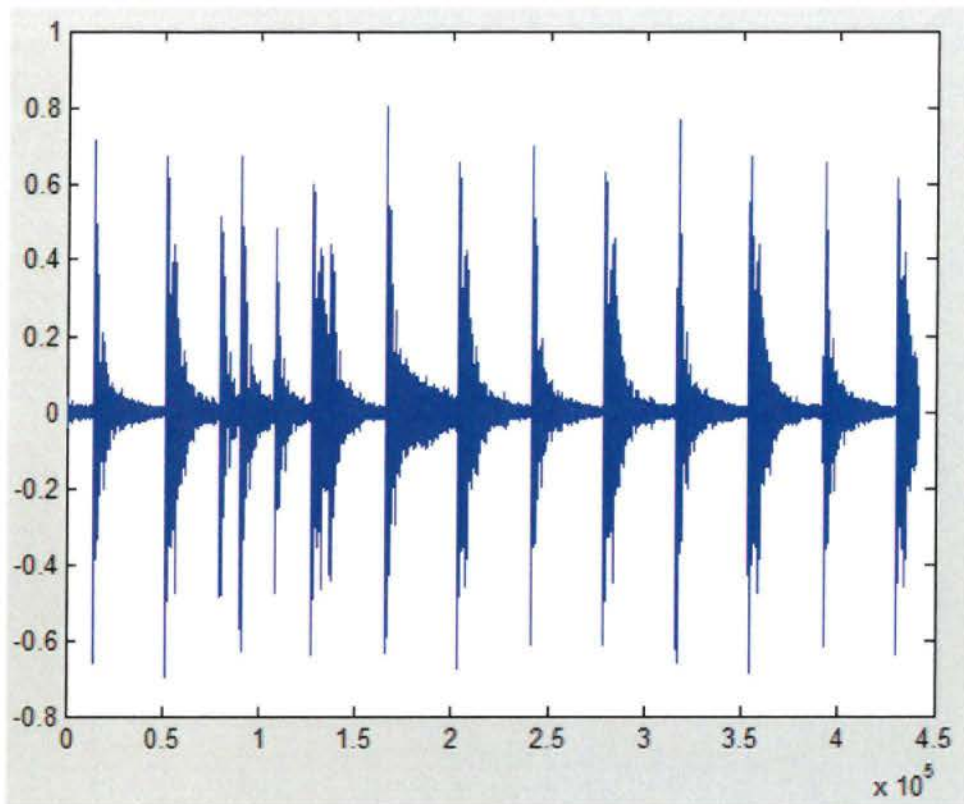
```

```
>> plot(drums)
```



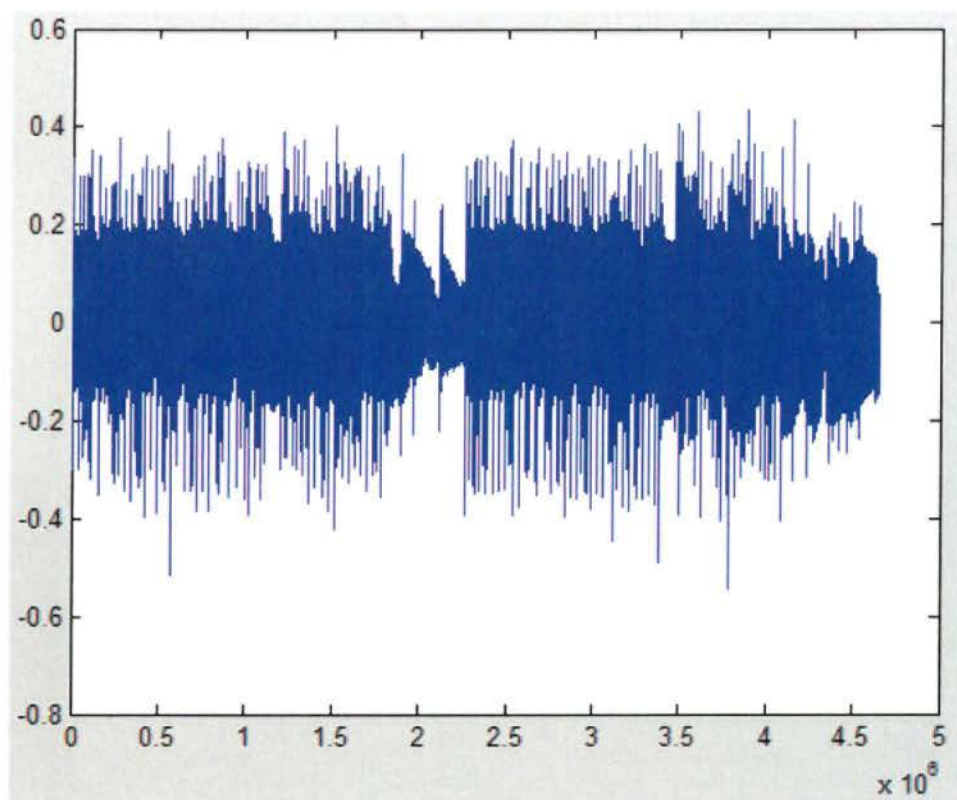
Σχέση 4.13

```
>> plot(drum_seg)
```



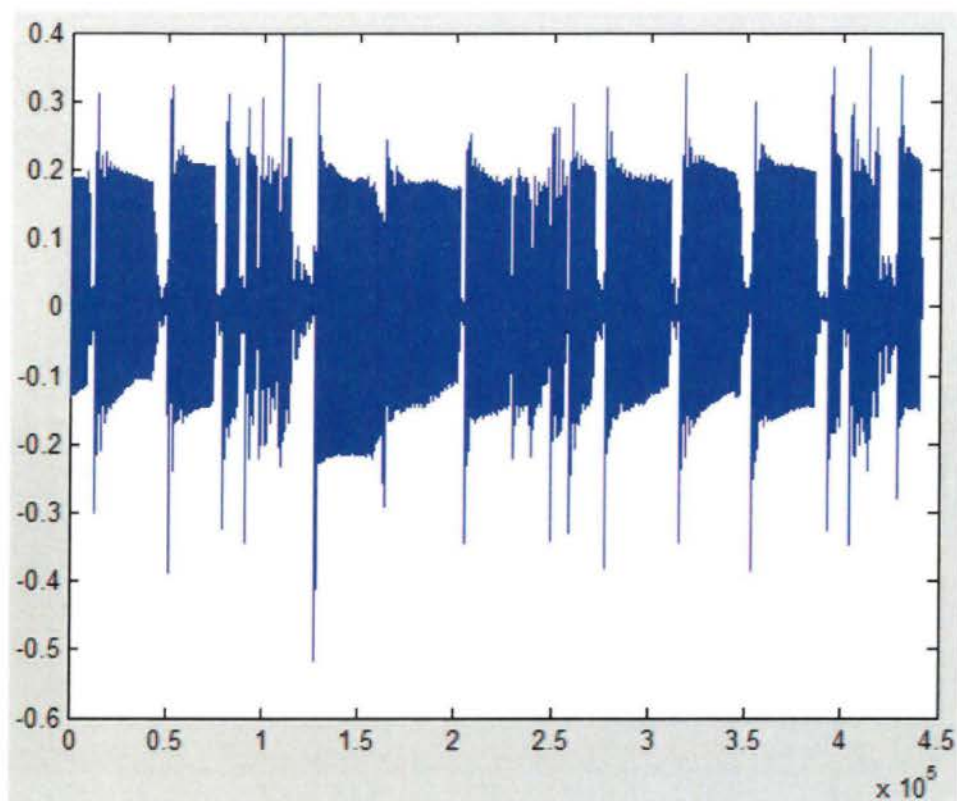
Σχέση 4.13.1

```
>> plot(bass)
```



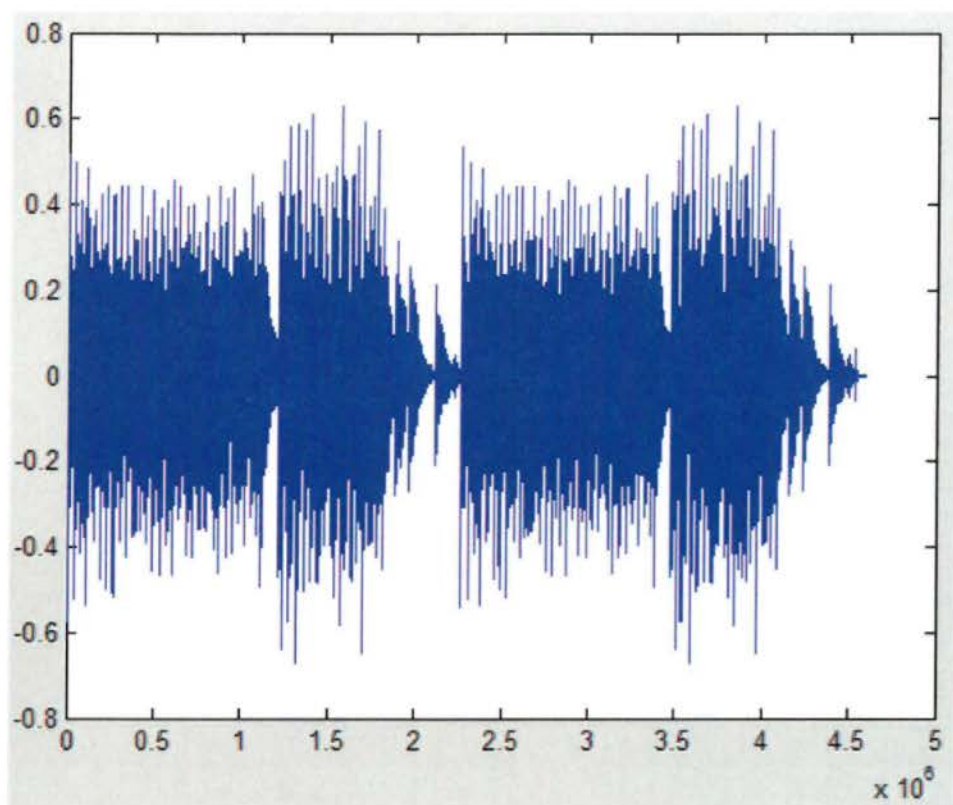
Σχέση 4.13.2

```
>> plot(bass_seg)
```



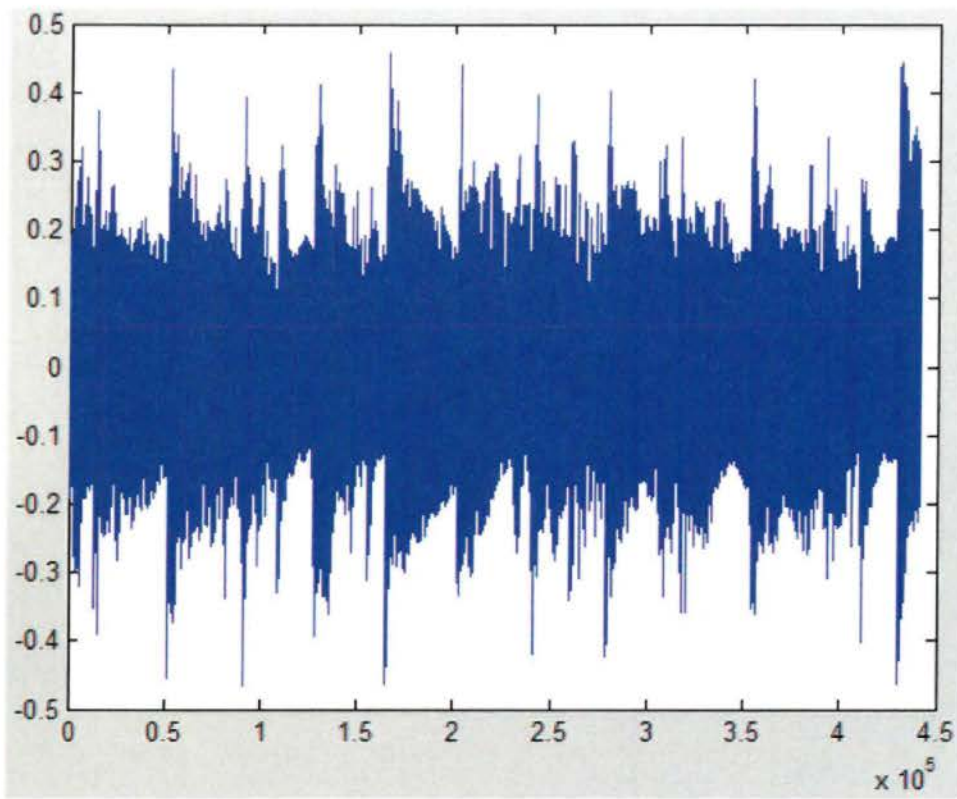
Σχέση 4.13.3

```
>> plot(guitar)
```



Σχέση 4.13.4

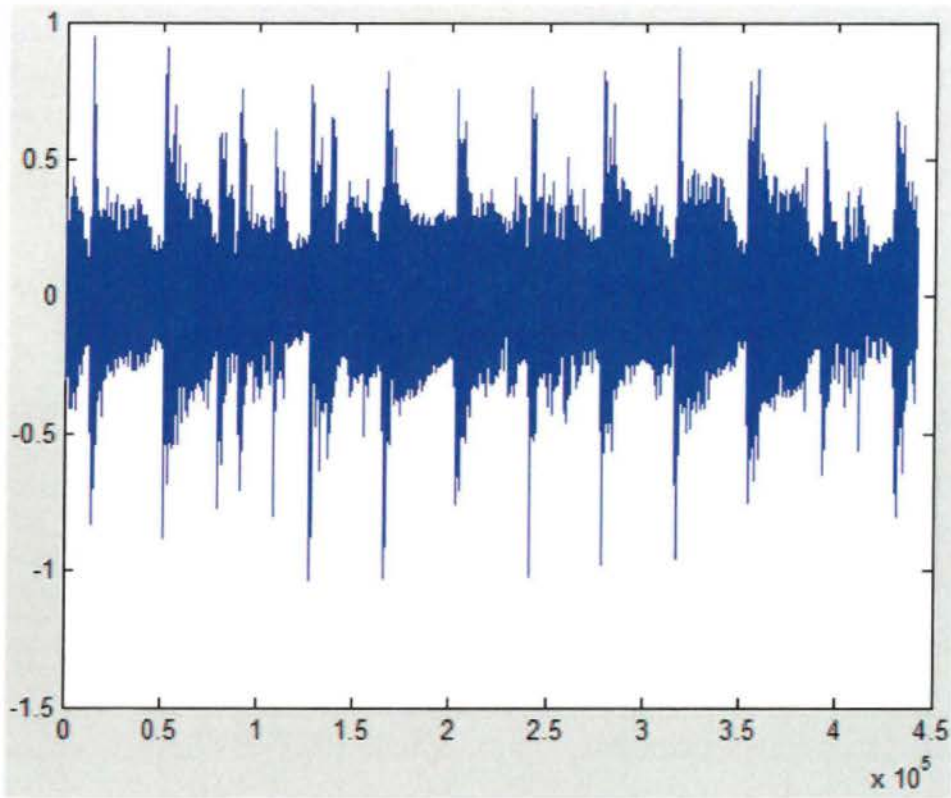
```
>> plot(guitar_seg)
```



Σχέση 4.13.5



```
>> plot (comp)
```



Σχέση 4.13.6

# Βιβλιογραφία

---

