

**ΑΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΤ**  
**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΕ**

**Χρήση ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων για τον περιορισμό  
της γωνίας κύλισης οχημάτων εδάφους**

Πτυχιακή εργασία

**ΤΣΟΥΛΗ ΦΡΑΝΣ**

**Επιβλέπων: ΑΝΤΩΝΗΣ ΤΣΟΛΑΚΗΣ**

ΑΘΗΝΑ 2018



## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη.....	4
Abstract.....	4
<b>Κεφάλαιο 1 Συστήματα ανάρτησης αυτοκινήτου</b>	
<b>1.1</b> Ελατήρια.....	5
1.1.1 Ελικοειδή ελατήρια.....	5
1.1.2 Ημιελλειπτικά ελατήρια.....	6
1.1.3 Ράβδοι στρέψης.....	7
1.1.4 Πνευματικά ελατήρια.....	7
<b>1.2</b> Αποσβεστήρες.....	8
Μαγνητοροϊκοί αποσβεστήρες.....	8
1.2.2 Ρυθμιζόμενοι αποσβεστήρες .....	9
1.2.3 Υδραυλικοί αποσβεστήρες.....	9
<b>1.3</b> Συστήματα ανάρτησης αυτοκινήτου.....	10
1.3.1 Ανάρτηση με άκαμπτο άξονα.....	11
1.3.2 Ανάρτηση με ημιάκαμπτο άξονα.....	11
1.3.3 Ανάρτηση με πολλαπλούς συνδέσμους.....	12
1.3.4 Ανάρτηση με διπλά ψαλίδια.....	12
1.3.5 Ανάρτηση με γόνατα Mac Pherson.....	13
<b>Κεφάλαιο 2 Εξισώσεις κίνησης συστήματος</b>	
<b>2.1</b> Μέθοδος Lagrange.....	14
<b>2.2</b> Εξισώσεις κίνησης για το δυναμικό σύστημα.....	15
2.2.1 Αριθμητικά δεδομένα-Υπολογισμοί στην αρχική κατάσταση.....	15-17
2.2.2 Εξισώσεις Lagrange.....	17-19
2.2.3 Επίλυση στο Simulink.....	20
2.2.4 Κινηματική διέγερση στους τροχούς.....	21-22
<b>2.3</b> Μοντελοποίηση συστήματος αυτοκινήτου σε στροφή.....	23-24
2.3.1 Τροποποίηση εξισώσεων Lagrange.....	24-27
<b>Κεφάλαιο 3 Μείωση γωνίας στροφής μέσω ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων</b>	
<b>3.1</b> Μαγνητική δύναμη στον αποσβεστήρα.....	28
<b>3.2</b> Εισαγωγή μαγνητικής δύναμης στις εξισώσεις Lagrange.....	29-30
3.2.1 Τροποποίηση εξισώσεων στο Simulink.....	30
<b>3.3</b> Διαγράμματα μετά την επιβολή της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης.....	31-37
<b>3.4</b> Συμπεράσματα.....	38
<b>Κεφάλαιο 4 Βιβλιογραφία</b>	
<b>4.1</b> Πηγές από βιβλία.....	39-40
<b>4.2</b> Πηγές από το διαδίκτυο.....	40

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να ευχαριστίσω τον Κύριο Τσολάκη για όλη την καθοδήγηση που μου παρείχε καθώς και την οικογένεια μου για την ηθική συμπαράσταση που μου πρόσφεραν για την ολοκλήρωση αυτής της πτυχιακής εργασίας.

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Σε αυτήν την πτυχιακή εργασία ανέλυσα το εμπρόσθιο σύστημα ανάρτησης ενός οχήματος εδάφους τεσσάρων βαθμών ελευθερίας. Για την επίλυση των εξισώσεων και την δημιουργία των διαγραμμάτων των μεταβλητών του συστήματος χρησιμοποίησα το Simulink του Matlab. Αρχικά στο κεφάλαιο ένα έκανα μια θεωρητική ανάλυση γύρω από τα συστήματα αναρτήσεων που χρησιμοποιούνται αυτήν την στιγμή στις αυτοκινητοβιομηχανίες. Έπειτα στο κεφάλαιο δύο επίλυσα το δυναμικό σύστημα που αντιπροσωπεύει το εμπρόσθιο σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου. Ύστερα πραγματοποίησα μια μοντελοποίηση της συμπεριφοράς του οχήματος σε στροφή τροποποιώντας τις εξισώσεις που προέκυψαν από το θεώρημα Lagrange. Στο κεφάλαιο τρία ανέλυσα δύο τρόπους εισαγωγής της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης στο αυτοκίνητο και τις σύγκρινα μεταξύ τους.

## **ABSTRACT**

On this thesis I analyzed the front car's suspension system which is consisted of four degrees of freedom. In order to solve the differential equation that I found I and to create graph for all the variables of the dynamic system I used the Simulink of Matlab. At first in chapter one I made a theoretical analysis on the suspension systems that are being used in the automobile industries right now. Then in chapter two I solved a dynamic system which represents the front car's suspension system and after that I made a car modeling in a turning. Finally In chapter three I analyzed two ways of how to ask the magnetic force to the dynamic system.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

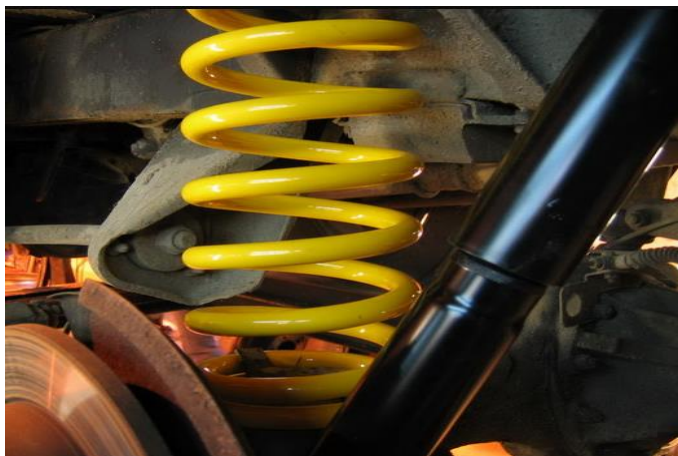
## 1.1 Ελατήρια

Το ελατήριο μπορεί να οριστεί ως ένα εξάρτημα στοιχείου μηχανής το οποίο παραμορφώνεται ως συνέπεια μιας εξωτερικής δύναμης και στην συνέχεια όταν αφαιρεθεί η δύναμη επιστρέφει στην αρχική του θέση[2]. Κάθε ελατήριο έχει την δική του ιδιοσυχνότητα δηλαδή έναν δικό του ρυθμό κατά τον οποίο προτιμά να απελευθερώνει την ενέργεια και να επιστρέφει στο αρχικό του σχήμα. Ο ρυθμός αυτός είναι συνάρτηση του συντελεστή σκληρότητας και του φορτίου που το πιέζει. Ένα σκληρό ελατήριο επιστρέφει στο αρχικό του σχήμα πολύ πιο γρήγορα από ένα μαλακό, αν το βάρος που το πιέζει είναι το ίδιο[5].

Στα αυτοκίνητα χρησιμοποιούνται αυτήν την στιγμή 4 τύποι ελατηρίων. Τα ελικοειδή ελατήρια, τα ημιελλειπτικά, οι ράβδοι στρέψης και τα πνευματικά συστήματα. Σχεδόν όλα τα επιβατικά οχήματα έχουν ελικοειδή ελατήρια σε όλους τους τροχούς. Τα ημιελλειπτικά ελατήρια χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο σε βαριά οχήματα. Οι ράβδοι στρέψης χρησιμοποιούνται αρκετά συχνά σε συνδυασμό με τα ελικοειδή ελατήρια. Τέλος στα πνευματικά συστήματα όπου αντικαθιστούμε τα συμβατικά ελατήρια με δοχεία αέρα[1].

### 1.1.1 Ελικοειδή ελατήρια (helical springs)

Τα ελικοειδή ελατήρια αποτελούνται από μία μακριά ράβδο κυκλικής διατομής που τυλίγεται περί κύλινδρο σε σχήμα έλικας. Το υλικό κατεργάζεται ( με προσμίξεις και βαφή ) ώστε να αποκτήσει την απαιτούμενη ελαστικότητα[17]. Τα ελατήρια αυτά από την φύση τους δέχονται μόνο θλιπτικά φορτία και η δυνατότητα φόρτισης τους εξαρτάται από τη διάμετρο της χαλύβδινης ράβδου που διαθέτουν, το μέγεθος της διαμέτρου του ελατηρίου και από τον αριθμό των σπειρών που έχουν[8].



**Εικόνα 1:** Ελικοειδές ελατήριο

### 1.1.2 Ημιελλειπτικά ελατήρια(semi elliptic leaf springs)

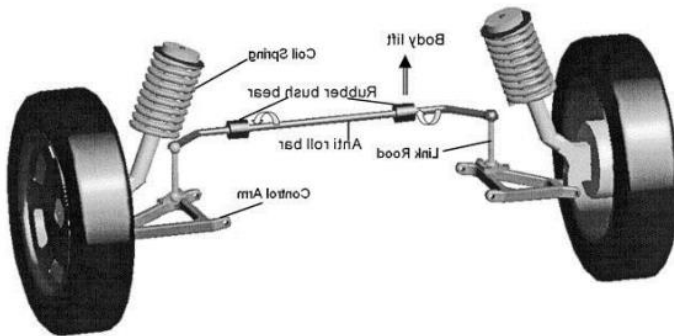
Τα ελατήρια αυτά είναι τα πρώτα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάρτηση των αυτοκινήτων και σήμερα χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά στα βαρέα οχήματα και κατασκευάζονται από μια σειρά χαλύβδινων φύλλων με διαβάθμιση μήκους, τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο. Κατά τη χρήση το ελατήριο αυτό λειτουργεί σαν μια εύκαμπτη ράβδος. Μια κοινή ράβδος φτιαγμένη από μεταλλικά φύλλα τα οποία δεν είναι σταθερά συνδεδεμένα μεταξύ τους και μπορούν να ολισθαίνουν το ένα σε σχέση με το άλλο όταν η ράβδος κάμπτεται συμπεριφέρεται πολύ καλύτερα. Επίσης στα ημιελλειπτικά ελατήρια, η εσωτερική τριβή που αναπτύσσεται στα φύλλα όταν αυτά κάμπτονται μετατρέπει την κινητική ενέργεια σε θερμότητα και ουσιαστικά έτσι αποσβένει τις ταλαντώσεις για αυτό και στην αρχή τα πρώτα αυτοκίνητα δεν χρησιμοποιούσαν καθόλου επιπρόσθετα αμορτισέρ[1]. Στο παρακάτω σχήμα παρατηρούμε το ημιελλειπτικό ελατήριο και το πως είναι τοποθετημένο στο όχημα. Συνδέεται με έναν σύνδεσμο U-bolt με τον άξονα του τροχού καθώς επίσης στις 2 του άκρες συνδέεται με το σώμα του αυτοκινήτου.



**Εικόνα 2:** Ημιελλειπτικό ελατήριο αμαξώματος

### 1.1.3 Ράβδοι στρέψης (torsion bar)

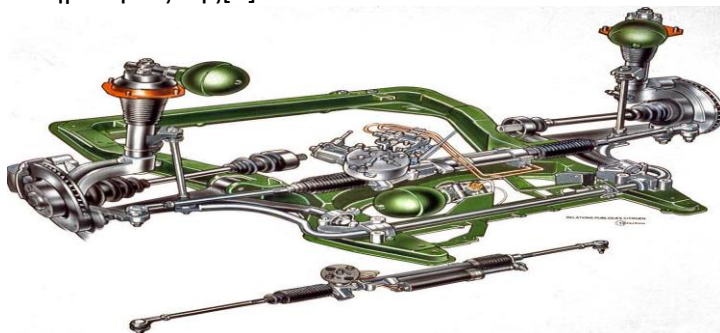
Είναι ουσιαστικά μια ράβδος της οποίας το ένα άκρο είναι αρθρωμένο με το αμάξωμα και το άλλο με μια μοχλική συναρμογή που συνδέεται με την ανάρτηση. Οι κατακόρυφες κινήσεις του τροχού συστρέφουν μέσω ενός μοχλού τη ράβδο η οποία με τον τρόπο αυτόν αποθηκεύει την απαιτούμενη ενέργεια. Η ράβδος στρέψης με άλλα λόγια παίζει το ρόλο του ελατηρίου[1]. Το σύστημα αυτό καταφέρνει ουσιαστικά να συγκρατεί τους 2 τροχούς και συνεπώς τα 2 αμορτισέρ με αποτέλεσμα η δύναμη που προκαλείται σε ένα από αυτά όταν το αυτοκίνητο εισέρχεται σε μια στροφή μεταφέρεται μέσω της ράβδου και στο άλλο εξισορροπώντας καλύτερα το όχημα[11].



Εικόνα 3: Ράβδος στρέψης

### 1.1.4 Πνευματικά ελατήρια

Σε αυτού του είδους τα συστήματα τα συμβατικά ελατήρια αντικαθιστούνται με ελαστικά δοχεία αέρος. Κάθε τέτοιο δοχείο είναι γεμάτο συμπιεσμένο αέρα, ο οποίος συγκρατεί το βάρος του οχήματος. Όταν ο τροχός συναντήσει ένα εξόγκωμα του δρόμου αέρας συμπιέζεται περισσότερο και απορροφά την ταλάντωση. Μια αντλία αέρος παρέχει αέρα στο σύστημα. Ο αέρας αυτός κατόπιν πηγαίνει διαμέσου λεπτών σωλήνων στα δοχεία. Το όλο σύστημα είναι σχεδιασμένο ώστε όχι μόνο να απορροφά τις ανωμαλίες του εδάφους αλλά και να διατηρεί σταθερό ύψος του οχήματος από το δρόμο ανεξαρτήτως βάρους. Υπάρχει ακόμα και δυνατότητα να ανασηκώνεται το όχημα σε αρκετό ύψος πάνω από το κανονικό, κατά βούληση του οδηγού. Αυτό μπορεί να αποδειχτεί ωφέλιμο σε περιπτώσεις ανώμαλου εδάφους, παρά το γεγονός ότι η υπερύψωση της ανάρτησης συχνά από αύξησης της σκληρότητας της[1].



Εικόνα 4: Πνευματικό σύστημα ανάρτησης αυτοκινήτου

## 1.2 Αποσβεστήρες

Η αρχή λειτουργίας στην οποία βασίζεται ένας αποσβεστήρας είναι ότι με την κίνηση της ανάρτησης ένα μικρό έμβολο αναγκάζεται σε παλινδρόμηση μέσα σε έναν κύλινδρο γεμάτο με υγρό. Το υγρό πιέζεται και αναγκάζεται να περάσει μέσα από κάποιες οπές. Επειδή κάτι τέτοιο δεν είναι εύκολο, ενεργοποιείται μια δύναμη αντίδρασης από την κίνηση του πιστονιού, άρα και από την κίνηση της ανάρτησης. Δηλαδή αυτό που κάνει το υδραυλικό αμορτισέρ είναι να μετατρέπει την κινητική ενέργεια της παλινδρομικής κίνησης του τροχού σε τριβή μεταξύ των μορίων του λαδιού και σε θερμότητα η οποία αποβάλλεται.