- Antroniou, Ψηφιακή επεξεργασία σήματος, Εκδόσεις Α. ΤΖΙΟΛΑ & ΥΙΟΙ Α.Ε., ISBN: 978-960-418-188-9 (κωδικός συστήματος εύδοξος: **18549117**)
- McCLELLAN, SCHAFER, YODER, Θεμελιώδεις έννοιες της επεξεργασίας σημάτων, Εκδόσεις ΓΚΟΤΣΗΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ & ΣΙΑ Ε.Ε., ISBN: 978-960-877-104-8 (κωδικός συστήματος εύδοξος: **13255848**)
- A. Spanias, T. Painter, V. Atti, “Audio Signal Processing and Coding,” Wiley, 2007.
- M. Bosi, R. E. Golberg, “Introduction to Digital Audio Coding and Standards,” Springer 2002.
- Θωμαΐδης Γιάννης, Πετράκης Γιάννης, Τουλούμης Κοσμάς, Σταφυλίδου Ματούλα (Πειραματικό Σχολείο Πανεπιστημίου Μακεδονίας), «Γλώσσα, Ιστορία και Ευκλείδεια Γεωμετρία» Μια δοκιμή διαθεματικής προσέγγισης στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Το παρόν βιβλίο παρουσιάζει το θεωρητικό πλαίσιο και τα αποτελέσματα μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε στο Πειραματικό Σχολείο του Πανεπιστημίου Μακεδονίας. (<http://afroditi.uom.gr/uompress/education.html> )
- Κυνηγός Χρόνης, Δημαράκη Ευαγγελία κα, «Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα», Παιδαγωγική αξιοποίηση της σύγχρονης Τεχνολογίας, Αθήνα: Καστανιώτης. (<http://epyna.gr/modules.php?name=News&file=article&sid=1318> )
- <http://dsp.teipir.gr/index.php/2010-09-23-13-45-51>
- <http://www.ee.columbia.edu/ln/rosa/matlab/>
- <http://homepages.udayton.edu/~hardierc/ece203/sound.htm>

- <http://www.mathworks.com/help/dsp/examples/index.html#audio-processing>
- Ψηφιακή Τεχνολογία Ήχου”, Γιάννης Μουρτζόπουλος, Εκδόσεις Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και & Τεχνολογίας Υπολογιστών
- Principles of Digital Audio”, Ken C. Pohlman, McGraw-Hill., ISBN 0-07-050468 – 7, 1995
- Τεχνολογία Μουσικής”, Richard Brice, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2001
- Σήματα και συστήματα με Matlab, Συγγραφέας: Παλαμίδης Αλέξης, Βελώνη Αναστασία Ν. Εκδότης: Σύγχρονη Εκδοτική, ISBN: 960-6674-25-8