Υπάρχουν δύο ειδών αποσβεστήρες κυρίως, αυτοί που λειτουργούν με τριβή και αυτοί που λειτουργούν με το ιξώδες του ρευστού. Η δύναμη απόσβεσης στους αποσβεστήρες με τριβή είναι μέγιστη όταν ξεκινάει η κίνηση, ενώ στην συνέχεια μειώνεται σταδιακά μέχρι μια τελική τιμή, η οποία μένει σταθερή ανεξάρτητα από την ταχύτητα. Έτσι, συνεπάγεται ότι η απόσβεση είναι μεγάλη σε μικρές ταχύτητες, ενώ είναι μικρή σε μεγάλες ταχύτητες[7].

### 1.2.1 Μαγνητοροϊκοί αποσβεστήρες

Οι μαγνητικοί αποσβεστήρες είναι δημιούργημα της αμερικάνικης εταιρείας Delphi και είναι γνωστά με το εμπορικό όνομα Magnetic Ride control. Η μαγνητοροϊκή αρχή της λειτουργίας του συστήματος βασίζεται στην ιδιότητα ενός ειδικού υγρού να μεταβάλλει την ρευστότητα του ανάλογα με την ένταση του μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκεται. Το ρευστό αυτό μπορεί να γίνει λεπτόρρευστο όσο ένα λιπαντικό SAE 10 έως τόσο παχύρρευστο όσο μια βαλβολίνη SAE 80 και αυτό γίνεται ακαριαία. Αυτός του είδους αποσβεστήρας δεν αποτελείται ούτε από ελατήρια ούτε από βαλβίδες είτε οπές. Αποτελείται από έναν αυλό με έναν ηλεκτρομαγνήτη[5].



Εικόνα 5: μαγνητοροϊκή ανάρτηση



### 1.2.2 Ρυθμιζόμενοι αποσβεστήρες

Τα περισσότερα τέτοια συστήματα λειτουργούν μέσω μιας ή δύο ηλεκτρομαγνητικά ελεγχόμενων διόδων του υδραυλικού υγρού οι οποίες παίζουν το ρόλο μιας κεντρικής μονάδας ανοιχτής διόδου. Στις διόδους αυτές υπάρχουν βαλβίδες που λειτουργούν σε θέσεις On-Off δηλαδή κρατούν τις διόδους εντελώς ανοιχτές ή εντελώς κλειστές. Με τον τρόπο αυτό ελέγχεται το συνολικό εμβαδόν των ανοιγμάτων διέλευσης του υγρού και επιτρέπονται δύο ή τρεις διαφορετικές ρυθμίσεις των χαρακτηριστικών απόσβεσης του αποσβεστήρα [5].

### 1.2.3 Υδραυλικός αποσβεστήρας

Η αρχή λειτουργίας του υδραυλικού αποσβεστήρα βασίζεται στο ότι με την κίνηση της ανάρτησης ένα μικρό έμβολο αναγκάζεται σε παλινδρομική κίνηση μέσα σε ένα κύλινδρο γεμάτο με κάποιο υγρό το οποίο είναι συνήθως λάδι. Το υγρό αυτό πιέζεται και αναγκάζεται να περάσει μέσα από ορισμένες οπές. Λόγω της δυσκολίας να περάσει δημιουργείται μια δύναμη αντίδρασης στην κίνηση του πιστονιού άρα και στην κίνηση της ανάρτησης σε τριβή μεταξύ των μορίων του λαδιού και σε θερμότητα η οποία αποβάλλεται προς το εξωτερικό περιβάλλον. Οι αποσβεστήρες που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι ακριβώς της ίδιας λογικής απλά έχουν στο έμβολο τους οπές διαφορετικών διαστάσεων και μονόδρομες αλυσίδες. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνουν διαφορετική δύναμη απόσβεσης ανάλογα με την διεύθυνση που κινούνται[5].



Εικόνα 6: Υδραυλικός αποσβεστήρας

### 1.3 Συστήματα ανάρτησης αυτοκινήτου

Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου αποτελείται από ένα σύνολο στοιχείων τα οποία συνδέουν τα ελαστικά του αυτοκινήτου με το σώμα του[3]. Ο σκοπός για τον οποίο τοποθετούνται οι αναρτήσεις στα αυτοκίνητα είναι η μείωση των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου και η άνεση των επιβατών κατά την οδήγηση. Κύριο μέλημα σε ένα σύστημα ανάρτησης είναι να μην χαθεί η επαφή ανάμεσα στους τροχούς του αυτοκινήτου και το έδαφος διότι τότε το όχημα είναι μη ελεγχόμενο και δεν μπορεί ούτε να στρίψει ούτε να αυξομειώσει την ταχύτητα του[1].

#### **Τα συστήματα αναρτήσεων χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:**

Τα παθητικά συστήματα, τα ενεργητικά συστήματα και τα ημιενεργητικά συστήματα[1].

- Στις παθητικές αναρτήσεις τις οποίες χρησιμοποιούν σχεδόν όλα τα οχήματα δεν μπορούμε να αλλάξουμε την σταθερά απόσβεσης και την σκληρότητα του ελατηρίου.
- Στις ενεργητικές αναρτήσεις με την βοήθεια διαφόρων επενεργητών είτε αισθητήρων μπορούμε να μεταβάλουμε διάφορα δυναμικά χαρακτηριστικά όπως η ταχύτητα είτε η γωνία κλίσης του οχήματος το οποίο θα μελετήσουμε στη συνέχεια αυτής της πτυχιακής.
- Στις ημιενεργητικές αναρτήσεις η μεταβολή των δυναμικών χαρακτηριστικών γίνεται με την αλλαγή της γεωμετρίας του εμβόλου του αποσβεστήρα είτε με αλλαγή της συνεκτικότητας του ρευστού.
- Οι παθητικές αναρτήσεις παρατηρούνται στις πίσω αναρτήσεις πολλών οχημάτων και στις μπροστά αναρτήσεις βαρέων φορτηγών. Οι παθητικές αναρτήσεις είναι σχεδιασμένες έτσι ώστε να προσδίδουν αντοχή αλλά όχι άριστη άνεση κατά την οδήγηση.
- Τις ενεργητικές αναρτήσεις τις έχουν σχεδόν όλα τα οχήματα εμπρός και πίσω μιας και παρέχουν άριστη άνεση κατά την διάρκεια της οδήγησης.
- Οι ημιενεργητικές αναρτήσεις παρέχουν μια σχετικά καλή ποιότητα άνεσης κατά την οδήγηση και έχουν πιο οικονομικό κόστος σε σχέση με τις ενεργητικές αναρτήσεις.

### 1.3.1 Άκαμπτος άξονας

Το πρώτο σύστημα αναρτήσεων που κατασκευάστηκε στην αυτοκινητοβιομηχανία αποτελούταν από τον άκαμπτο άξονα δηλαδή από μία δοκό η οποία ήταν τοποθετημένη κατά μήκος του αυτοκινήτου συνδέοντας τους 2 τροχούς με τον άξονα αυτόν να συνδέεται με το πλαίσιο του αυτοκινήτου μέσω ελατηρίων. Σήμερα αυτό το σύστημα δεν χρησιμοποιείται σε αυτοκίνητα δρόμου καθώς τα αποτελέσματα είναι μηδαμινά ως προς την μείωση της ταλάντωσης ωστόσο σε άλλα αυτοκίνητα στα οποία το μέγιστο ζητούμενο είναι η βέλτιστη αντοχή είναι πολύ πιθανόν να χρησιμοποιηθούν[14].



**Εικόνα 7:** δομή συστήματος ανάρτησης με άκαμπτο άξονα

### 1.3.2 Ημιάκαμπτος άξονας

Μία δεύτερη κατηγορία συστήματος ανάρτησης είναι αυτές που χρησιμοποιούν ημιάκαμπτο άξονα. Ουσιαστικά αποτελεί μια παραλλαγή του συστήματος ανάρτησης με άκαμπτο άξονα αλλά με την διαφορά ότι στις άκρες του άξονα υπάρχουν δυο κάθετοι χαλύβδινοι βραχίονες με φορά προς τα μέσα στους οποίους εδράζονται οι τροχοί του αυτοκινήτου. Στις πάνω άκρες υπάρχουν ειδικές διαμορφώσεις στις οποίες μέσω κοχλιών μπορούν να δεθούν με το πλαίσιο του αυτοκινήτου[14].

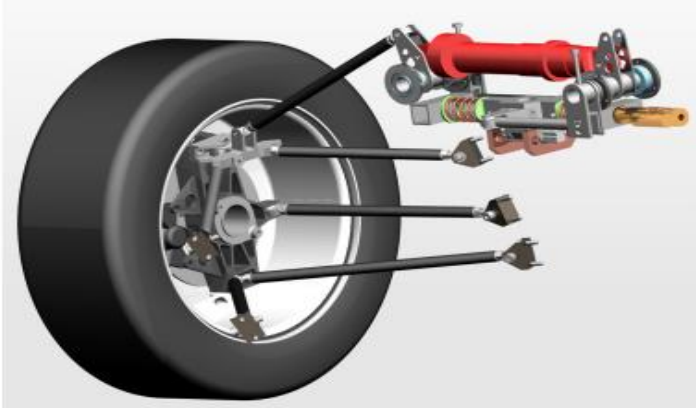


**Εικόνα 8:** δομή συστήματος ανάρτησης με ημιάκαμπτο άξονα

### 1.3.3 Ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων

Η ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων μοιάζει με μία ανάρτηση με διπλά ψαλίδια, όπου το καθένα από αυτά έχει χωριστεί σε δύο βραχίονες(συνολικά τέσσερις) και μερικές φορές προστίθεται και ένας πέμπτος. Ο κάθε βραχίονας υπεύθυνος για μια συγκεκριμένη παράμετρο της θέσης και της κινησιολογίας του τροχού, όπως είναι η μεταβολή της γωνίας κάμπερ, η διαμήκης σταθερότητα και η εγκάρσια τοποθέτηση.

Αξίζει να σημειωθεί ότι πολλές εταιρείες εξοπλίζουν τα ίδια μοντέλα με ανάρτηση ημιάκαμπτου άξονα στις «απλές» εκδόσεις και πολλαπλών συνδέσμων στις ακριβότερες[10].



Εικόνα 9: Ανάρτηση πολλαπλών συνδέσμων

### 1.3.4 Ανάρτηση με διπλά ψαλίδια

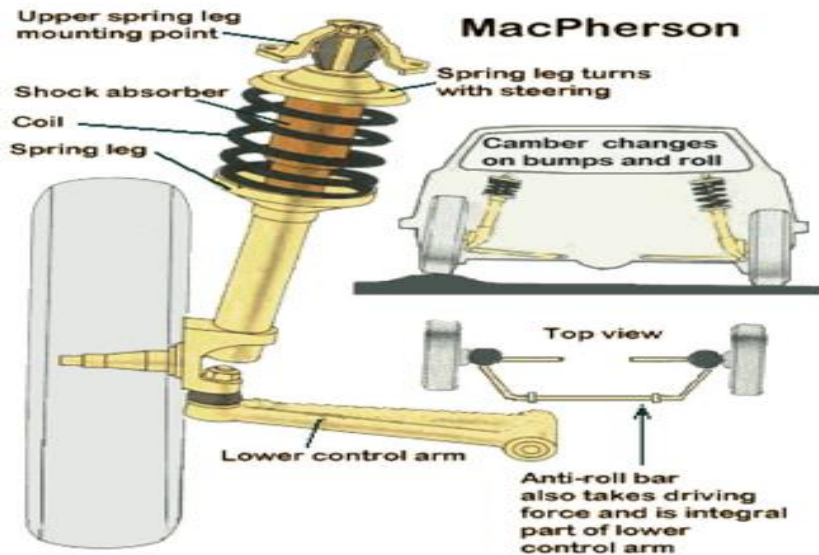
Αποτελούνται από βραχίονες που έχουν διχαλωτό σχήμα παρόμοιο με αυτό του κεφαλαίου ελληνικού γράμματος (Λ). Στην ανάρτηση του κάθε τροχού τα ψαλίδια είναι δύο, το πάνω και το κάτω, κι έχουν τα δύο του πόδια το καθένα. Η βάση του κάθε ψαλιδιού, δηλαδή τα δύο του πόδια συνδέονται αρθρωτά σε κάποιο σταθερό σημείο του σασί και στην κορυφή του το κάθε ψαλίδι έχει έναν ακόμα αρθρωτό σύνδεσμο, με τον οποίο συνδέεται με την τέταρτη κατακόρυφη πλευρά του αρθρωτού τετράπλευρου, που δεν είναι άλλη από το φορέα του άξονα του τροχού. Το πρώτο όχημα που παρουσίασε αυτού του είδους ήταν το Packard One-Twenty της εταιρείας Packard Motor Car Company το 1935. Αυτή την στιγμή βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε αγωνιστικά οχήματα υψηλών επιδόσεων[15].



Εικόνα 10: Ανάρτηση με διπλά ψαλίδια

### 1.3.5 Ανάρτηση Mac Pherson

Σε αυτό το σύστημα ανάρτησης χρησιμοποιείται μόνο ένα αρθρωτό ψαλίδι το οποίο συνδέει το σασί με το κάτω μέρος του φορέα του τροχού. Στην επάνω πλευρά δεν υπάρχει ψαλίδι αλλά μια κατακόρυφη τηλεσκοπική αντηρίδα η οποία έχει μέσα της τα αμορτισέρ και γύρω της ένα μακρύ σπειροειδές ελατήριο. Αυτή η τηλεσκοπική αντηρίδα ενσωματώνεται στο κάτω μέρος χωρίς άρθρωση με το φορέα του άξονα του τροχού και στο πάνω μέρος στερεώνεται με μια σχεδιασμένη πυργοειδή εσοχή[5].



Εικόνα 11: Ανάρτηση Mac Pherson

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 Μέθοδος Lagrange

Η εξίσωση Lagrange εκφράζει τις διαφορικές εξισώσεις Lagrange για συντηρητικό σύστημα με την βοήθεια της συνάρτησης L. Η συνάρτηση L είναι η διαφορά της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του συστήματος. Οι εξισώσεις Lagrange είναι τόσες όσες και οι γενικευμένες συντεταγμένες του συστήματος που το περιγράφουν[3].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial P_c}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}}$$

The diagram illustrates the decomposition of the Lagrange equation into four terms, each enclosed in a green box and connected to the equation by a blue arrow:

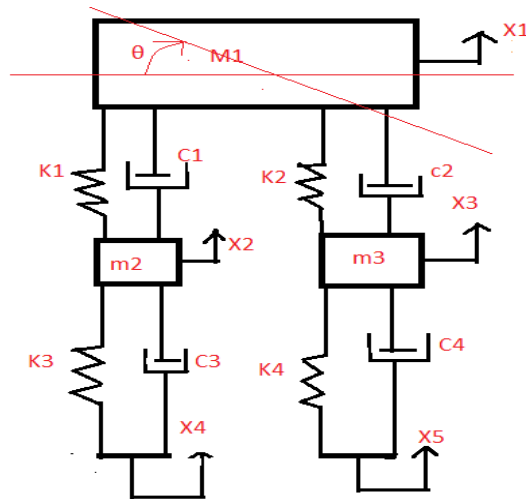
- Αδρανειακός όρος** (Inertial term) points to the  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right)$  term.
- Όρος ελαστικότητας** (Elasticity term) points to the  $-\frac{\partial L}{\partial q}$  term.
- Όρος διάχυσης** (Damping term) points to the  $+\frac{\partial P_c}{\partial \dot{q}}$  term.
- Όρος διέγερσης** (Excitation term) points to the  $=\frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}}$  term.

Όπου  $L=T-U$  με T το σύνολο της κινητικής ενέργειας του συστήματος και U το σύνολο της δυναμικής ενέργειας του συστήματος.

Με αντικατάσταση σε αυτήν την σχέση καταλήγουμε πάντα σε μία εξίσωση αυτής της μορφής  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = Fs$

## 2.2 Εξισώσεις κίνησης για το δυναμικό σύστημα

Στα πλαίσια αυτής της πτυχιακής θα ασχοληθούμε με το παρακάτω δυναμικό σύστημα 4 βαθμών ελευθερίας το οποίο αναπαριστά το εμπρόσθιο σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου (half car suspension model).



Σχήμα 1: Εμπρόσθιο δυναμικό σύστημα αυτοκινήτου

### 2.2.1 Αριθμητικά δεδομένα-Υπολογισμοί στην αρχική κατάσταση

- Υποθέτοντας ότι η γωνία περιστροφής του οχήματος είναι πάρα πολύ μικρή:  $\tan\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\sin\theta \approx \theta$
- Θεωρώντας ελάχιστη περιστροφή του οχήματος γύρω από το κέντρο μάζας του  $u = L \frac{\dot{\theta}}{2} \sin\theta = \frac{L\theta}{2}$
- $x_4, x_5$  είναι οι μετατοπίσεις λόγω των κινηματικών διεγέρσεων που δέχονται οι τροχοί
- Δεδομένα δυναμικού συστήματος:

$M_1 = 600 \text{ kg}$
$m_2 = m_3 = 50 \text{ kg}$
$k_1 = k_2 = 10^5 \text{ N/m}$
$k_3 = k_4 = 30000 \text{ N/m}$
$c_1 = c_2 = 4000 \text{ Ns/m}$
$c_3 = c_4 = 5000 \text{ Ns/m}$
$L = 1 \text{ m}$
$l = 1000 \text{ m}^4$

Πίνακας 1: τιμές μεταβλητών

- $x_{s1}, x_{s2}, x_{s3}, x_{s4}$  είναι οι αρχικές συσπειρώσεις των ελατηρίων του συστήματος μας (στην θέση ισορροπίας των μαζών η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με το συνολικό βάρος που ασκείται στο ελατήριο).
- Τα ελατήρια των μαζών  $m_2, m_3$  έχουν κοινή συσπίρωση

### 1) Για την αναρτώμενη μάζα $M_1$

$$W_1 = F_{S1} + F_{S2}$$

$$m_1 \cdot g = -2K \cdot X_s$$

$$X_{s1,2} = \frac{m_1 g}{-2k} = -0,02943 \text{ m} = -29,43 \text{ mm}$$

### 2) Για τις μη αναρτώμενες μάζες $m_2$ και $m_3$

$$W_2 + F_{S1} = F_{S3}$$

$$-K_3 \cdot X_{s3} = m_2 \cdot g - k_1 \cdot X_{s1}$$

$$X_{s3,4} = \frac{m_2 g - k_1 \cdot X_{s1}}{-K_3} = -0,11445 \text{ m} = -11,45 \text{ mm}$$

### ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

$m_1$ : Αναρτώμενη μάζα οχήματος

$m_2$ : Μη αναρτώμενη μάζα οχήματος

$m_3$ : Μη αναρτώμενη μάζα οχήματος

$k_1$ : σταθερά ελατηρίου

$k_2$ : σταθερά ελατηρίου

$k_3$ : σταθερά ελατηρίου

$k_4$ : σταθερά ελατηρίου

$c_1$ : σταθερά απόσβεσης

$c_2$ : σταθερά απόσβεσης

$c_3$ : σταθερά απόσβεσης

$c_4$ : σταθερά απόσβεσης

$X_1$ : μετατόπιση μάζας  $m_1$

$X_2$ : μετατόπιση μάζας  $m_2$

$X_3$ : μετατόπιση μάζας  $m_3$

$I$ : ροπή αδράνειας αναρτώμενης μάζας οχήματος

$\theta$ : γωνία στροφής αναρτώμενης μάζας οχήματος

$\dot{X}_1$ : ταχύτητα αναρτώμενης μάζας  $m_1$

$\dot{X}_2$ : ταχύτητα μη αναρτώμενης μάζας  $m_2$

$\dot{X}_3$ : ταχύτητα μη αναρτώμενης μάζας  $m_3$

$\dot{\theta}$ : γωνιακή ταχύτητα αναρτώμενης μάζας οχήματος

$g$ : επιτάχυνση της βαρύτητας



L: Απόσταση μεταξύ των δύο κόμβων των ελατηρίων που προσδένονται στην μάζα M

Xs1: Συσπείρωση ελατήριου

Xs2: Συσπείρωση ελατήριου

Xs3: Συσπείρωση ελατήριου

Xs4: Συσπείρωση ελατήριου

## 2.2.2 Εξισώσεις Lagrange

Η παρακάτω εξίσωση περιγράφει το θεώρημα Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial P_c}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}} \quad \text{όπου η } q \text{ είναι η ανεξάρτητη κινηματική μεταβλητή}$$

Η συνολική δυναμική ενέργεια στο σύστημα μας είναι:

$$U = \frac{1}{2} k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l \cdot \theta}{2} - x_{s1} \right)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l \theta}{2} - x_{s2} \right)^2 + \frac{1}{2} k_3 \left( x_3 - x_5 - x_{s3} \right)^2 + \frac{1}{2} k_4 \left( x_2 - x_4 - x_{s4} \right)^2 - m_1 \cdot g \cdot x_1 - m_2 \cdot g \cdot x_2 - m_3 \cdot g \cdot x_3 \quad \{1\}$$

Η συνολική κινητική ενέργεια στο σύστημα μας είναι:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \dot{x}_3^2 + \frac{1}{2} I \cdot \dot{\theta}^2 \quad \{2\}$$

Άρα η συνάρτηση L είναι:

$$L = \frac{1}{2} m_1 \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \dot{x}_3^2 + \frac{1}{2} I \cdot \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l \theta}{2} - x_{s1} \right)^2 - \frac{1}{2} k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l \theta}{2} - x_{s2} \right)^2 - \frac{1}{2} k_3 \left( x_3 - x_5 - x_{s3} \right)^2 - \frac{1}{2} k_4 \left( x_2 - x_4 - x_{s4} \right)^2 + m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3 \quad \{3\}$$

Επιπλέον η ισχύς διάχυσης είναι:

$$P_c = \frac{1}{2} c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l \dot{\theta}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} c_2 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l \dot{\theta}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} c_3 \left( \dot{x}_3 - \dot{x}_5 \right)^2 + \frac{1}{2} c_4 \left( \dot{x}_2 - \dot{x}_4 \right)^2 \quad \{4\}$$

➤ Εξίσωση Lagrange για την αναρτώμενη μάζα m<sub>1</sub>:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1 \quad \{5a\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right] = m_1 \ddot{x}_1 \quad \{5b\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l_0}{2} - x_{s1} \right) - k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l_0}{2} - x_{s2} \right) + m_1 g \quad \{5c\}$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial \dot{x}_1} = c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l_0}{2} \right) + c_2 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l_0}{2} \right) \quad \{5d\}$$

Άρα λοιπόν

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l_0}{2} - x_{s1} \right) + k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l_0}{2} - x_{s2} \right) - m_1 g + c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l_0}{2} \right) + c_2 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l_0}{2} \right) = 0 \quad \{5\}$$

➤ Εξίσωση Lagrange για την μη αναρτώμενη μάζα m<sub>2</sub>:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2 \quad \{6a\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] = m_2 \ddot{x}_2 \quad \{6b\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l_0}{2} - x_{s1} \right) - k_4 \left( x_2 - x_4 - x_{s4} \right) + m_2 g \quad \{6c\}$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial \dot{x}_2} = -c_4 \left( \dot{x}_2 - \dot{x}_4 \right) + c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l_0}{2} \right) \quad \{6d\}$$

Άρα λοιπόν

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l_0}{2} - x_{s1} \right) + k_4 \left( x_2 - x_4 - x_{s4} \right) - m_2 g - c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l_0}{2} \right) + c_4 \left( \dot{x}_2 - \dot{x}_4 \right) = 0 \quad \{6\}$$

➤ Εξίσωση Lagrange για την μη αναρτώμενη μάζα m<sub>3</sub>:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_3} = m_3 \dot{x}_3 \quad \{7a\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_3} \right] = m_3 \ddot{x}_3 \quad \{7b\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l_0}{2} - x_{s2} \right) - k_3 \left( x_3 - x_5 - x_{s3} \right) + m_3 g \quad \{7c\}$$

$$\frac{\Theta P_c}{\Theta \dot{x}_3} = c_3 * (\dot{x}_3 - \dot{x}_5) - c_2 * (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{\dot{\theta}}{2}) \quad \{7d\}$$

Άρα λοιπόν

$$m_3 * \ddot{x}_3 + k_3 * (x_3 - x_5 - X_{s3}) - k_2 * (x_1 - x_3 + \frac{\theta}{2} - X_{s2}) - m_3 * g - c_1 * (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{\dot{\theta}}{2}) + c_3 * (\dot{x}_3 - \dot{x}_5) = 0 \quad \{7\}$$

➤ Εξίσωση Lagrange για την γωνία στροφής  $\theta$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = I \dot{\theta} \quad \{8a\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right] = I * \ddot{\theta} \quad \{8b\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = k_1 \frac{1}{2} (x_1 - x_2 - \frac{\theta}{2} - X_{s1}) - k_2 \frac{1}{2} (x_1 - x_3 + \frac{\theta}{2} - X_{s2}) \quad \{8c\}$$

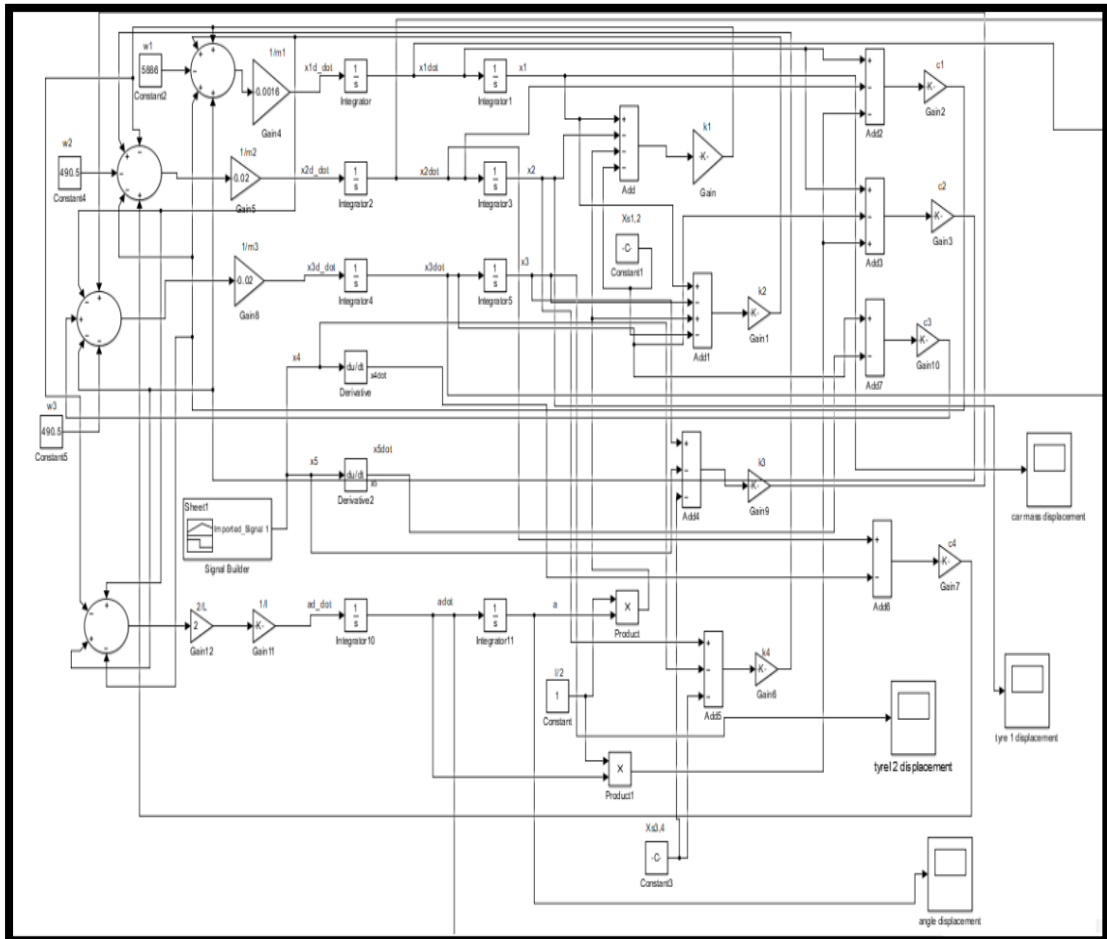
$$\frac{\partial P_c}{\partial \dot{\theta}} = -c_1 (\dot{x}_3 - \dot{x}_5) + c_2 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{\dot{\theta}}{2}) \quad \{8d\}$$

Άρα λοιπόν

$$I * \ddot{\theta} + k_2 \frac{1}{2} (x_1 - x_3 + \frac{\theta}{2} - X_{s2}) - k_1 \frac{1}{2} (x_1 - x_2 - \frac{\theta}{2} - X_{s1}) - c_1 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{\dot{\theta}}{2} - X_{s1}) + c_2 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{\dot{\theta}}{2}) = 0 \quad \{8\}$$

### 2.2.3 Επίλυση στο Simulink

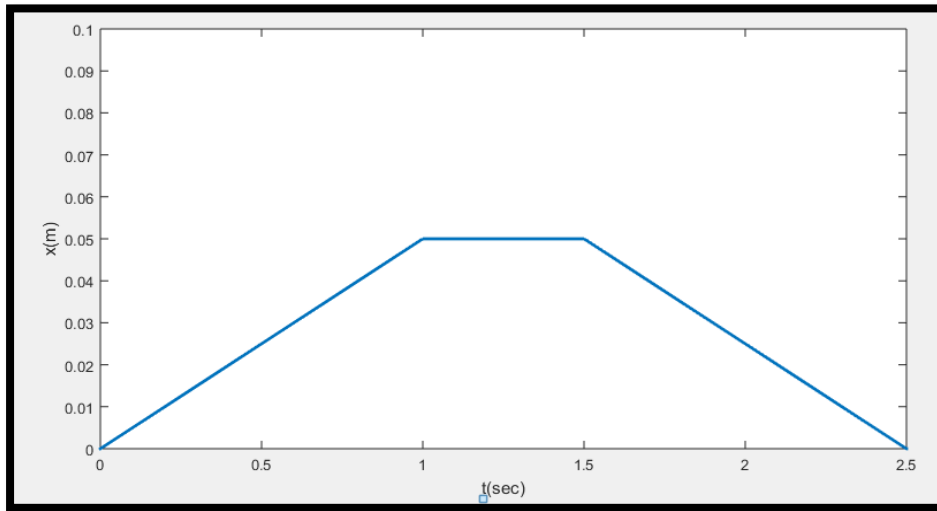
Το Simulink είναι ένα γραφικό περιβάλλον μοντελοποίησης και προσομοίωσης block διαγραμμάτων και μη γραμμικών συστημάτων. Αποτελεί επέκταση του Matlab και διαφοροποιείται από αυτό στο ότι διαθέτει ένα παραθυρικό γραφικό user interface και μπορεί να προσθέσει περεταίρω λειτουργίες στο Matlab [20]. Στο παρακάτω block diagram κατασκευάστηκαν οι εξισώσεις που προέκυψαν από το θεώρημα Lagrange.



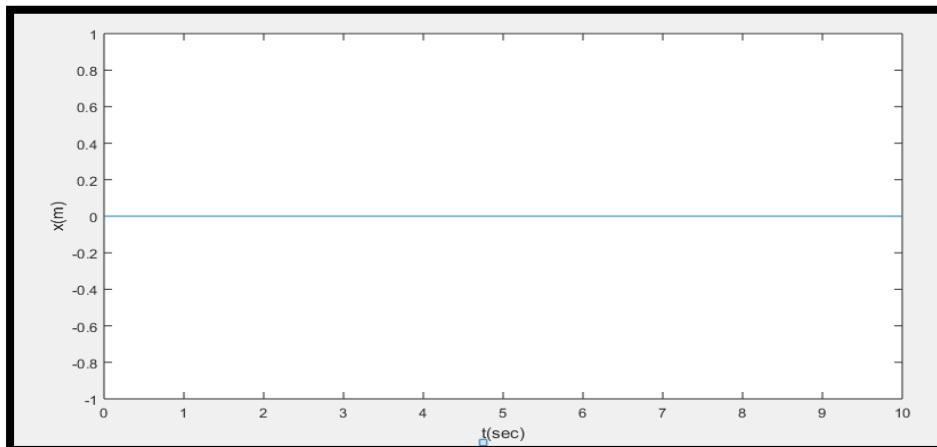
Σχήμα 2: Μοντέλο Simulink

### 2.2.4 Κινηματική διέγερση στους τροχούς

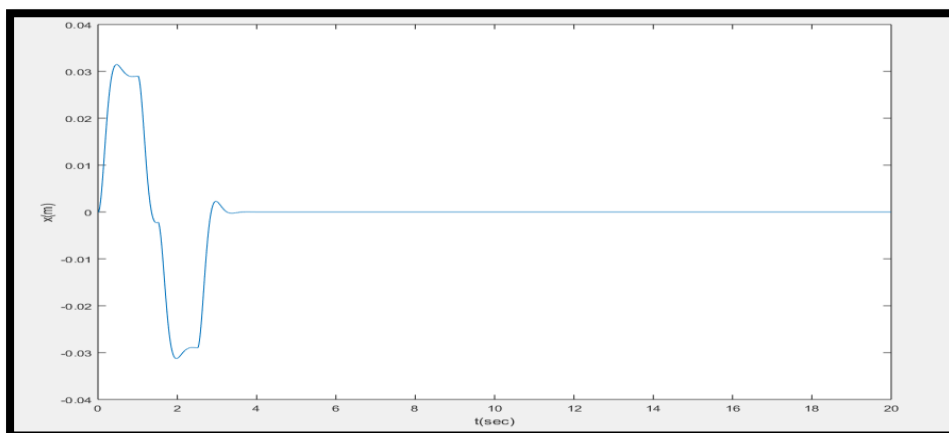
Για την επαλήθευση των εξισώσεων Lagrange θα επιβάλουμε τις ακόλουθες μετατοπίσεις στις μεταβλητές  $x_4, x_5$  του συστήματος λόγω κινηματικών διεγέρσεων.



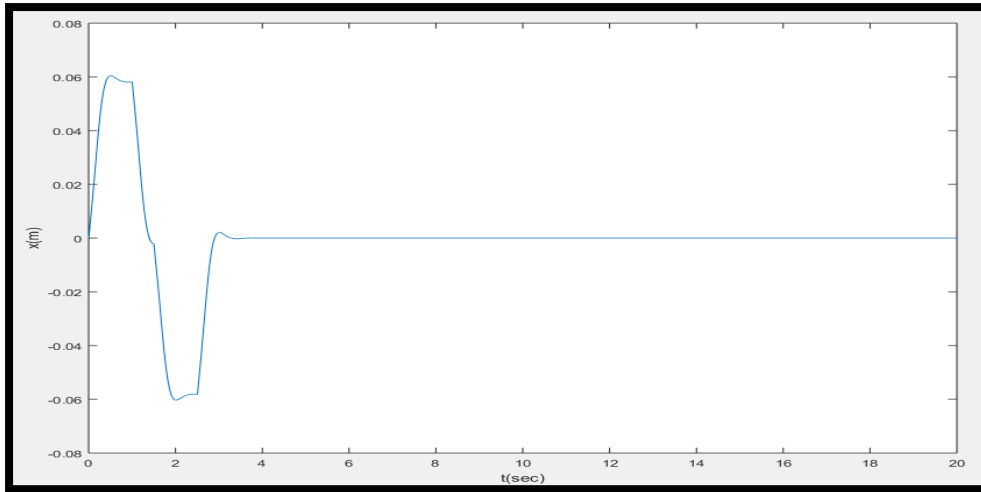
Σχήμα 3:  $x_4=f(t)$



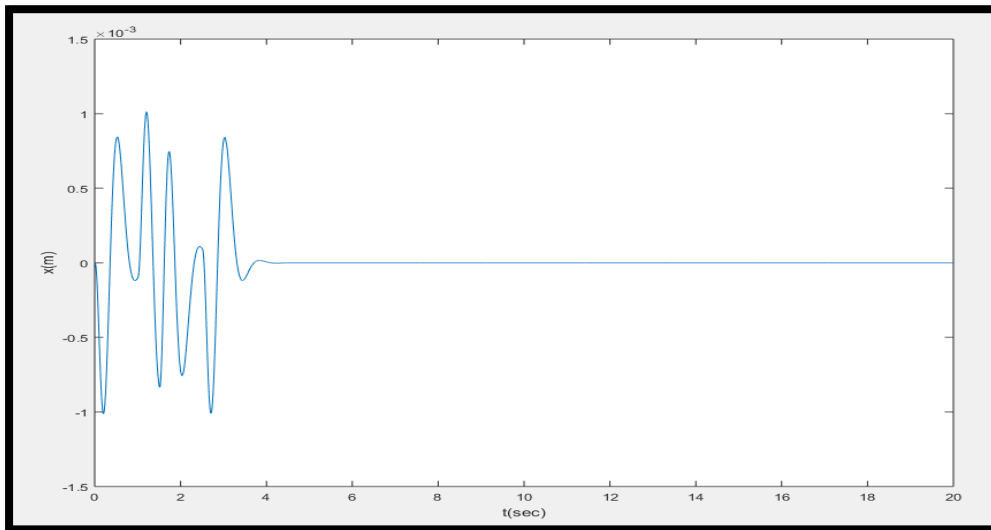
Σχήμα 4:  $x_5=f(t)$



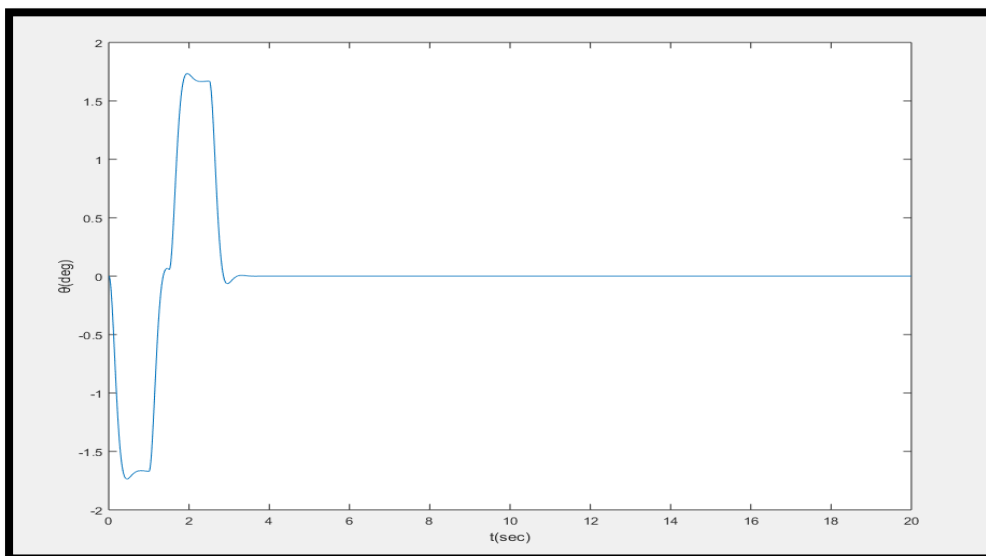
Σχήμα 5:  $x_1=f(t)$  μετατόπιση αναρτώμενης μάζας οχήματος



Σχήμα 6:  $x_2=f(t)$  μετατόπιση μάζας αριστερού τροχού



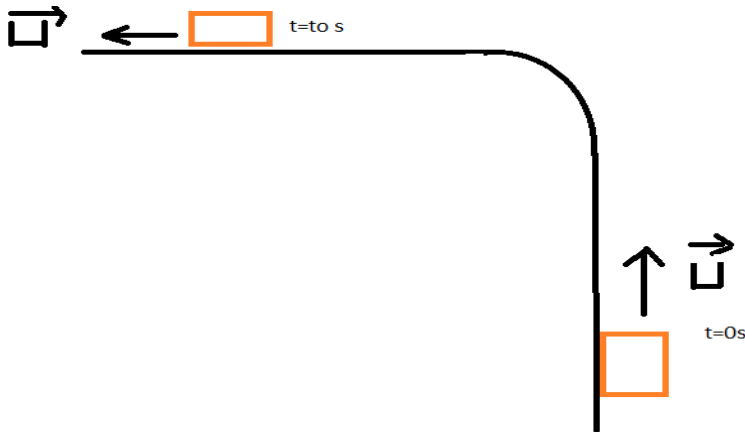
Σχήμα 7:  $x_3=f(t)$  μετατόπιση μάζας δεξιού τροχού



Σχήμα 8:  $\theta=f(t)$  γωνία στροφής μάζας οχήματος(roll angle)

### 2.3 Μοντελοποίηση συστήματος αυτοκινήτου σε στροφή

Σε αντίθεση με τις κινηματικές διεγέρσεις τώρα θα εφαρμόσουμε μια ροπή γύρω από τον άξονα (roll) έτσι ώστε να μοντελοποιήσουμε το όχημα σε στροφή και να εξαγάγουμε έπειτα τα διαγράμματα μετατόπισης των μαζών καθώς και της γωνίας στροφής του αυτοκινήτου(roll angle)



Σχήμα 9: Στροφή αυτοκινήτου

Κατά την στροφή του αυτοκινήτου ασκείται ακτινικά με φορά προς τα έξω μια φυγοκεντρική δύναμη  $F$  στο κέντρο μάζας. Επειδή ο άξονας περιστροφής δεν ταυτίζεται με το κέντρο μάζας αυτό έχει ως συνέπεια να δημιουργείται μια ροπή γύρω από το κέντρο περιστροφής που υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο.

$$M_{cent} = \frac{U^2 * m}{r} * s$$

#### ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

**m:** μάζα αυτοκινήτου(kg)

**U:** ταχύτητα αυτοκινήτου κατά την στροφή (m/s)

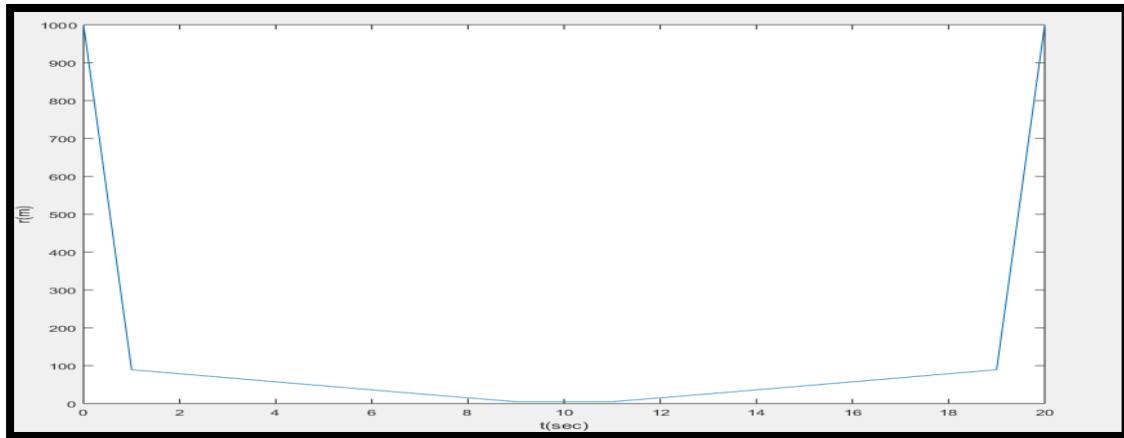
**S:** απόσταση του κέντρου περιστροφής από το κέντρο μάζας (m)

**r:** ακτίνα στροφής (m)

m(kg)	600
U(km/h)	30
s(mm)	40
R(mm)	5000

Πίνακας 2: τιμές μεταβλητών

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται ένα διάγραμμα της ακτίνας στροφής συναρτήσει του χρόνου. Στην αρχή και στο τέλος του διαγράμματος που το όχημα διανύει ευθεία δρόμο η ακτίνα τείνει προς το άπειρο ενώ κατά την διάρκεια της στροφής η συνάρτηση εμφανίζει ακρότατο στην τιμή της ακτίνας στην οποία πραγματοποιείται η στροφή.



Σχήμα 10 :  $r=f(t)$

### 2.3.1 Τροποποίηση εξισώσεων Lagrange

Σε αυτήν την περίπτωση θα λάβουμε υπόψιν την ισχύ(διάχυσης) που προκαλεί η ροπή στο σύστημα μας.

$$P_t = M\dot{\theta} \quad \{9a\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = I\dot{\theta} \quad \{9b\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right] = I\ddot{\theta} \quad \{9c\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = k_1 \frac{1}{2} (x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - x_{s1}) - k_2 \frac{1}{2} (x_1 - x_3 + \frac{l\theta}{2} - x_{s2}) \quad \{9d\}$$

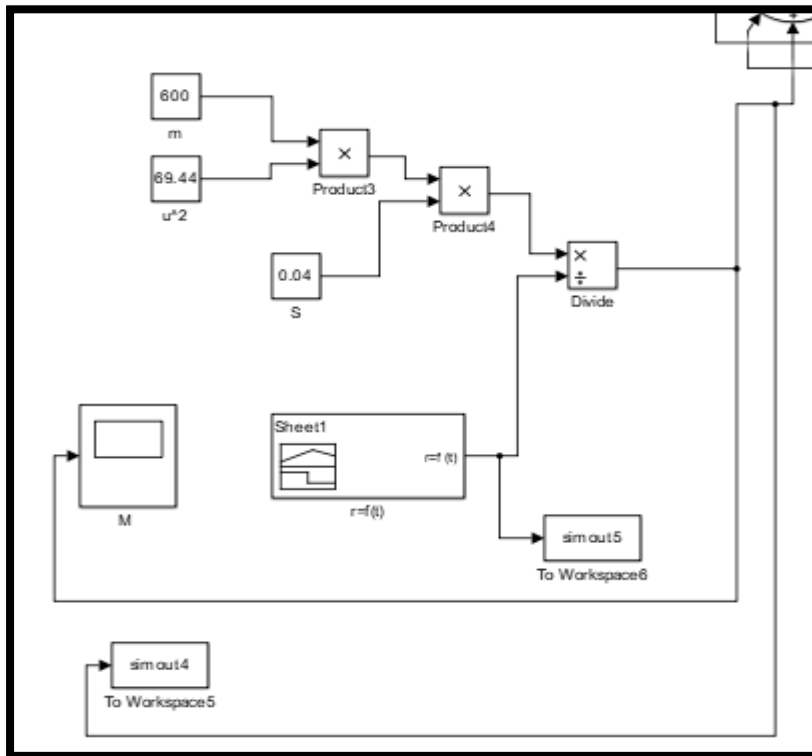
$$\frac{\partial P_c}{\partial \dot{\theta}} = -c_1 (\dot{x}_3 - \dot{x}_5) + c_2 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l\dot{\theta}}{2}) \quad \{9e\}$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial \dot{\theta}} = M \quad \{9f\}$$

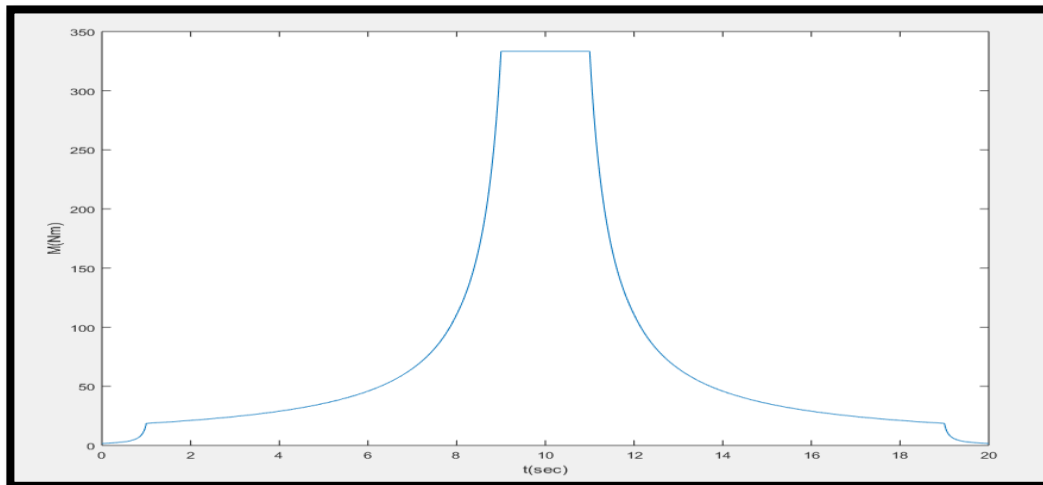
$$I\ddot{\theta} + k_2 \frac{1}{2} (x_1 - x_3 + \frac{l\theta}{2} - x_{s2}) - k_1 \frac{1}{2} (x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - x_{s1}) - c_1 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{l\dot{\theta}}{2} - x_{s1}) + c_2 \frac{1}{2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l\dot{\theta}}{2}) = M \quad \{9\}$$



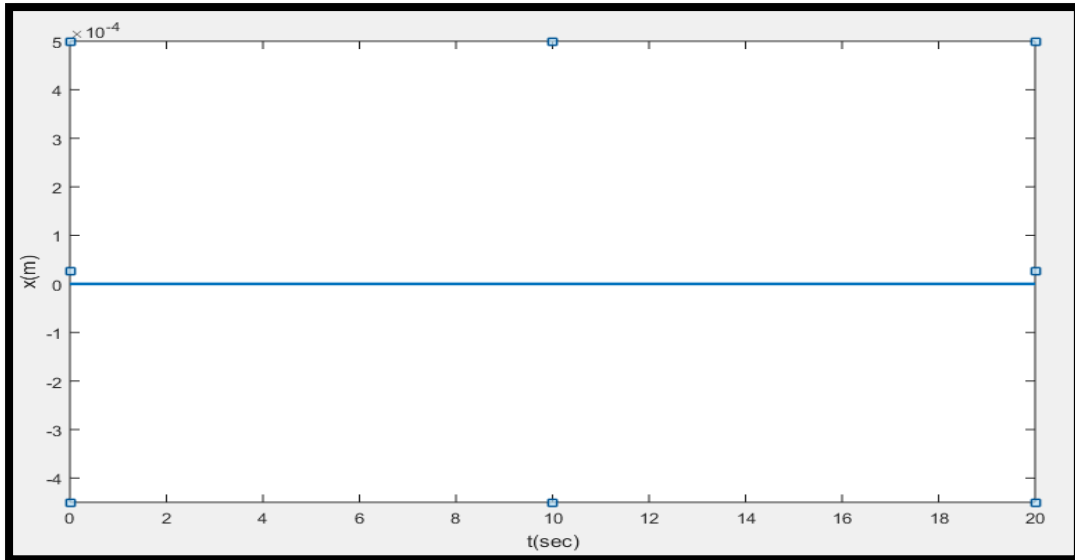
Τροποποιώντας λοιπόν τις εξισώσεις στο Simulink



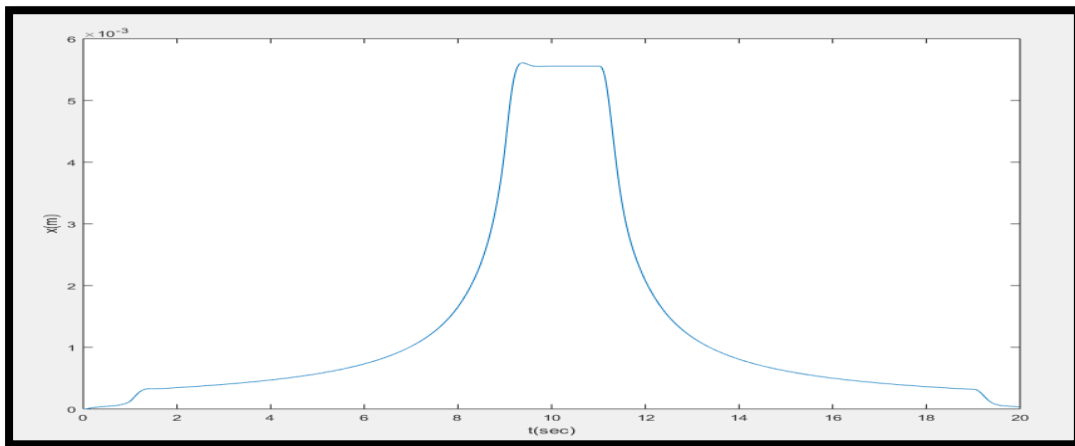
Σχήμα 11: Εισαγωγή της ροπής στις εξισώσεις του συστήματος



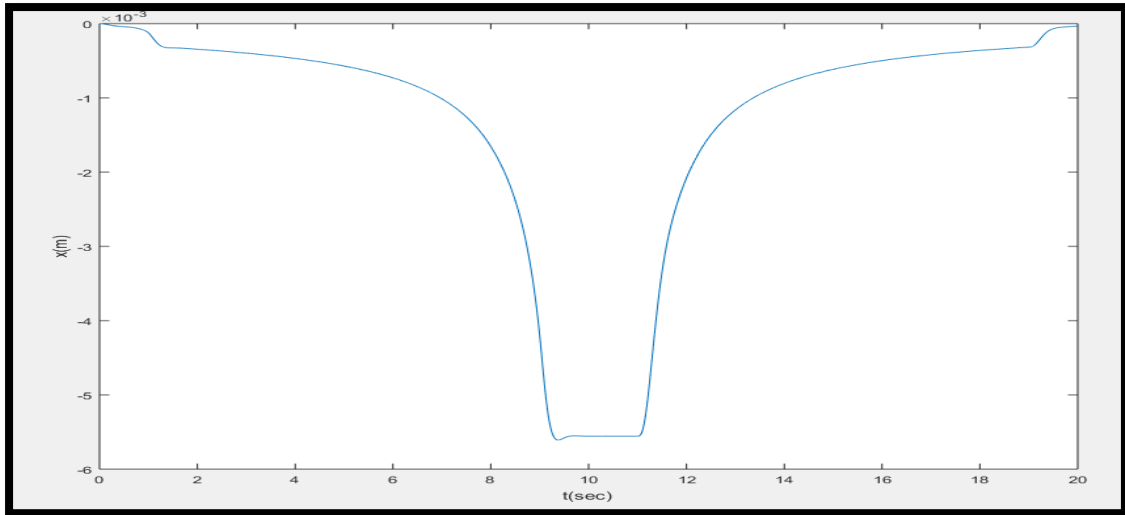
Σχήμα 12: Διάγραμμα ροπής που ασκείται στην μάζα του αυτοκινήτου



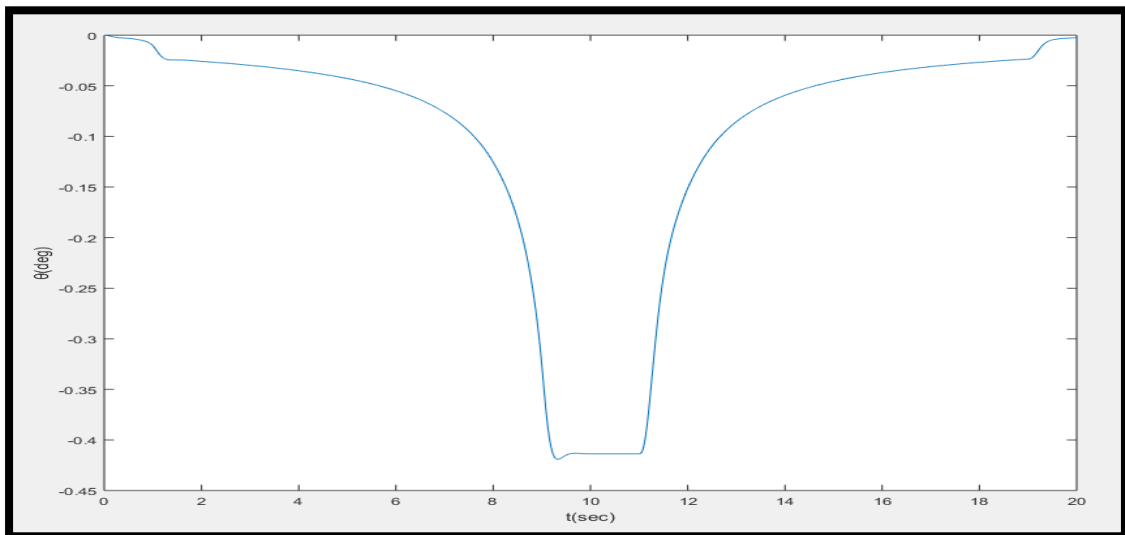
**Σχήμα 13:** Διάγραμμα μετατόπισης αυτοκινήτου



**Σχήμα 14:** Διάγραμμα μετατόπισης αριστερού τροχού



**Σχήμα 15:** Διάγραμμα μετατόπισης δεξιού τροχού



**Σχήμα 16:** Διάγραμμα γωνίας στροφής αυτοκινήτου κατά την μοντελοποίηση σε στροφή

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

#### 3.1 Μαγνητική δύναμη στον αποσβεστήρα

Εφαρμόζοντας μια μαγνητική δύναμη στο δυναμικό σύστημα θα επιχειρήσουμε να μειώσουμε την γωνία περιστροφής του οχήματος κατά την στροφή.

Η μαγνητική επαγωγή που δημιουργεί το κινούμενο ρευστό κατά μήκος του αγωγού (ανάρτηση) υπολογίζεται από τον νόμο Biot-Savart.

$$B = \mu * H = \frac{\mu * I * N}{g} \quad \{10\}$$

$$Fmg = \frac{B^2 * A}{\mu_0} = \frac{\mu_0 * I^2 * A * N^2}{g^2} \quad \{11\}$$

#### ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

**μ<sub>0</sub>**: μαγνητική διαπερατότητα κενού ( $4\pi * 10^{-7} \text{ T} * \text{m/A}$ )

**I**: ρεύμα (A)

**B**: μαγνητική επαγωγή (Tesla)

**H**: μαγνητική ένταση (ampere/meter)

**A**: εμβαδόν διατομής όπου ασκείται η μαγνητική δύναμη

**N**: Αριθμός σπειρών πηνίου

**g**: απόσταση μαγνήτη από την επιφάνεια

$\mu_0 (\text{T} * \text{m/A})$	$4\pi * 10^{-7}$
$A (\text{m}^2)$	0,1
N	3000
g (mm)	500

**Πίνακας 3:** τιμές μεταβλητών

### 3.2 Εισαγωγή μαγνητικής δύναμης στις εξισώσεις Lagrange

Εφαρμόζοντάς μια μαγνητική δύναμη θα προσπαθήσουμε να εξισορροπήσουμε το όχημα μας και να μηδενιστεί η γωνία κύλισης του οχήματος. Θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογής της δύναμης F και στο τέλος θα τις συγκρίνουμε με βάση την αποτελεσματικότητα τους και το πόσο πραγματοποιήσιμες είναι σαν λύσεις.

Αρχικά θα εφαρμόσουμε μια δύναμη F στον αριστερό τροχό του οχήματος και ύστερα και μια δεύτερη δύναμη στον δεξιό τροχό του οχήματος. Παρακάτω θα καταγράψουμε τις εξισώσεις κίνησης του οχήματος που προέκυψαν από το Lagrange λαμβάνοντας υπόψιν την μαγνητική δύναμη.

#### ➤ Για την πρώτη περίπτωση

Οι παρακάτω εξισώσεις είναι οι σχέσεις που προέκυψαν από την εφαρμογή του θεωρήματος Lagrange

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - X_{s1} \right) + k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l\theta}{2} - X_{s2} \right) - m_1 g + c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) + c_2 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) = 0 \quad \{5\}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - X_{s1} \right) + k_4 \left( x_2 - x_4 - X_{s4} \right) - m_2 g - c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) + c_4 \left( \dot{x}_2 - \dot{x}_4 \right) = 0 \quad \{6\}$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + k_3 \left( x_3 - x_5 - X_{s3} \right) - k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l\theta}{2} - X_{s2} \right) - m_3 g - c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) + c_3 \left( \dot{x}_3 - \dot{x}_5 \right) = 0 \quad \{7\}$$

$$I \ddot{\theta} + k_2 \frac{1}{2} \left( x_1 - x_3 + \frac{l\theta}{2} - X_{s2} \right) - k_1 \frac{1}{2} \left( x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - X_{s3} \right) - c_1 \frac{1}{2} \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{l\dot{\theta}}{2} - X_{s1} \right) + c_2 \frac{1}{2} \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 + \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) = M \quad \{9\}$$

Εισάγοντας την μαγνητική δύναμη η {6} τροποποιείται ως εξής:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2 \quad \{12a\}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right] = m_2 \ddot{x}_2 \quad \{12b\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{l\theta}{2} - X_{s1} \right) - k_4 \left( x_2 - x_4 - X_{s4} \right) + m_2 g \quad \{12c\}$$

$$\frac{\Theta P_c}{\Theta \dot{x}_2} = -c_4(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) + c_1\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{\dot{\theta}}{2}\right) \quad \{12d\}$$

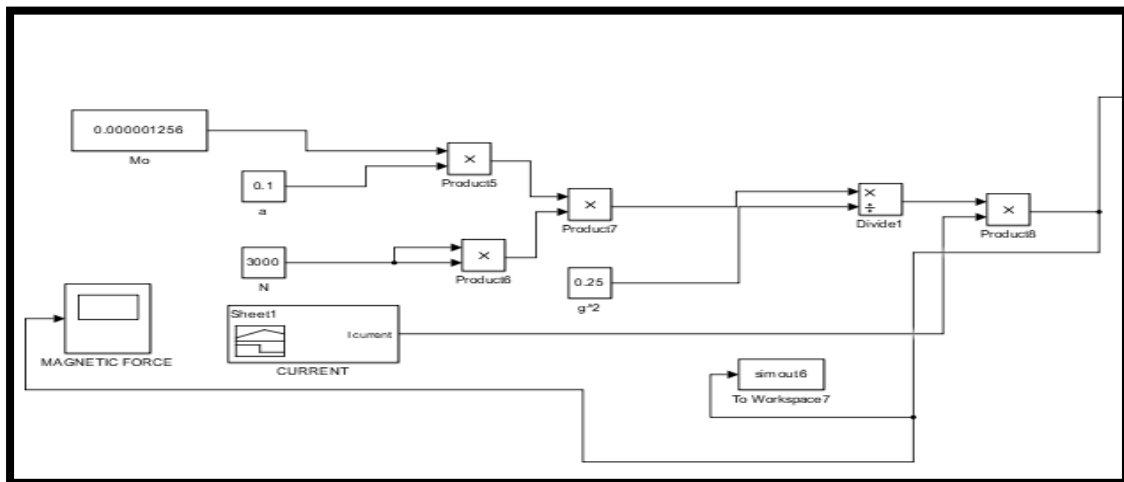
$$\frac{\Theta P_t}{\Theta \dot{x}_2} = Fmg \quad \{12e\}$$

Άρα λοιπόν

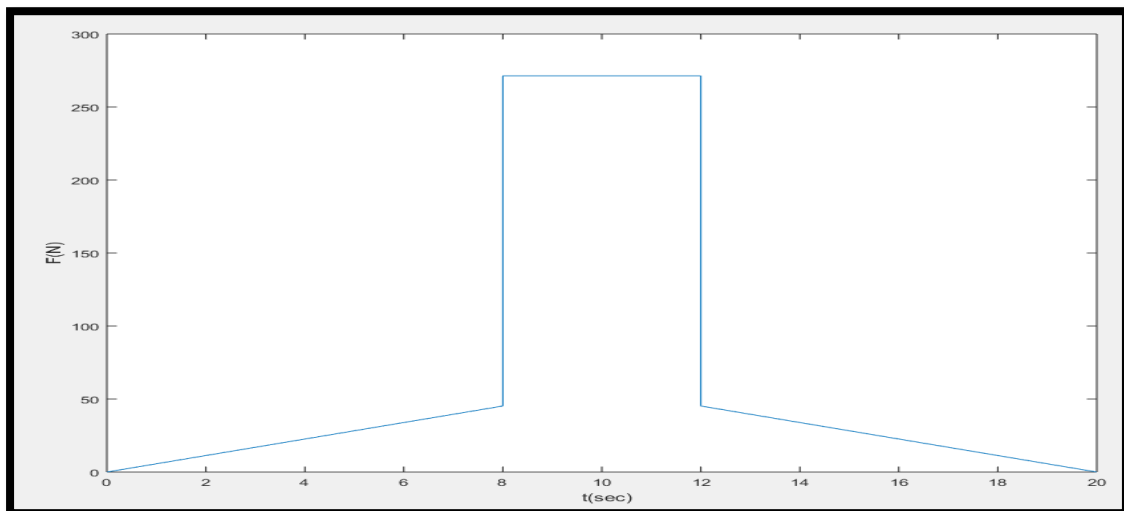
$$m_2 \ddot{x}_2 - k_1 \left( x_1 - x_2 - \frac{\theta}{2} - X_{s1} \right) + k_4 (x_2 - x_4 - X_{s4}) - m_2 g$$

$$-c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{\dot{\theta}}{2} \right) + c_4 (\dot{x}_2 - \dot{x}_4) = Fmg \quad \{12\}$$

### 3.2.1 Τροποποίηση εξισώσεων στο Simulink

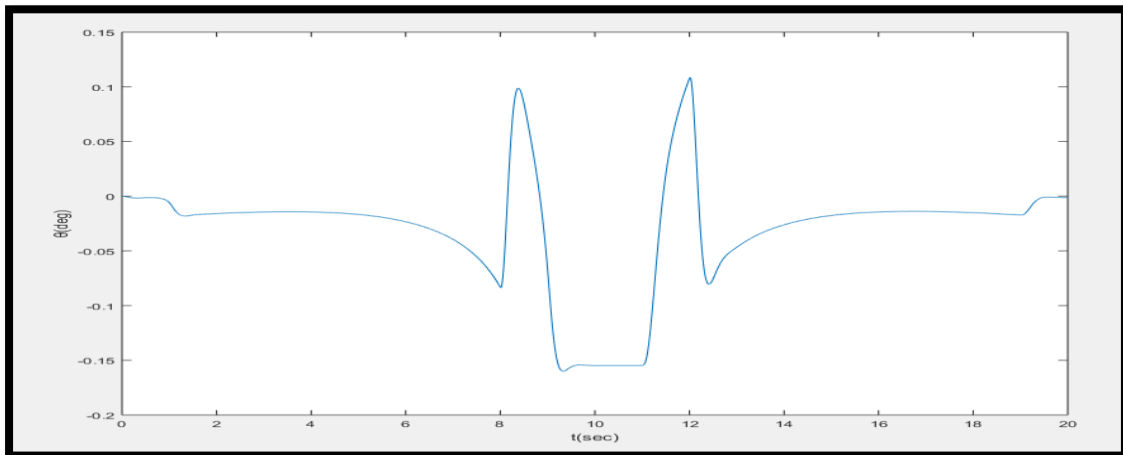


Σχήμα 17: Μαγνητική δύναμη στο Simulink

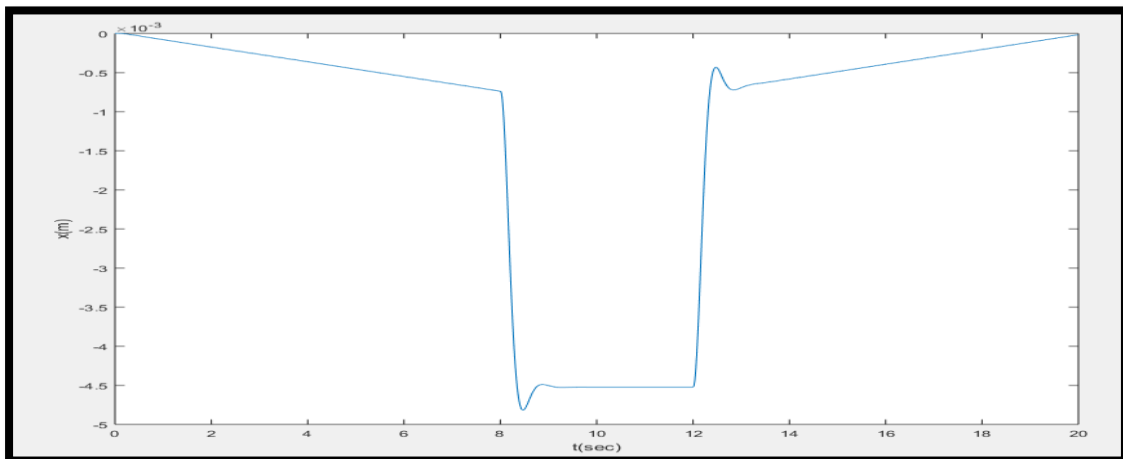


Σχήμα 18: Μαγνητική δύναμη συναρτήσει του χρόνου

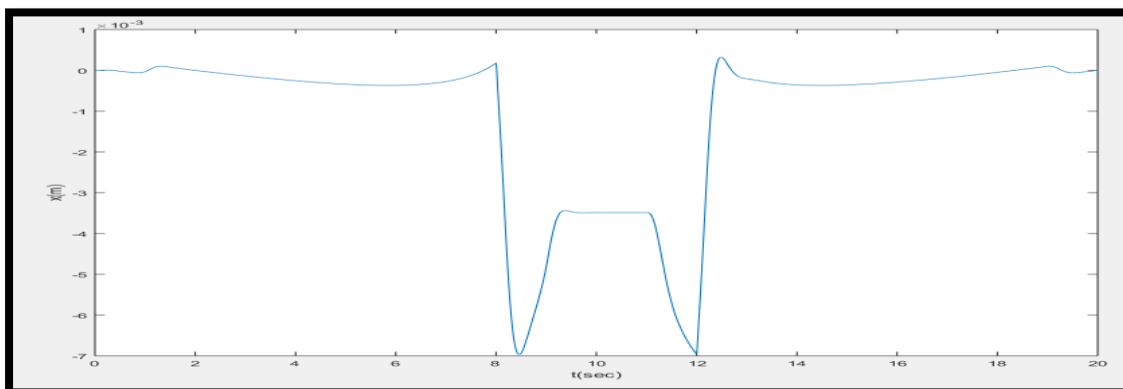
### 3.3 Διαγράμματα μετά την επιβολή της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης



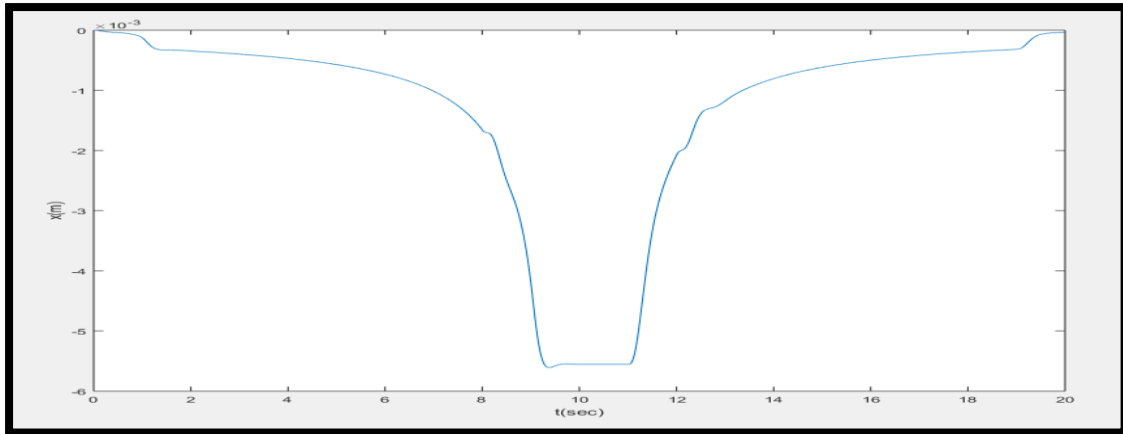
Σχήμα 19: Γωνία στροφής οχήματος(roll angle)



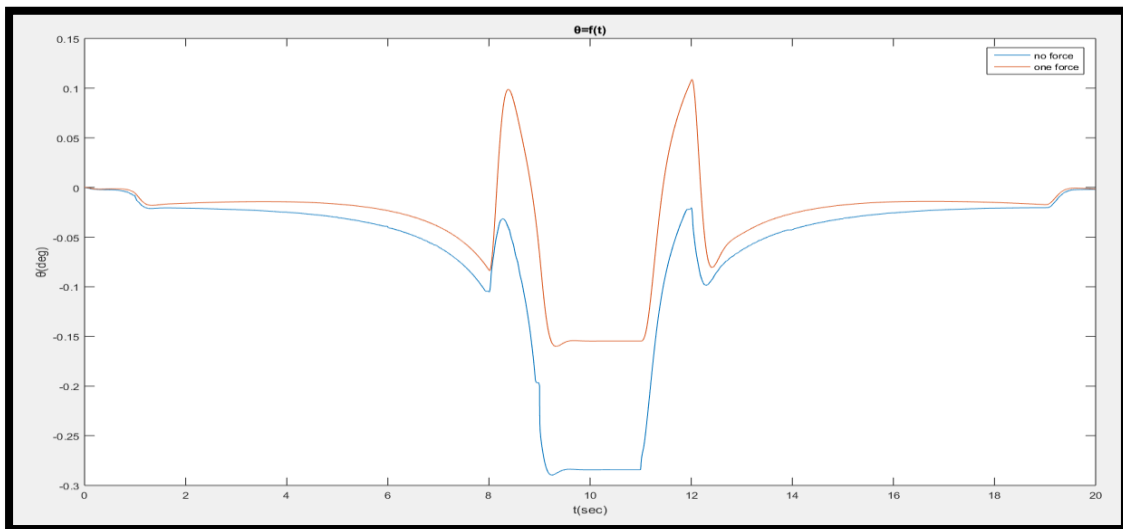
Σχήμα 20: διάγραμμα μετατόπισης αναρτώμενης μάζας αυτοκινήτου



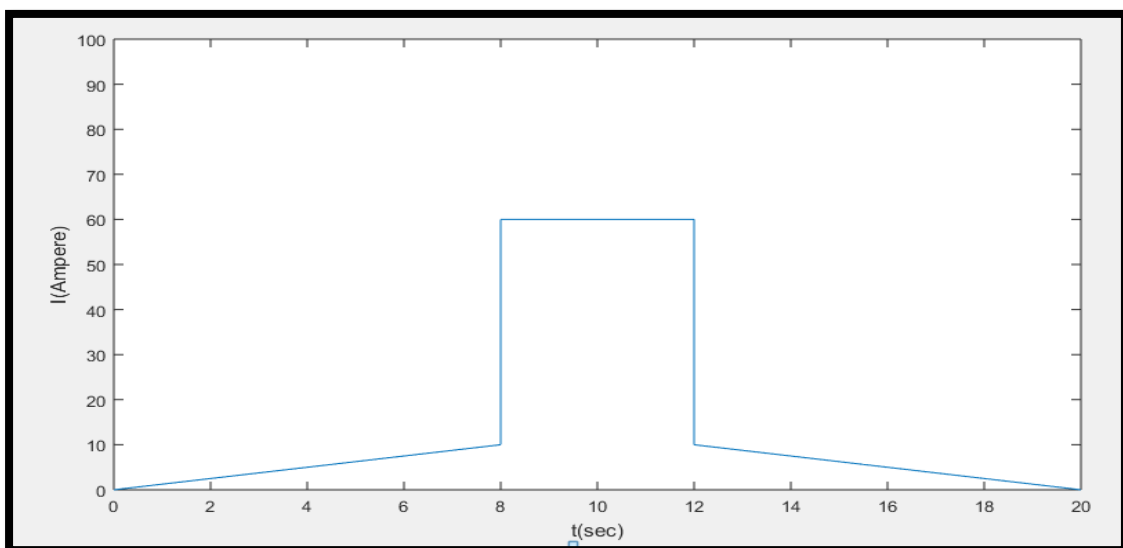
Σχήμα 21: διάγραμμα μετατόπισης αριστερής μη αναρτώμενης μάζας(τροχού)



Σχήμα 22: διάγραμμα μετατόπισης δεξιάς μη αναρτώμενης μάζας(τροχού)

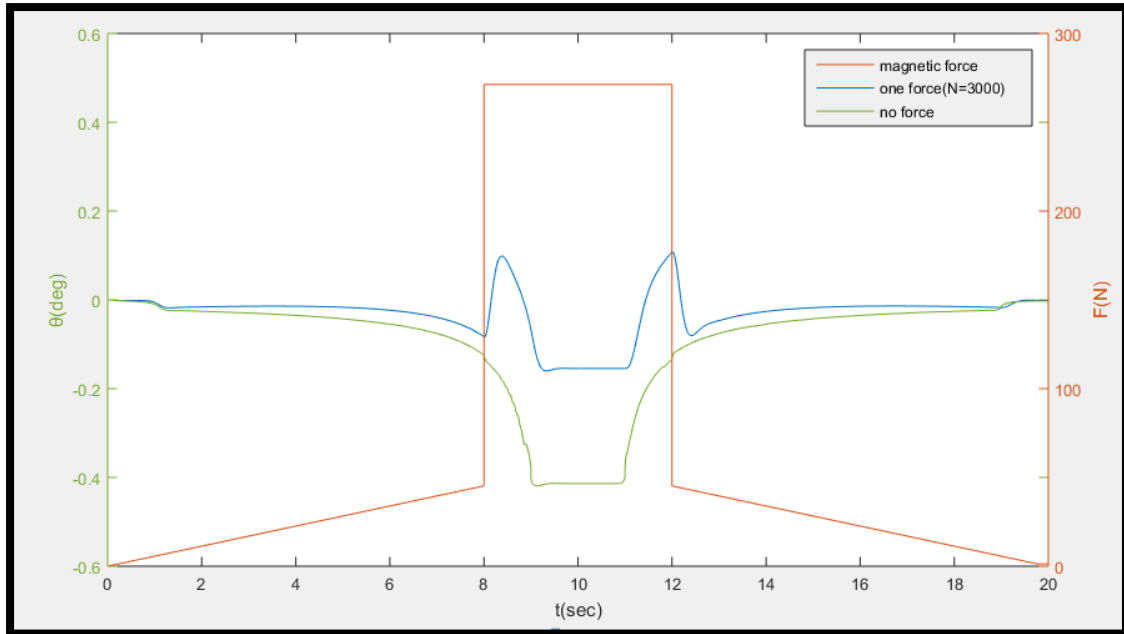


Σχήμα 23:  $\theta=f(t)$  σε κοινό διάγραμμα



Σχήμα 24:  $I=f(t)$





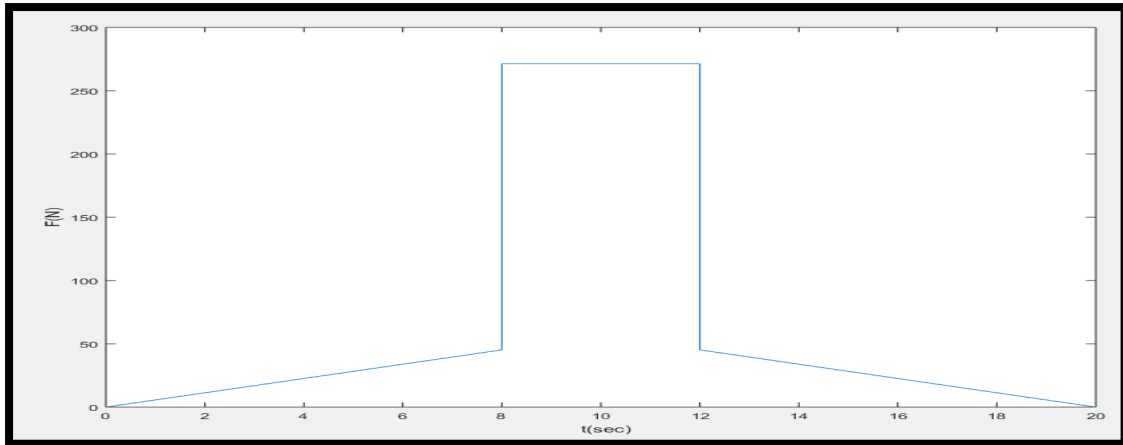
**Σχήμα 25:** Κοινό διάγραμμα γωνίας στροφής  $\theta$  και μαγνητικής δύναμης  $F$  συναρτήσει του χρόνου  $t$

➤ **Για την δεύτερη περίπτωση**

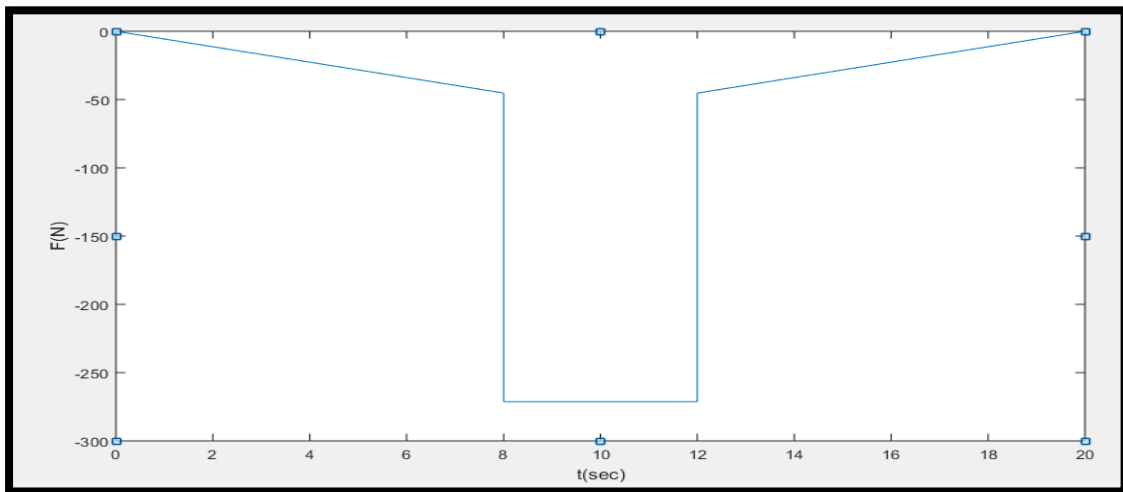
Σε αυτήν την περίπτωση θα διατηρήσουμε την δύναμη  $F$  ωστόσο θα προσθέσουμε και άλλη μια δύναμη ίδιου μέτρου αλλά αντίθετης φοράς στην δεξιά ανάρτηση. εφαρμόζοντας την ίδια μαγνητική δύναμη στους δύο τροχούς του οχήματος θα προκύψουν τα διαγράμματα όλων των μεταβλητών του δυναμικού μας συστήματος Παρατηρώντας ξανά τις εξισώσεις Lagrange βλέπουμε ότι όλες οι εξισώσεις από την πρώτη περίπτωση δεν θα μεταβληθούν με εξαίρεση την εξίσωση **{7}** όπου πρέπει να προστεθεί η μαγνητική δύναμη ( $Fmg_2$ ).

$$m_3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_5 - X_{s3}) - k_2 \left( x_1 - x_3 + \frac{l\dot{\theta}}{2} - X_{s2} \right) - m_3 g$$

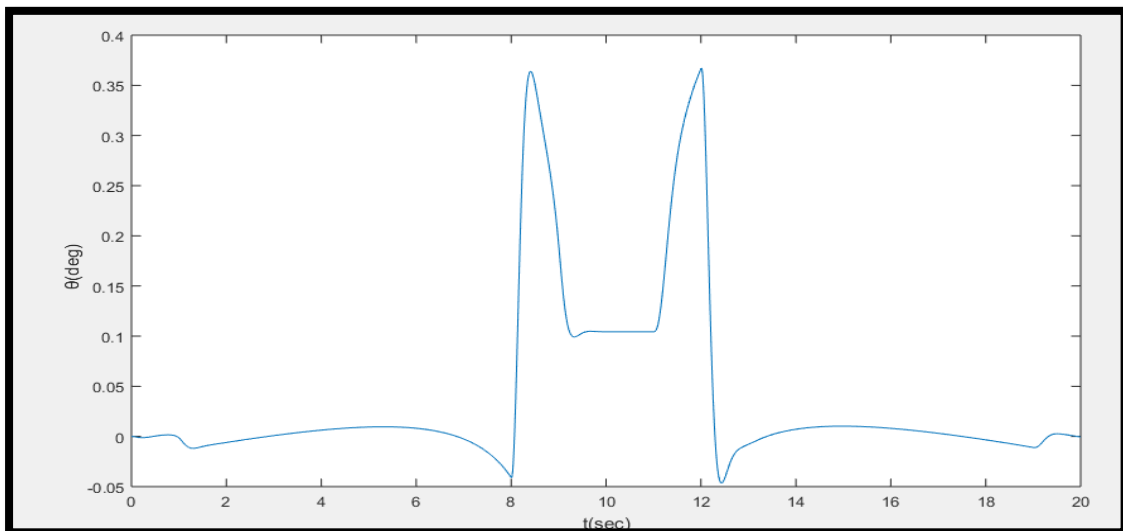
$$- c_1 \left( \dot{x}_1 - \dot{x}_3 - \frac{l\dot{\theta}}{2} \right) + c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_5) = Fmg_2 \quad \mathbf{\{13\}}$$



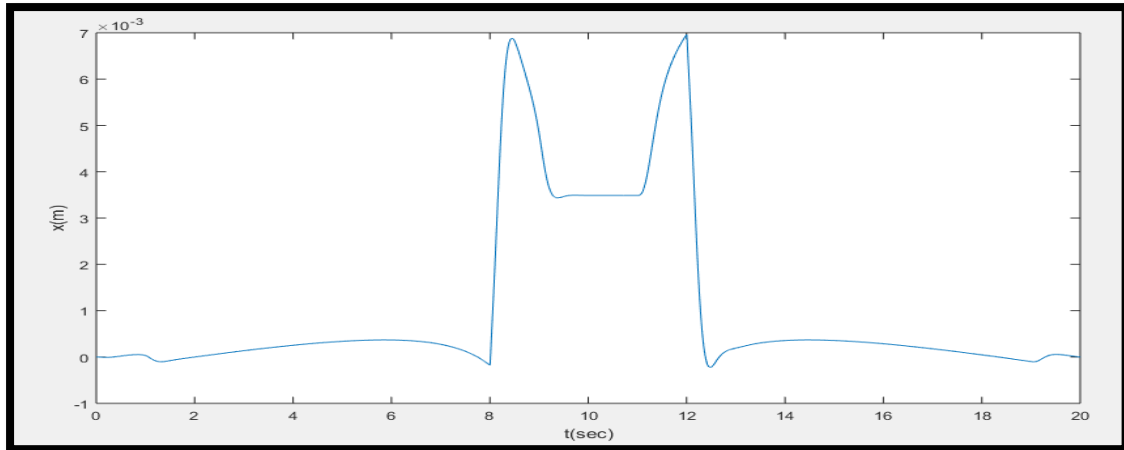
Σχήμα 26:  $F_{mg1}=f(t)$



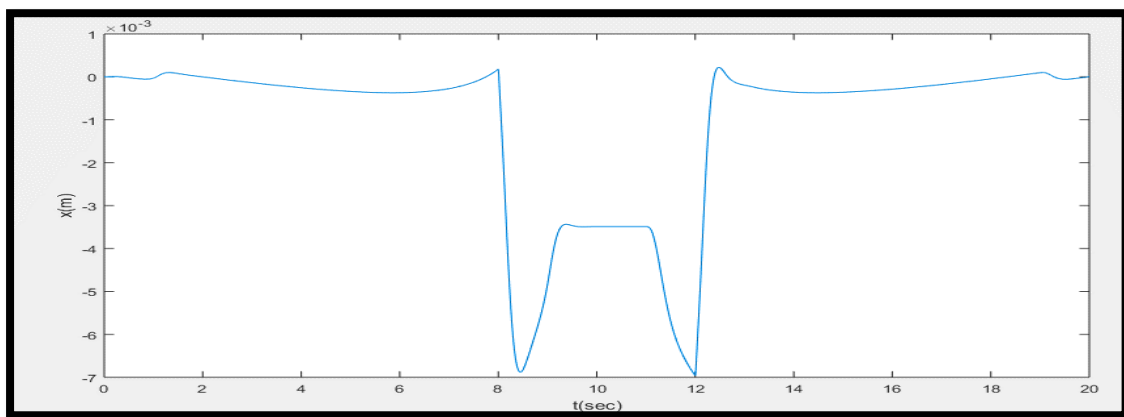
Σχήμα 27: Μαγνητική δύναμη  $F_{mg2}$



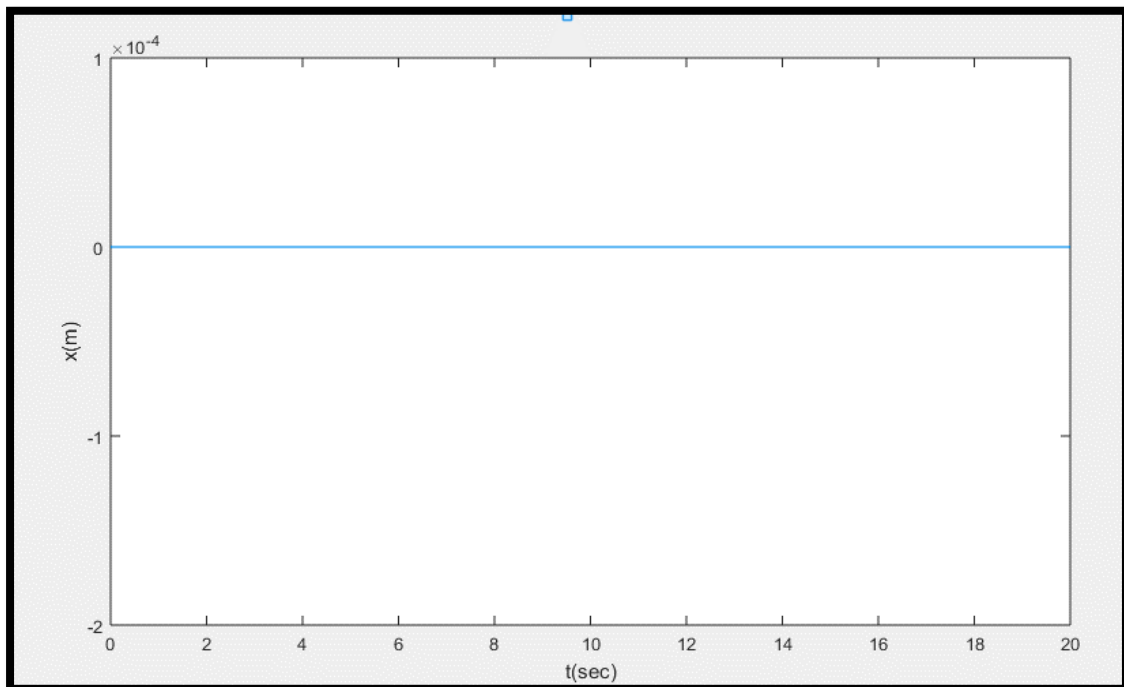
Σχήμα 28: Διάγραμμα γωνίας στροφής οχήματος  $\theta$  μετά την επιβολή των δύο μαγνητικών δυνάμεων  $F_{mg1}$  και  $F_{mg2}$



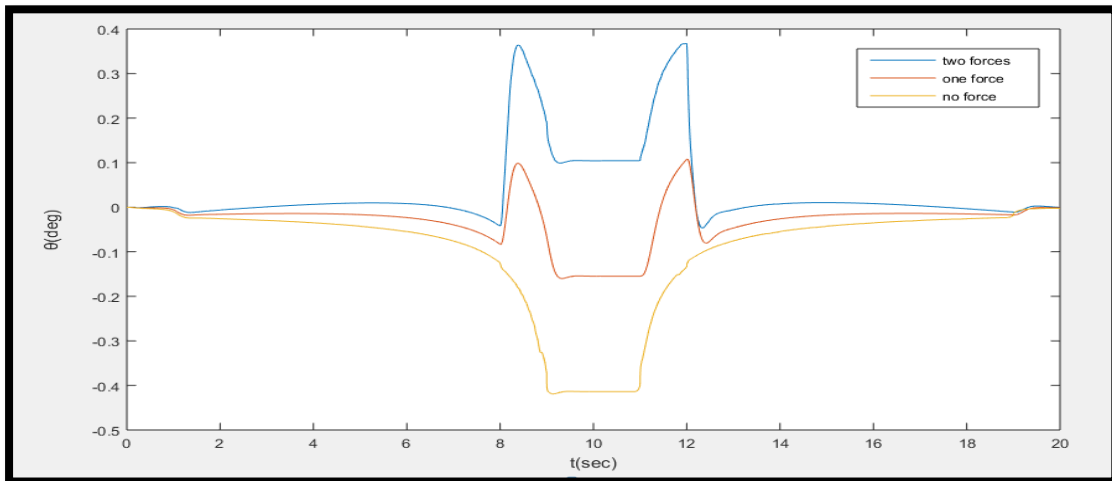
**Σχήμα 29:** Διάγραμμα μετατόπισης δεξιά μη αναρτώμενης μάζας οχήματος(τροχού)



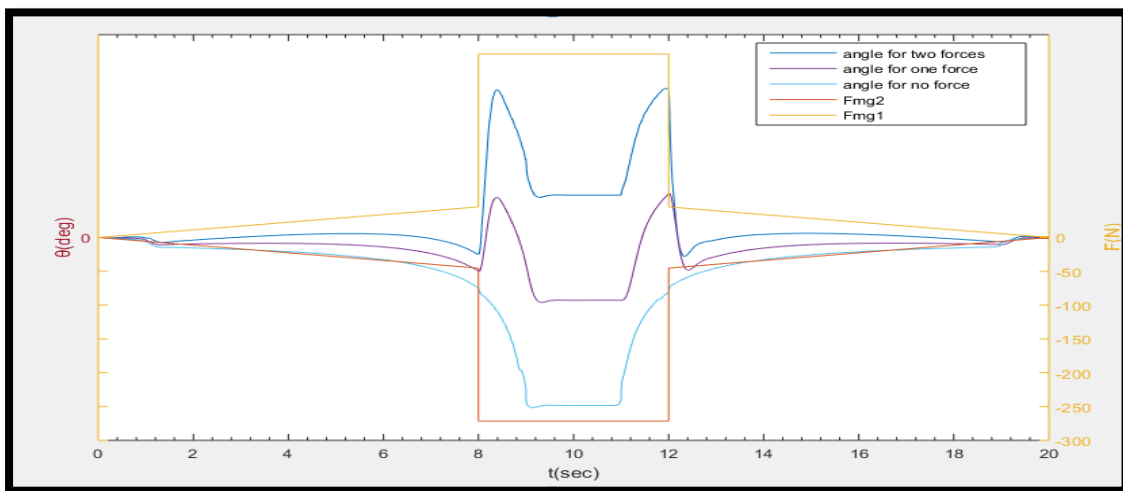
**Σχήμα 30:** Διάγραμμα μετατόπισης αριστερής μη αναρτώμενης μάζας οχήματος(τροχού)



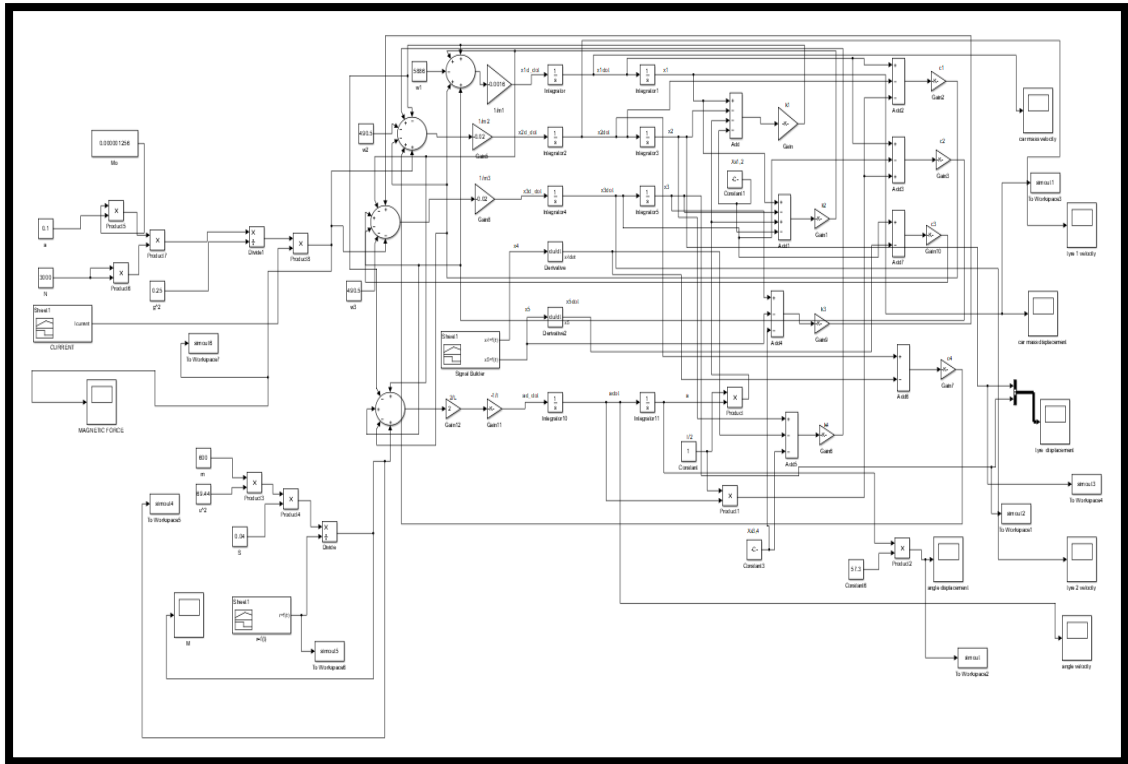
**Σχήμα 31:** Διάγραμμα μετατόπισης αναρτώμενης μάζας οχήματος



Σχήμα 32: Κοινό διάγραμμα  $\theta=f(t)$



Σχήμα 33: Κοινό διάγραμμα γωνίας στροφής(roll angle) και μαγνητικής δύναμης συναρτήσει του χρόνου



Σχήμα 34: Τελικό μοντέλο Simulink

### 3.4 Συμπεράσματα

- 1) Από τα σχήματα (3-8) επαληθεύουμε ότι οι εξισώσεις του δυναμικού συστήματος είναι σωστά κατασκευασμένες στο Simulink.
- 2) Τα ελατήρια στα οποία στηρίζεται η αναρτώμενη μάζα  $m_1$  συσπειρώνονται κατά 11,45mm ενώ τα ελατήρια στα οποία στηρίζονται οι μη αναρτώμενες μάζες  $m_2$  και  $m_3$  συσπειρώνονται κατά 29,43mm. Στην συσπείρωση των μη αναρτώμενων μαζών προστίθεται και η συσπείρωση λόγω της αναρτώμενης μάζας.
- 3) Από το σχήμα 10 παρατηρούμε ότι η συνάρτηση  $r=f(t)$  τείνει προς το άπειρο στην αρχή και το τέλος του διαγράμματος. Αυτό συμβαίνει διότι το όχημα δεν είναι σε στροφή αλλά σε ευθεία. Κατά την διάρκεια της στροφής το όχημα στρίβει σε μία συγκεκριμένη ακτίνα η οποία φαίνεται στο διάγραμμα ως το σημείο που βρίσκεται το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης.
- 4) Κατά την επιβολή της φυγόκεντρου ροπής παρατηρούμε ότι στο σχήμα 13 το όχημα δεν μετατοπίζεται (δηλαδή η μεταβλητή  $x_1$ ). Αυτό συμβαίνει διότι η ροπή δεν επηρεάζει όλες τις εξισώσεις Lagrange που προέκυψαν.
- 5) Από το σχήμα 16 παρατηρούμε ότι ύστερα από την επιβολή της ροπής η γωνία  $\theta$  (roll angle) κυμαίνεται από -0,4 έως 0 μοίρες. Με την επιβολή της μαγνητικής δύναμης  $F_{mg}$  στην πρώτη περίπτωση παρατηρούμε ότι η γωνία roll κυμαίνεται από -0,15 έως 0,1 μοίρες (Σχήμα 19). Για την περίπτωση που ασκούνται 2 μαγνητικές δυνάμεις  $F_{mg1}$  και  $F_{mg2}$  ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς η γωνία roll παρατηρούμε από το σχήμα 28 ότι κυμαίνεστε από -0,05 έως 0,035 μοίρες.
- 6) Η τυπική απόκλιση της συνάρτησης της γωνίας στροφής του οχήματος είναι **0,012974** ενώ για την περίπτωση που ασκείται το ζεύγος μαγνητικών δυνάμεων η τιμή της τυπικής απόκλισης είναι **0,091768**. Άρα καταλήγουμε στο ότι στην πρώτη περίπτωση που ασκείται μόνο μία μαγνητική δύναμη έχουμε μεγαλύτερη μείωση της γωνίας στροφής.

## 4 Βιβλιογραφία

### 4.1 Πηγές από βιβλία

- [1] Χόνδρος, Θωμάς. Δυναμική ανάλυση οχημάτων. Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, 2007.
- [2] JANİYANI SUNIL. *Introduction to Machine Design*. 2014.
- [3] Βαδαλούκα, and Παπαδόπουλος. *Δυναμική Στερεού Σώματος*. 2010.
- [4] Verma Sameer, and Parvez Raza. *Theoretical Analysis of Macpherson Suspension System*. Mar. 2016.
- [5] Αναστάσιος Κατσαριμπας, and Πασαλοπουλος Σταμάτης. Δυναμικό μοντέλο ανάρτησης ελαστικού. Τει Πειραιά, 2012.
- [6] W.Lamers. *Development and Analysis of a Multi-Link Suspension for Racing Applications*. 2008.
- [7] Χρυσός, Εμμανουήλ. *Βελτιστοποίηση Χαρακτηριστικών Ημι-Ενεργητικής Ανάρτησης Οχήματος*. Technical University of Athens, Feb. 2018.
- [8] Αραμπατζής, Ιωάννης. *Δυναμική Ανάλυση Ταλαντώσεων Οχημάτων Και Αποσβέσεων Αυτών*. 2014.
- {9} Αντώνης Τσολάκης. Διδακτορική διατριβή ,δυναμική ανάλυση οχημάτων
- {10} Χιώνης, Γεώργιος. *Διατάξεις Περιορισμού Της Γωνίας Κύλισης Οχημάτων Εδάφους*.

## 4.2 Πηγές από το διαδίκτυο

- [11] *Ανάρτηση Αυτοκινήτου*. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)
- [12] *Ανάρτηση Πολλαπλών Συνδέσμων*. 2013, [www.autotriti.gr](http://www.autotriti.gr).
- [13] Samweli Kihongole. *Types of Suspension Springs Parts*. 2017, [www.mech4study.com](http://www.mech4study.com).
- [14] *Checking Torsion Bars*. 2018, [www.howacarworks.com](http://www.howacarworks.com).
- [15] “Hybrid Magnetorheological Damper.” [www.Adaptronik.Fraunhofer.De](http://www.Adaptronik.Fraunhofer.De).
- [16] *Άκαμπτος Άξονας: Μια Αρχιτεκτονική Από Το Μακρινό Παρελθόν*. 2017, <https://www.autotriti.gr>
- [17] Καραογλανίδης Γεώργιος. *ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΟΧΗΜΑΤΑ ΙΙ*. 2012.
- [18] Tata, Robert. *Automotive Suspension Systems*. 2012, <https://www.cedengineering.com>
- [19] Μαρινόπουλος Νίκος. *Ελικοειδές Ελατήριο*. 2009, [www.caroto.gr](http://www.caroto.gr)
- [20] Αναστασία Βελώνη, Πακέτο προσομοίωσης Simulink.” [Www.Gun.Teipir.Gr](http://Www.Gun.Teipir.Gr).